

**Uso de materiales didácticos en la formación de profesores de matemáticas de básica primaria, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros: una experiencia de tutoría PTA**

**Carlos Andrés Grajales Buitrago  
Luz Ángela Ruíz Quintero**



**Universidad del Valle  
Instituto de Educación y Pedagogía  
Maestría en Educación  
Énfasis Educación Matemática y Ciencias Experimentales  
Tuluá  
2018**

**Uso de materiales didácticos en la formación de profesores de matemáticas de básica primaria, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros: una experiencia de tutoría PTA**

**Carlos Andrés Grajales Buitrago**

**Código 1605941**

**Luz Ángela Ruíz Quintero**

**Código 1605891**

**Trabajo de grado para otorgar el título de Magister en Educación Énfasis Educación  
Matemática y Ciencias Experimentales**

**Asesor**

**Mg. Nelson Enrique Hoyos**



**Universidad del Valle  
Instituto de Educación y Pedagogía  
Maestría en Educación  
Énfasis Educación Matemática y Ciencias Experimentales  
Tuluá  
2018**

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Presidente del jurado

---

Jurado 1

---

Jurado 2

Tuluá, septiembre \_\_\_\_ de 2018

## **Agradecimientos**

*Agradecemos a Dios, por bendecirnos siempre que fue necesario, con el don del entendimiento, durante las extensas jornadas de lectura, análisis y debate, nos sentimos siempre bajo su guía.*

*El segundo agradecimiento va dedicado muy especialmente a nuestras familias: la paciencia, la comprensión por el tiempo que no pudimos dedicarles, el amor y apoyo incondicional que nos brindaron fueron el combustible necesario para no desfallecer y poder llegar a la meta.*

*El tercero a todos los docentes de nuestra maestría, ya que cada uno de ellos aportó un granito de arena en la configuración y consolidación de este proyecto de grado; también a todos los miembros de la Comunidad de Investigación, Innovación y Formación Docente, en cabeza de los profesores Dr. Evelio Bedoya Moreno, Mg. Nelson Enrique Hoyos y Mg. Lisbeth Alvarado, quienes estuvieron prestos a brindarnos sus conocimientos. Destacamos muy especialmente al profesor Nelson, nuestro asesor, quien permitió con sus orientaciones, comentarios y exigencias que en este trabajo todo encajara y culminara exitosamente.*

*El cuarto agradecimiento es para la comunidad de la IE Juan María Céspedes de Tuluá, rectora Claudia Lorena Henao y docentes de la sede Miguel Ángel Zúñiga: Luz Clemencia Velásquez, Zulma S. Pérez, Angela María Marín, Luz Alba Soto, Yeny Lorena Colorado, Diana Álvarez, Yaned Molina, Libia Reyes, Amalfi Triviño y especialmente Yency Johanna Echeverry Sánchez por su participación decidida, activa y propositiva, sin ellas todo hubiese sido más difícil. En esta etapa el apoyo de nuestros colegas Ana P. Galeano y Omar A. Hernández fue fundamental, su disposición marcó la diferencia.*

*Por último al Programa Todos a Aprender y al Ministerio de Educación Nacional, por la oportunidad de participar en el programa de Becas para la Excelencia Docente.*

**A todos, ¡GRACIAS...TOTALES!**

## Contenido

|                                                                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Introducción .....                                                                                                                                    | 12 |
| Capítulo 1. Problema de investigación .....                                                                                                           | 14 |
| 1.1 Naturaleza y planteamiento del problema .....                                                                                                     | 14 |
| 1.2 Formulación del problema .....                                                                                                                    | 17 |
| 1.2.1 Preguntas orientadoras.....                                                                                                                     | 17 |
| 1.3 Objetivos .....                                                                                                                                   | 17 |
| 1.3.1 Objetivo general.....                                                                                                                           | 17 |
| 1.3.2 Objetivos específicos. ....                                                                                                                     | 18 |
| 1.4 Justificación.....                                                                                                                                | 18 |
| 1.5 Antecedentes .....                                                                                                                                | 20 |
| 1.5.1 Investigaciones relacionadas con la formación de docentes en el campo de la Educación Matemática y las relaciones con tutores. ....             | 20 |
| 1.5.2 Investigaciones relacionadas con la enseñanza de la geometría espacial. ....                                                                    | 22 |
| 1.5.3 Enseñanza de la geometría a partir del uso de materiales didácticos. ....                                                                       | 23 |
| Capítulo 2. Dimensión curricular.....                                                                                                                 | 25 |
| 2.1 Delimitación curricular del objeto matemático .....                                                                                               | 25 |
| 2.2 Ámbito nacional del contexto curricular .....                                                                                                     | 26 |
| 2.3 Planificación del currículo y planeación docente.....                                                                                             | 28 |
| Capítulo 3. Marco conceptual .....                                                                                                                    | 30 |
| 3.1 Concepciones sobre formación docente (FD) .....                                                                                                   | 30 |
| 3.2 Análisis Didáctico (AD).....                                                                                                                      | 33 |
| 3.3 Organizadores de currículo y su uso en los procesos de formación.....                                                                             | 38 |
| 3.4 Organizadores de currículo centrados en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros: ejes del proceso de formación docente ..... | 39 |
| 3.4.1 Análisis conceptual o de contenido.....                                                                                                         | 39 |
| 3.4.1.1 Estructura conceptual. ....                                                                                                                   | 39 |
| 3.4.1.2 Los sólidos geométricos: el caso de los poliedros generados por los tetracubos.44                                                             |    |
| 3.4.1.3 Análisis fenomenológico.....                                                                                                                  | 49 |
| 3.4.2 Análisis cognitivo. ....                                                                                                                        | 51 |
| 3.4.2.1 Características cognitivas de los estudiantes de CI de BP frente a la representación bidimensional plana. ....                                | 51 |

|             |                                                                                                                 |     |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.4.2.2     | Expectativas de aprendizaje de la representación bidimensional de poliedros en el CI de BP. ....                | 53  |
| 3.4.2.3     | Dificultades y errores asociadas a la representación bidimensional de poliedros. ....                           | 55  |
| 3.4.2.4     | Modelo para favorecer la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros.....                         | 57  |
| 3.4.3       | Análisis de sistemas de representación. ....                                                                    | 58  |
| 3.2.3.1     | Visualización y representación: elementos de orden fisiológico determinantes. ..                                | 60  |
| 3.4.4       | Análisis de la instrucción. ....                                                                                | 66  |
| 3.4.5       | Materiales didácticos como organizadores de currículo .....                                                     | 68  |
| Capítulo 4. | Estrategia metodológica .....                                                                                   | 71  |
| 4.1         | Contexto de la investigación .....                                                                              | 74  |
| 4.1.1       | Contexto curricular institucional .....                                                                         | 74  |
| 4.2         | Diseño metodológico.....                                                                                        | 76  |
| 4.2.1       | Fase uno: diseño de la Sistematización.....                                                                     | 76  |
| 4.2.1.1     | Preguntas orientadoras. ....                                                                                    | 77  |
| 4.2.1.2     | Diseño de la intervención.....                                                                                  | 77  |
| 4.2.1.3     | Dispositivos e instrumentos para toma de datos. ....                                                            | 81  |
| 4.2.1.4     | Categorías emergentes en la práctica a la luz de la teoría. ....                                                | 82  |
| 4.2.1.5     | Grupo focal y estudio de caso. ....                                                                             | 83  |
| 4.2.2       | Fase dos: toma de datos. ....                                                                                   | 84  |
| 4.2.3       | Fase tres: procesamiento de datos.....                                                                          | 87  |
| 4.2.4       | Fase cuatro: análisis de resultados. ....                                                                       | 90  |
| 4.2.4.1     | El uso de Materiales Didácticos: un organizador de currículo que favorece el aprendizaje desde la emoción. .... | 90  |
| 4.2.4.2     | La representación bidimensional de poliedros: una manera de comunicar. ....                                     | 94  |
| 4.2.4.2     | Docente – tutor: el intercambio de conocimientos.....                                                           | 99  |
| 4.2.4.4     | La planificación curricular: concreción de los procesos de formación docente. .                                 | 102 |
| Capítulo 5. | Conclusiones .....                                                                                              | 105 |
|             | Reflexión final: el uso de materiales didácticos y la IAP en una experiencia de tutoría PTA ...                 | 111 |
|             | Referencias.....                                                                                                | 114 |

## Lista de tablas

|                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1. Focos de contenidos para la enseñanza de la geometría en CI de BP, según Romero y Cañadas (2015). ..... | 54 |
| Tabla 2. Clasificación de las axonometrías.....                                                                  | 65 |
| Tabla 3. Instrumentos utilizados en cada momento de la intervención. ....                                        | 84 |
| Tabla 4. Modelo de rejilla utilizada en el tratamiento de los datos obtenidos. ....                              | 87 |
| Tabla 5. Resumen general de las rejillas que contienen el tratamiento de los datos. ....                         | 88 |

## Lista de figuras

|                                                                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1. Proceso de formación entre la DM. ....                                                                                           | 32  |
| Figura 2. Ciclo de AD.....                                                                                                                 | 34  |
| Figura 3 Elementos del cubo.....                                                                                                           | 46  |
| Figura 4. Modelos de tetracubos, codificados según Coffin (1991).. ....                                                                    | 47  |
| Figura 5. Clasificación de los sólidos geométricos.....                                                                                    | 48  |
| Figura 6. Ejemplo de casa con cuatro cubos.....                                                                                            | 50  |
| Figura 7. Dibujo elaborado por un niño que están en etapa de realismo intelectual .....                                                    | 53  |
| Figura 8. La disparidad binocular. ....                                                                                                    | 61  |
| Figura 9. Posición del observador, de forma ortogonal al plan frontoparalelo.....                                                          | 62  |
| Figura 10. Dibujo de una casa elaborada por un niño de 6 años. ....                                                                        | 62  |
| Figura 11. Dibujos en transición de lo topológico a lo proyectivo. ....                                                                    | 63  |
| Figura 12. Ejemplos de Visualización no frontal.....                                                                                       | 63  |
| Figura 13. Clasificación de sistemas de representación.....                                                                                | 64  |
| Figura 14. Algunas representaciones del cubo propuestas como material didáctico.....                                                       | 69  |
| Figura 15. Fases del diseño metodológico basadas en la Sistematización de Experiencias.....                                                | 76  |
| Figura 16. Planeación del momento de exploración del Anexo 5 .....                                                                         | 95  |
| Figura 17. Representaciones bidimensionales de un cubo y un tetracubo, elaboradas por un docente en diferentes medios .....                | 97  |
| Figura 18. Representaciones bidimensionales de tetracubos elaboradas por los estudiantes, en mallas ortogonales y hojas isométricas, ..... | 99  |
| Figura 19. Aparte del documento extraído del anexo 21. ....                                                                                | 101 |

### **Listado de anexos**

Anexo 1: Tareas desarrolladas por docentes y estudiantes en la intervención, correspondientes a los anexos de la propuesta de intervención diligenciadas por la docente.

Anexo 2: Transcripción de momentos relevantes, objeto de análisis en audios y videos

Anexo 3: Rejillas de tratamiento de datos

## Resumen

En este trabajo de investigación se analizó la incidencia del uso de Materiales Didácticos en la formación de profesores de Matemáticas de Ciclo I de Básica Primaria, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos.

El proceso de formación adelantado se enmarcó en un estudio de enfoque cualitativo, fundamentado en la IAP y la Sistematización de Experiencias, desde un estudio de caso asociado a un grupo focal de docentes. La interacción entre tutores y docentes se enmarcó en una relación de naturaleza socio constructivista, en la cual ambos fueron sujetos de investigación, afectando el uno al otro sus conocimientos matemáticos escolares y su práctica en el aula.

Se generó una propuesta de intervención gestada bajo el modelo de Análisis Didáctico, la cual fue estructurada en cinco momentos, en donde se identificaron las ideas previas de los docentes frente al uso de Materiales Didácticos, así como la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros, que puso en juego los conocimientos y experiencias que han adquirido los tutores desde su rol en el PTA. Se conceptualizaron desde la Didáctica de las Matemáticas procesos pertinentes al Ciclo I de Básica Primaria y se caracterizó la práctica de un docente en función del acompañamiento realizado por los tutores, que fungieron en todo momento como puentes entre la teoría y la praxis. La intervención tuvo como eje la planificación curricular vista desde el Análisis Didáctico, desde la orientación de los tutores.

La intervención realizada permitió a los docentes durante el momento de reflexión y análisis del proceso adelantado, determinar la importancia de asumir Materiales Didácticos como el papel punteado isométrico y los tetracubos, a modo de organizadores de currículo que promovieron la resignificación de su práctica, así como asumir actitudes positivas en relación con el aprendizaje y disfrute de la geometría espacial.

**Palabras claves:** representación bidimensional de sólidos geométricos, Material Didáctico, tetracubos, papel punteado isométrico, formación docente, Análisis Didáctico, organizador de currículo.

## Abstract

This research work analyzed the incidence of the use of Didactic Materials in the education of mathematics teachers of Elementary School of Cycle I, for the teaching of two-dimensional representation of polyhedral generated by tetracubes.

The advanced education process was framed within a qualitative approach study, based on the IAP and the Systematization of Experiences, from a case study associated with a focus group of teachers. The interaction between tutors and teachers was framed within a relationship of a socio-constructivist nature, in which both were subjects of research, affecting each other's mathematical school knowledge.

A proposal for intervention was generated under the Didactic Analysis model, which was structured in five moments, where the previous teacher's ideas were identified in relation to the use of Teaching Materials, as well as the teaching of two-dimensional representation of polyhedral, that put into play the knowledge and experiences that tutors have acquired from their role in the PTA. Processes related to Elementary School of Cycle I were conceptualized from the Mathematics Didactics and the practice of a teacher was characterized according to the accompaniment carried out by the tutors, who served at all times as bridges between theory and praxis. The intervention had as axis the curricular planning seen from the Didactic Analysis, from the orientation of the tutors.

The intervention allowed the teachers during the reflection and analysis of the process, to determine the importance of assuming Teaching Materials such as isometric dot paper and tetracubes, as curriculum organizers that promoted the resignification of their practice, as well as to assume positive attitudes in relation to learning and enjoyment of spatial geometry.

**Keywords:** Two-dimensional representation of geometric solids, teaching materials, tetracubes, dotted isometric paper, teacher training.

## Introducción

La representación bidimensional es hoy en día una habilidad necesaria para cualquier ciudadano del mundo, ya que más del 85% de la información se presenta en forma visual (Gutiérrez & et al, 2006). Sin embargo, la enseñanza en la geometría de la visualización y las formas de representación como elementos relacionados con el pensamiento espacial no siempre se han considerado importantes, han sido menospreciados, llegando a afectar la formación de los profesores que orientan Matemáticas y por ende los aprendizajes de los estudiantes.

Si bien es cierto que la geometría ha estado presente en nuestra cultura, el pensamiento espacial era visto más como una habilidad de la imaginación, algo que tiene que ver con el ámbito artístico en donde nació. Muchos autores como Piaget (1968), Freudenthal (1971), Mitchelmore (1976), Clements (1982), Presmeg (1986), Alsina (1989), Gutiérrez (2006), Godino (2012), entre otros, desde hace más de cinco décadas, empezaron a preocuparse por la enseñanza de lo espacial, iniciando un movimiento que ha cobrado fuerza y se hace evidente en el aumento del número de investigaciones en torno a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, las teorías emergentes en la Didáctica de las Matemáticas (DM) y el respaldo desde diferentes corrientes al uso de materiales didácticos (MD) que favorezcan la exploración y la representación de lo tridimensional.

Específicamente, en relación con la representación Bidimensional, Lappan y Winter (1984), citados en Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998), afirman que a pesar de vivir en entornos tridimensionales, la mayor cantidad de mediaciones semióticas que se utilizan en la enseñanza de lo espacial son bidimensionales, y aunque algunas veces generen dificultades deben ser dominadas por docentes y estudiantes. Frente a esta realidad, la enseñanza de la geometría es enriquecida y generalmente obstaculizada por los sistemas de representación que la nutren, especialmente en el Ciclo I de Básica Primaria<sup>1</sup> (CI de BP), cuando los profesores que enseñan Matemáticas olvidan que en estos grados es necesario iniciar por la exploración de lo espacial antes de lo plano (Godino, Gonzato, Contreras, Estepa, & Díaz-Batanero, 2016).

En este sentido se hace conveniente enriquecer el proceso de enseñanza usando materiales didácticos (MD) y abordar elementos que enuncia la Didáctica de la Matemáticas (DM), a través

---

<sup>1</sup> Haciendo referencia al conjunto de grados iniciales del nivel de Básica Primaria que incluye a los denominados primero, segundo y tercero; en el Ciclo I de Básica Primaria cual se encuentran estudiantes que tienen entre 5 y 9 años de edad.

de un proceso de formación entre tutores y profesores de CI de BP que enseñan Matemáticas, alrededor de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, por la importancia que esta temática reviste como habilidad para la construcción del sentido espacial dentro del pensamiento matemático de cualquier ciudadano matemáticamente competente.

Utilizando un enfoque metodológico de naturaleza cualitativa, como lo es la Investigación Acción Participativa - IAP (Cerdeira, 1993), al ser docentes y tutores sujetos de investigación en la implementación de un diseño metodológico basado en la Sistematización de Experiencias (Mejía, 2008), (Jara, 2017), se busca generar conocimiento a partir de la práctica de docentes y tutores para construir un saber propio tal y como lo dice Mejía (2008); de ese proceso de reconstrucción y análisis riguroso de las experiencias didácticas vivenciadas, se consolida una propuesta para formación de profesores de Matemáticas de CI de BP gestada bajo los preceptos de la DM, que también influye de forma directa en la formación de los tutores investigadores participantes de este proceso en el rol de formadores.

Se espera que emerjan elementos que permitan analizar el impacto que tiene el uso de MD y la DM en la formación de profesores de Matemáticas CI DE BP realizada por tutores, en tanto se discute y construye conjuntamente con los docentes, orientaciones en torno a la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, las cuales se crean en la necesidad de responder desde la enseñanza, al desarrollo del sentido espacial de los estudiantes.

## Capítulo 1. Problema de investigación

### 1.1 Naturaleza y planteamiento del problema

La problemática detectada se identifica desde la experiencia, en el rol de docente tutor (de ahora en adelante llamados Tutores) del “Programa para la excelencia docente y académica Todos a Aprender” (PTA), programa implementado desde el año 2012 en el territorio colombiano en aproximadamente 4.300 instituciones educativas (IE) del sector público rural y urbano, como parte de la estrategia del Ministerio de Educación Nacional (MEN), para la formación de docentes de Básica Primaria en ejercicio, en las áreas de Lenguaje y Matemáticas.

La misión del PTA se lleva a cabo *in situ*<sup>2</sup>, a través de acompañamientos formativos en las IE por pares académicos denominados Tutores, los cuales son profesores que a su vez son formados para ejercer este rol y que propenden por dar cumplimiento al objetivo principal del programa, el cual pretende “Mejorar las condiciones de aprendizaje en los Establecimientos Educativos focalizados y, con ello, el nivel de las competencias básicas de los estudiantes matriculados en ellos entre transición y quinto grado” (MEN, 2013, pág. 6), cuya meta busca que “Más del 25% de los estudiantes de estos Establecimientos Educativos ascienda de nivel, al menos en las áreas de Lenguaje y Matemáticas, en la prueba SABER de 3° y 5°” (MEN, 2013, pág. 6); alcanzar estos propositos requiere “mejorar las prácticas de aula que movilizan los aprendizajes de los estudiantes” (MEN, 2013, pág. 6) y para esto es necesario involucrar a los profesores que enseñan lenguaje y matemáticas en básica primaria. Las Matemáticas, al ser consideradas como uno de los saberes básicos que todo ciudadano debe tener (MEN, 2006) se hace imprescindible para alcanzar el objetivo del programa.

En estos procesos de acompañamiento e interacción entre profesores<sup>3</sup> que no cuentan con formación disciplinar en Matemáticas pero que deben enseñarla y tutores del PTA, en la IE Juan María Céspedes del municipio Tuluá, se identificaron oportunidades de mejoramiento en la enseñanza de las Matemáticas, evidenciadas en forma a priori desde la práctica de los profesores

---

<sup>2</sup> Procesos de formación que se dan en la Institución Educativa, dentro de sus instalaciones físicas, sin desplazar a los docentes para recibir la formación.

<sup>3</sup> A partir de ahora identificados como profesores de matemáticas.

de Matemáticas de CI de BP a partir de los acompañamientos de aula realizados cotidianamente por los Tutores del PTA, configurando una problemática que amerita ser abordada desde un proceso de investigación, a partir del análisis de los siguientes aspectos que surgen del acompañamiento entre tutores y docentes, enmarcados en la práctica y la experiencia:

- Los docentes de CI de BP que han sido acompañados por tutores del PTA, desconocen algunos aspectos del conocimiento matemático escolar relacionados con el sentido espacial, especialmente los generados alrededor de la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos. Se encontró en indagaciones previas alrededor de la práctica del docente en el área de Matemáticas, que algunas veces el pensamiento espacial poco se trabaja en el aula, que enmarcan su práctica en la experiencia y no disponen de materiales manipulativos creados especialmente para el abordaje de las temáticas propias de la geometría espacial (Materiales Didácticos).

- Encontramos que actualmente los profesores de básica primaria en la IE Juan María Céspedes, refieren como materiales didácticos entre otros recursos, los libros de texto que ha suministrado el MEN a través del PTA durante el tiempo que han estado focalizados (2012-2018), desconociendo que en esta categoría, según Coriat (2008), también son muy importantes aquellos elementos manipulativos gestados para la enseñanza de las matemáticas (los cuales denomina materiales didácticos) y que para la construcción del espacial se convierten en un elemento fundamental al momento de consolidar aprendizajes, especialmente en los grados iniciales de la básica primaria.

- En el PTA, el acompañamiento a los profesores en ejercicio de la Básica Primaria, no especifica un modelo de formación diferenciado para las Matemáticas. Debido a esto, se desconocen algunos elementos sugeridos por el campo de la DM, con los cuales se generan procesos coherentes y pertinentes para la formación de profesores de matemáticas del CI de BP.

- En los acompañamientos realizados a los docentes por los Tutores y siguiendo aspectos ya mencionados, no se evidencia una conciencia frente al uso de los MD según la clasificación de Coriat (2008) y la concepción que se tiene de ellos en el modelo de Análisis Didáctico, ya que en los espacios de interacción los profesores de básica primaria reconocen el no uso de elementos manipulativos, especialmente para la enseñanza de la geometría espacial, siendo posible establecer que los recursos y MD seleccionados, son muchas veces las acciones discursivas del docente, el tablero, el cuaderno, el libro de texto escolar, presentaciones y videos encontrados

en páginas de internet no especializadas, entre otras. Esta premisa es ampliamente respaldada por diversas investigaciones como las de Alsina, (2000), Godino (2002), Coriat (2016), que refieren aquellas situaciones de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las que “el lápiz y el papel, la tiza y la pizarra eran los únicos elementos que acompañaban la explicación del maestro” (Godino, Batanero , & Font, 2003, pág. 126).

Es de suponerse que estos hallazgos afecten la práctica matemática del docente en torno a la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos y se plantee la necesidad de reflexionar desde la DM, alrededor de cómo mejorar los procesos de enseñanza y hacer uso de MD pertinentes. En consecuencia, emergen inquietudes desde el rol del tutor alrededor de la formación de profesores de Matemáticas de CI de BP utilizando MD, en cuanto a: ¿Cómo concibe el docente el MD que lleva al aula para la enseñanza de la Representación bidimensional de sólidos geométricos? ¿Cómo piensan la enseñanza de la Representación bidimensional de poliedros, los profesores de Matemáticas de CI de BP? ¿Utilizan MD y orientaciones propias de la DM? ¿Pueden ser influenciados los conocimientos del docente desde el uso de MD, por los del campo de la DM, con un docente tutor como mediador? ¿Cómo planifican los profesores de Matemáticas de CI de BP, las tareas escolares para la enseñanza de la Representación bidimensional de sólidos geométricos utilizando MD?

En consecuencia con lo planteado, en el marco de la presente investigación surge la necesidad de explorar un modelo de formación concebido desde la DM, para profesores de matemática de Básica Primaria en ejercicio. Allí se vislumbra un aporte para el PTA que pretende transformar las prácticas de aula de los docentes que en algunos casos, desconocen elementos planteados por la DM alrededor de la enseñanza de la geometría espacial en el CI de BP, en este caso, de la representación bidimensional de sólidos geométricos. Cabe aclarar, que debido a que la categoría “sólidos geométricos” es muy amplia, se ha centrado la mirada en los poliedros generados por tetracubos, respaldando la decisión en investigaciones desarrolladas, entre otros, por Mitchelmore (1974), Ben-Haim , Lappan y Houang (1985), Battista y Clements (1996), Gutiérrez (1998) y Guillen (2010), Romero y Cañadas (2015).

En tal sentido, se pretende caracterizar cualitativamente, elementos que indiquen el impacto que tiene en las ideas y prácticas del profesor de Matemáticas de CI de BP y los tutores investigadores, el proceso de formación adelantado alrededor de la DM y el uso de MD para la

enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, en la IE Juan María Céspedes del municipio de Tuluá.

## **1.2 Formulación del problema**

El planteamiento del problema, anteriormente expuesto se concreta en la siguiente pregunta de investigación:

**¿Cómo incide el uso de materiales didácticos en la formación de tutores y profesores de Matemáticas del Ciclo I de Básica Primaria, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos?**

### **1.2.1 Preguntas orientadoras.**

- ¿Cómo concibe el docente el MD que lleva al aula para la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos?
- ¿Cómo orientan la enseñanza de la Representación bidimensional de poliedros, los profesores de matemáticas de CI de BP? ¿Utilizan MD y orientaciones de la DM?
- ¿Pueden ser influenciados los conocimientos del docente desde el uso de MD, por los del campo de la DM, con un docente tutor como mediador?
- ¿Cómo planifican los profesores de Matemáticas de CI de BP, las tareas escolares para la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos utilizando MD?

## **1.3 Objetivos**

Se establecen como propósitos de la presente investigación los siguientes objetivos:

### **1.3.1 Objetivo general.**

Analizar la incidencia del uso de materiales didácticos en la formación de profesores de matemáticas de ciclo I de básica primaria, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos.

### **1.3.2 Objetivos específicos.**

1. Identificar las ideas que tienen los profesores de matemáticas, previas y posteriores a la intervención de un tutor en un proceso de formación, a partir del uso de materiales didácticos en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos.
  
2. Caracterizar las prácticas en el aula de un profesor de matemáticas, alrededor de una clase diseñada por pares académicos, docentes y tutores, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, mediada por el uso de materiales didácticos.
  
3. Proponer elementos conceptuales y metodológicos a partir de los resultados relacionados con los objetivos anteriores, que aporten al mejoramiento de la formación de profesores de matemáticas y tutores, relacionados con la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, desde el uso de materiales didácticos.

## **1.4 Justificación**

Los hallazgos empíricos en la IE Juan María Céspedes a partir de los acompañamientos realizados por los tutores del PTA, indican la necesidad de fortalecer en los profesores de Matemáticas de CI de BP, aspectos relacionados con la geometría espacial, específicamente en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros, en la cual se han descuidado algunos elementos de la DM, como el uso de MD pertinentes que aportan en la construcción del sentido espacial.

Enseñar geometría en CI de BP es fundamental, es un hecho reconocido que poco necesita ser justificado hoy en día, pero que aun así viene siendo descuidado. Es primordial que los docentes comprendan que la enseñanza de la geometría debe iniciar por reconocer lo espacial, dado su carácter intuitivo y su relación con entornos reales, tal y como lo enuncian Freudenthal (1973) y Guillén (2010). Diversas investigaciones sustentan cómo desde hace años en la Básica Primaria, la enseñanza de la geometría se centra en el conocimiento elemental de formas planas y espaciales, así como en fórmulas para encontrar volúmenes y áreas (Gutiérrez, 1998), se guía desde las últimas páginas de libros que generalmente los profesores usan de forma fragmentada (Godino et

al., 2003), se descuidan aspectos que relacionan los conceptos geométricos con la realidad del estudiante (Alsina, 2000) y se parte de lo euclidiano (Castro, 2004).

No se trata entonces de enseñar geometría como lo indica un libro de texto o un video; esta investigación busca plantear un proceso de formación para tutores y profesores de Matemáticas de CI de BP, que permita entender que la representación plana de poliedros contiene un enorme potencial formativo; que posibilite, a los docentes poder enseñar a los estudiantes a través del uso de MD pertinentes, la comprensión de las propiedades y relaciones que se dan entre las formas geométricas, mejorando además la capacidad de visualización en torno a la configuración del espacio sensible que los rodea (Godino y Ruíz, 2002).

En este caso es muy importante que tanto tutores como docentes comprendan, que para un niño de CI de BP pasar de una representación tridimensional a una bidimensional no es algo fácil, como tampoco lo es cambiar en el docente el paradigma de que para enseñar esta temática manipular, ver y dibujar es estrategia suficiente. Así y siguiendo la preocupación de Bishop (2005) alrededor de cómo cerrar la brecha entre la teoría y las prácticas que realmente suceden en el aula en donde la enseñanza de lo espacial fracasa, se pretende encontrar a través de la labor de los tutores enmarcada en el modelo de Análisis Didáctico (Rico, 2013), los puntos en común entre la DM y la labor del docente que potencian el éxito de un dispositivo de planeación y su puesta en marcha.

Para tal efecto, se plantea aprovechar la formación situada<sup>4</sup> e *in situ* que el PTA ofrece a los docentes en ejercicio del sector público, en pro de transformar positivamente sus prácticas en Educación Matemática. De esta manera, se busca que la formación sea pertinente con la problemática y entre pares académicos: los tutores que asumen el rol de formadores, formados a su vez por el Ministerio de Educación Nacional, y profesores de Básica Primaria que reciben la formación; en este escenario se generan interacciones que se espera afecten la práctica docente y los conocimientos matemáticos, didácticos y pedagógicos de ambos y siguiendo a Jaworski (2008) si bien los dos roles se benefician, los tutores son los más beneficiados al acercarse en este caso la DM a los profesores de Matemáticas de CI de BP.

---

<sup>4</sup> Procesos de formación centrados en las problemáticas de enseñanza que se presentan en la IE o con los docentes en particular.

Esta interacción permite centrar la atención en elementos matemáticos asociados a los intereses del programa, las inquietudes de los docentes y las percepciones de los tutores, configurando así una relación entre tutores y docentes, en donde se construye conocimiento de manera conjunta, como lo diría Barberà (2006) desde un enfoque socio-constructivo. En ese contexto de implementación del PTA surge el interés por reflexionar alrededor de la enseñanza en la construcción del sentido espacial en el pensamiento matemático y tanto docentes como tutores se convierten en sujetos de investigación en búsqueda del camino más adecuado para orientar la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos en el CI de BP, desde dimensiones no euclidianas.

## 1.5 Antecedentes

En esta investigación, es fundamental retomar las experiencias que han tenido en cuenta la formación de profesores de Matemáticas de CI de BP, especialmente las que indagan la enseñanza de la representación bidimensional de objetos tridimensionales como los poliedros, el uso de MD en la enseñanza de tópicos asociados a la construcción del sentido espacial en el pensamiento matemático y la implementación del modelo de Análisis Didáctico. Aunque las categorías se encuentran entrelazadas, se presenta la siguiente clasificación:

### 1.5.1 Investigaciones relacionadas con la formación de docentes en el campo de la Educación Matemática y las relaciones con tutores.

Para iniciar, se destaca el trabajo de investigación de Arias (2014), quien plantea como objetivo caracterizar el tipo de interacción que se suscita entre tutores y ciertos elementos de los aprendizajes de docentes de secundaria en formación permanente; se apoya en aspectos inseparables de la formación en Matemáticas. De allí se concluye que la actuación de los tutores y su relación con el proceso de aprendizaje de los profesores de Matemáticas son una oportunidad de aprendizaje y un apoyo para los tutorandos, puesto que los resultados son útiles para diseñar planes de formación y orientar el seguimiento de **tutores y maestros**. En el caso de los **tutores también en formación**, Arias (2014) hace una reflexión sobre la necesidad de expresarse, formulando comentarios que puedan ser entendidos y abordados por los tutorandos.

Por otra parte, en el ámbito nacional, Porras (2016) menciona que es significativo resaltar la importancia que representa aprender en comunidad para los docentes, al manifestar que es el único espacio donde se trabajan aspectos pedagógicos, didácticos y disciplinares en un área;

enfatisa en la reflexión a través del dialogo de saberes y la planeación colectiva, resultado que obtienen de preguntarse ¿Qué estrategia se puede implementar para que los docentes de Básica Primaria, hagan transformaciones en la enseñanza de las Matemáticas? Para una real transformación de las prácticas, según el autor, es necesario que suceda además del cambio de actitud, el desapego por las maneras en que tradicionalmente se aborda la enseñanza y el uso de los espacios de reflexión en comunidad mediados por la Didáctica.

En la etapa inicial de la tesis en formación de docentes, Lupiáñez (2009) pretende acercar al maestro a la planificación de sus clases a través de unidades didácticas, con la finalidad de favorecer en los estudiantes su proceso de aprendizaje. En este sentido se plantea implementar el Análisis Cognitivo en un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas, delimitando a través de los organizadores de currículo la estructura que este conlleva, al estar enmarcado dentro del AD. Las conclusiones de este estudio arrojaron que es indispensable “Diseñar e implementar un programa de formación inicial que incorpore el análisis cognitivo desde una perspectiva funcional” (Lupiáñez, 2009, pág. 21), conclusión a la que llega después de haber realizado procesos de formación diferenciados en cuatro subgrupos, donde se abordaban diferentes temas de trabajo a través de la reflexión constante.

En este mismo sentido, las investigaciones adelantadas en formación de docentes centrados en el estudio del pensamiento espacial y geométrico, encontramos la tesis que cuestiona “¿Qué dicen los docentes, futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3D?” (Sgreccia, Amaya de Armas, & Massa, 2012, pág. 1). Este comparativo realizado entre profesores, futuros docentes y formadores argentinos y colombianos, arrojó información relacionada con lo poco que se trabaja la geometría en el aula y que si esta se aborda no se hace desde la DM.

Expresan los allí investigados que sus conocimientos en geometría no fueron suministrados por la academia, sino por la experiencia de su propia práctica; también se mencionan la poca correspondencia de lo aprendido en la universidad y lo que se tiene que enseñar en el aula. La falta de reuniones entre pares después de iniciar la carrera docente y todo lo que esto genera, coincide con una sentida necesidad por llevar al aula estrategias didácticas asociadas al manejo de material

concreto para enseñar geometría, así como el uso de algunas de las tecnologías digitales disponibles.

A raíz de la necesidad de que los docentes estén en una formación continua en la matemática escolar, Escandón (2017) gesta una investigación que considera la sistematización de la experiencia educativa, donde el docente desarrolla una planificación Didáctica desde múltiples perspectivas que brindan diversidad de enseñanza y fortalecen a la vez competencias profesionales. El autor se centró en los conocimientos de la DM que debe tener un docente para la planeación y elaboración de una Unidad Didáctica ubicada en el pensamiento espacial, concluyendo que a través del AD, específicamente con el análisis cognitivo, se determinan los obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes que debe abordarse desde el análisis de instrucción. Se evidenció la potencialidad de los MD para comprender mejor conceptos matemáticos.

### **1.5.2 Investigaciones relacionadas con la enseñanza de la geometría espacial.**

En la investigación de Guillen (2015), se señala la importancia de **la enseñanza de la geometría desde la tridimensionalidad para pasar a la bidimensionalidad**. Trabajar desde los poliedros permite organizaciones locales que presentan de manera natural los elementos de dos dimensiones. Afirma que toda representación bidimensional siempre pierde elementos frente a su original en 3D, lo que deriva una situación problema. Para efectos de esta investigación se preguntan ¿Por qué los sólidos como contexto para la enseñanza de la geometría? Esto hace emerger la situación problemática en términos de formación docente cuando se enfrentan a la enseñanza de la geometría. Concluye Guillen (2015) que los textos que sirven de guía didáctica están desactualizados y que los docentes carecen del conocimiento matemático escolar necesario; en consecuencia, la gran mayoría no está lo suficientemente preparado para dirigir experiencias de descubrimiento y motivar la construcción de ideas geométricas. Es por estas razones que la autora recomienda adelantar procesos en la formación de docentes que deben abordar la enseñanza de los sólidos para que puedan potenciar con propiedad las ventajas de esta temática en la construcción del sentido espacial necesario para el desarrollo del pensamiento matemático.

Otra investigación, elaborada por Betancur et al (2008), pretende reconocer qué procesos y actividades favorecen en los estudiantes habilidades que les permitan hacer representaciones de figuras y objetos tridimensionales en el plano; de las conclusiones obtenidas se destaca que los

estudiantes en la escolaridad inicial no tienen contacto con el pensamiento espacial. Por tanto no conocen las características de los sólidos y menos hacen representaciones adecuadas de los mismos; en el caso del cubo, no son precisas las relaciones de paralelismo y perpendicularidad, pero una vez han usado algunos materiales y actividades guiadas, se evidencia un notable progreso en las representaciones.

En este mismo sentido aparece otra investigación asociada con “El pensamiento visual en la formación del profesorado” Urchegui (2015), en la cual este analiza componentes del pensamiento espacial y visual, así como la importancia que tiene la formación de los docentes que se relacionan con el CI de BP. Este sostiene que la educación visual ha sido trabajada desde las artes, pero que debe abordarse desde la geometría, puesto que la percepción del mundo se puede representar textualmente, pero la manera más comprensible es la representación gráfica. Esta investigación se dio a través de varios test de valoración del pensamiento visual, dando cuenta de las bondades de la representación diédrica.

### **1.5.3 Enseñanza de la geometría a partir del uso de materiales didácticos.**

Para la enseñanza de la geometría usando materiales didácticos (MD) se encuentran tesis como la de Amador (2013), quien sostiene que la enseñanza y el aprendizaje de la geometría debe tratarse a través de la manipulación y hace hincapié en que tradicionalmente los docentes enseñan erróneamente la geometría plana para poder acercarse a la geometría del espacio. Para ello, esta autora se plantea analizar el uso que los estudiantes dan a los cuerpos geométricos, concluyendo la investigación en que el material debe ser estrictamente seleccionado en acuerdo con lo que los estudiantes necesitan, para evitar que se distraigan y a consecuencia no se genere el constructo matemático. También reporta que la familiaridad de los estudiantes con el material concreto permite que emerja el conocimiento de manera natural y por tanto mejoran sus comportamientos, habilidades y actitudes. Entre sus recomendaciones se resalta que el docente debe guiar la práctica en todo momento para garantizar los aprendizajes en el estudiante.

En el trabajo de investigación de Valenzuela (2013), se indaga por los materiales que usan y conocen los docentes, si han tenido alguna capacitación frente a su uso en las prácticas educativas y la utilidad que le dan a la manipulación de esos materiales cuando enseñan geometría. Identifica que estos proporcionan aprendizajes y facilitan el trabajo del estudiante, permitiendo en ellos más

autonomía. Este estudio tiene un desarrollo descriptivo ya que pretende detallar las propiedades importantes de los fenómenos sometidos a análisis, todo esto a través de encuestas y cuestionarios escritos. El estudio indaga los saberes del docente, estableciendo si conocen el material, si fue instruido para su uso y si lo utilizan en clase, de lo que se concluyó que conocen más materiales de los que usan en su práctica pedagógica. También da cuenta que los profesores usan los materiales para lo que fueron instruidos y también en otras situaciones. Específicamente en el uso de policubos solo el 25% de los profesores estudiados sabían de ellos pero no conocían el material.

## **Capítulo 2. Dimensión curricular**

La noción de currículo de Matemáticas según Rico (2013), es un fundamento necesario para el modelo de Análisis Didáctico (AD); en consecuencia, se considera como currículo “cualquier propuesta organizada para planificar y poner en práctica un modo de formación.” (Flores & Rico, 2015, pág. 27). Siguiendo esta postura, se adoptan las cuatro dimensiones que los autores refieren: cognitiva, cultural/conceptual, social y ética/formativa (Flores y Rico, 2015), desde las cuales se asume el conocimiento a abordar en esta intervención, como una estructura que:

- Se encuentra inmersa e influenciada por la cultura que a su vez la determina, se privilegian un conjunto de tópicos que se entrelazan y se configuran de forma global.
- Atiende aspectos cognitivos y afectivos, al prever necesidades, potencialidades y limitantes del que aprende, generar interés por aprender se vuelve importante y deja de ser una simple imposición.
- Tiene en cuenta los contextos y entornos sociales en donde se encuentra la comunidad educativa, ya que influyen en la perspectiva de la gestión didáctica.
- Asume una postura ética y política, que parte de los fines mismos de la educación, de la DM y la importancia de hacer una evaluación del alcance de las actividades implementadas, con el fin de mejorarlas permanentemente.

Así el currículo de Matemáticas se convierte en un mapa de navegación y a su vez un plan de formación, ya que según Rico (2015) “un currículo de Matemáticas delimita y enumera los contenidos matemáticos escolares considerados, enuncia mediante objetivos las expectativas de aprendizaje escolar, describe una metodología con la que se organiza y regula el trabajo en el aula” (pág. 28). Este plan, enmarcado en los fines de la Educación Matemática, traza las líneas de trabajo con los estudiantes (Rico, 2015) y brinda la estructura requerida por los profesores de Matemáticas de CI de BP para realizar su práctica en forma profesional.

### **2.1 Delimitación curricular del objeto matemático**

Desde la descripción de la problemática detectada en la IE, se establece que la representación bidimensional de lo tridimensional en el CI de BP estaba siendo descuidada, ya que curricularmente en ámbitos internacionales y nacionales se establece que debe ser enseñado. Esta

pertinencia se establece a partir de los documentos curriculares vigentes en Colombia, desde los cuales se establece la pertinencia de la temática seleccionada, en los ámbitos curriculares nacionales e institucionales.

## 2.2 **Ámbito nacional del contexto curricular**

El currículo colombiano establece las expectativas de aprendizaje del área de Matemáticas en un conjunto de documentos que se denominan Referentes Nacionales Curriculares y de Calidad, los cuales han sido emanados por el MEN desde el año 1998 y caracterizan lo que se espera sea enseñado a nivel nacional. En estos documentos, se establecen las líneas para el abordaje de la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos, así como la pertinencia y validez de su enseñanza, encontrando en cada uno de ellos para el CI de BP lo siguiente:

- **Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998).** Aquí, la representación bidimensional de sólidos geométricos, se plantea como algo fundamental que debe ser enseñado, ya que:

A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias Matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las Matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. (Lappan y Winter (S.F) citado en MEN, 1998, pág. 39).

Este referente (MEN, 1998) agrupa los conocimientos asociados a la construcción del sentido espacial como parte del pensamiento matemático y lo relacionado con la representación plana de los sólidos en el “Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos” (pág. 37), señalando cómo la enseñanza que se dejó a un lado por la implementación estructuralista debe recuperarse (MEN, 1998). Acentúa el valor del sentido espacial para identificar lo tridimensional en lo real y lo mental, indica una reciprocidad con el dibujo en el ámbito artístico, de tipo rectilíneo para CI de BP, el uso de representaciones asociadas a perspectivas de origen axonométrico, el recurrir a los cubos para componer sólidos y sus representaciones, ya que sugiere que este tipo de materiales facilita más el proceso que los cuerpos redondos.

Otro elemento importante es el carácter semiótico que se le brinda a las representaciones planas de sólidos. Al respecto, en este documento se reconoce que “Hay distintos tipos de tales representaciones. Cada una es importante para resaltar un aspecto, pero es necesario utilizar varias

a la vez para desarrollar y completar la percepción del espacio” (MEN, 1998, pág. 39); este elemento reconoce que cada una de ellas actúa como código y signo cargado de significado (Radford, 2014), lo cual es fundamental cuando se comunica lo que se percibe al visualizar objetos tridimensionales o sus representaciones.

- **Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006).** Este referente se estructura por niveles en los ciclos de escolaridad, plantea acciones que deben lograrse con los estudiantes en cada uno de ellos y relaciona en espiral los procesos y conocimientos matemáticos escolares. Aquí se precisa que “El pensamiento espacial opera mentalmente sobre modelos internos del objeto y con distintos registros de representación [...] Los sistemas geométricos pueden modelarse mentalmente o con trazos sobre el papel o el tablero” (MEN, 2006, pág. 62), lo que plantea una dualidad entre lo mental (pensamiento espacial) y lo manipulable en el papel (sistemas geométricos), que se da de forma simultánea en cada uno de los objetos matemáticos referidos a dicho pensamiento. No puede contemplarse entonces la visualización sin representación.

En el “pensamiento espacial y sistemas geométricos” (MEN, 1998, pág. 37), se contemplan algunos criterios, que si bien no son los únicos, son pertinentes y lo mínimo que se espera lograr con los estudiantes en estas temáticas. Encontramos que para el CI de BP, los enunciados: “Dibujo y describo cuerpos y figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños. Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.” (MEN, 2006, pág. 80), se presentan como acciones que deben realizar los estudiantes y por ende deben ser tenidas en cuenta en la presente investigación.

- **Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas Versión dos – DBA\_V2 (MEN, 2016).** Este referente complementa los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, al presentar lo que se debe trabajar por grado y guiar al docente para alcanzar de forma progresiva el dominio, en este caso, de la representación bidimensional plana de poliedros generadas por tetracubos. Los DBA\_V2 (MEN, 2016) de CI de BP que se relaciona directamente con esta temática se identifican con el número seis en cada uno de los grados que lo componen y al respecto enuncian:

**Grado primero:** “Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (curvo, o

recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras entre otros)” (pág. 11).

**Grado segundo:** “Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales” (pág. 18). **Grado tercero:** “Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas” (pág. 25).

Como resultado de relacionar estos tres documentos, se configura para los profesores de Matemáticas de CI de BP, una ruta para la enseñanza de uno de los componentes fundamentales del pensamiento espacial, como lo es la representación bidimensional de sólidos, y desde lo que se infiere en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), se destaca el uso de los tetracubos como poliedros que facilitan esa labor.

### 2.3 Planificación del currículo y planeación docente

Para los docentes es fundamental la planificación asertiva de lo que se quiere enseñar, teniendo en cuenta las múltiples dimensiones del currículo. Al respecto Niss (2006) citado en Lupiáñez (2009), reconoce que en todo proceso de formación se debe propender por consolidar en el profesor de matemáticas una de las seis competencias que él considera pertinente, la curricular, la cual está “centrada en analizar, evaluar, relacionar e implementar programas formativos y currículos existentes, así como **crear otros nuevos**” (pág. 154); consideramos que esto es extensible al tutor cuando lidera procesos de formación en esta área. Al respecto, Rico (2015) establece que para planificar se debe concretar el contenido a enseñar y prever el aprendizaje a alcanzar, para lo cual se requiere de un “plan completo de actuación para el logro de los aprendizajes propuestos” (pág. 28); esta planificación generalmente queda definida en un dispositivo que lo hace visible, sintetizando el contenido matemático escolar y ubicando al docente ante el aprendizaje que quiere lograr y a los estudiantes ante las tareas que deben realizar (Perrenoud, 2007).

Tanto Rico (2015) como Perrenoud (2007) reconocen que la labor de planificación ha evolucionado y requiere abordarse en equipo para hacerla más contundente; no se discuten las bondades del trabajo colectivo y del acompañamiento entre pares, donde el rol del tutor está direccionado a la búsqueda de puntos en común entre la teoría (lo conceptual) y la práctica real en

el aula (puesta en marcha), asumiendo tal rol como un puente o una forma de cerrar esa brecha planteada por Bishop (2005). Sumado a esto, Rico (2015) reconoce como algo clave “proporcionar a los profesores herramientas conceptuales bien construidas y funcionalmente potentes con las que mejoren su formación” (pág. 29); una realidad determinada desde la experiencia como tutores, se relaciona con el proveer al docente la orientaciones didácticas, para que ellos las utilicen como guías en la creación de planeaciones adaptadas a su contexto, con el acompañamiento del tutor y la mirada puesta en la dimensión curricular correspondiente. De acuerdo con Rico (2015), se logra avanzar en el conocimiento didáctico en Matemáticas a través del proceso de planificación.

De esta manera, se pretende en la investigación direccionar el proceso de formación docente adelantado por los tutores con profesores de matemáticas de CI de BP, a través de la creación de dispositivos de planeación (Perrenoud, 2007), siguiendo la noción de currículo planteada y bajo el modelo de Análisis Didáctico que se basa en los principios de Gómez (2002), Bedoya (2002), Lupiañez (2003) y Rico (2013). Se pretende que mediante la concreción de los dispositivos de planeación se identifiquen las ideas que poseen los profesores de matemáticas alrededor de la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros, se caracterice una parte de su práctica y se analice el impacto de la intervención adelantada por los tutores. Cabe resaltar que bajo este mismo enfoque, los tutores en calidad de formadores, direccionaron el proceso de planeación de las tareas y actividades propuestas a los docentes en la formación que se adelantó, aspecto que quedó concretado como una propuesta metodológica anexa.

Así, los docentes participan del análisis de un contenido matemático escolar guiado por la DM y la labor de los tutores, a través del uso de MD, lecturas, esquemas y mapas conceptuales pensados desde los diferentes organizadores de currículo, buscando obtener la síntesis del proceso adelantado en el dispositivo de planeación conocido por los profesores de matemáticas de la IE Juan María Céspedes como “Plan de Clase”, todo esto enmarcado en el modelo de AD.

### Capítulo 3. Marco conceptual

Con el propósito de avanzar en la construcción de la propuesta de investigación, se proponen elementos de naturaleza conceptual que configuran el modelo local de los organizadores de currículo que se pretenden utilizar para adelantar la formación de profesores de Matemáticas del CI de BP alrededor de la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generadas por tetracubos, los cuales se gestan bajo la estructura del AD. Se concibe al conocimiento matemático escolar, como aquello que debe tener todo profesor de Matemáticas alrededor de los significados de un contenido, desde dimensiones disciplinares y didácticas (Rico, 2015).

#### 3.1 Concepciones sobre formación docente (FD)

Se contempla la formación del profesor de Matemáticas desde los planteamientos del modelo de AD, en el cual se reconoce que entre otros elementos, el diseño y la planificación de la enseñanza y el aprendizaje son fundamentales en la apropiación del contenido didáctico de las Matemáticas (Rico, 2015). De manera complementaria, se consideran planteamientos de Perrenoud (2007), que destacan como la “formación común, en la institución, hace evolucionar el conjunto del grupo, en condiciones más cercanas de lo que unos y otros viven cotidianamente” (pág. 134) lo cual fortalece la cooperación entre pares.

Se asume en esta investigación que la educación del docente se da, como lo dice Gabriel García Márquez (2000), “desde la cuna hasta la tumba”, ya que los primeros rasgos se aprenden siendo estudiante, antes de ser docente, y no terminan con la obtención de un título, no se da por momentos, es permanente y en cierto modo omnipresente; esto hace suponer que enseñar es “un quehacer ya explorado, difícil pero familiar” (Vezub & Alliaud, 2012), algo conocido, que configura parte del sistema de creencias que rige la manera de pensar y actuar del docente, (García, 2006 citado en Vezub & Alliaud, 2012). La formación del profesor de Matemáticas tiene un punto de inicio difícil de establecer, progresa en forma de espiral, está arraigada en su experiencia como estudiante y seguramente no tiene nunca un punto final. Todos los elementos mencionados hacen de éste un proceso complejo.

La práctica del profesor en la IE, como lo sostienen Muñoz, Quintero y Munévar (2001), “es uno de los innumerables factores que afectan la calidad de la educación y los procesos de enseñanza y aprendizaje” (pág. 24); esta realidad es influenciada además por el momento histórico

en el cual se define el rol de profesor. En la actualidad la concepción de la docencia entendida desde escenarios pedagógicos, didácticos, políticos, sociales, culturales, éticos, tecnológicos, entre otros, reconoce al profesor como un sujeto dinámico, protagonista en sus procesos de formación y profesionalización, especialmente en Matemáticas, donde diversas investigaciones sostienen lo escasa que ha sido (Sgreccia, Amaya de Armas, & Massa, 2012).

En esta investigación se retoma la dimensión de “maestro investigador”, estatus dado por Eloísa Vasco (1982), ya que en investigación educativa “Ser investigador solo se entiende, se justifica, se hace posible desde su “ser maestro” y su objetivo último es ayudar al maestro a ser mejor maestro” (Vasco, 1982 citado en Muñoz, Quintero y Munévar, 2001, pág. 25). Esto lleva a considerar que tanto el tutor como el profesor de Matemáticas que interactúa en un proceso de formación, debe concebirse como un “profesional reflexivo y autónomo, con dominio de las Matemáticas escolares, de su didáctica y su pedagogía” (Bedoya, 2002), para lo cual se necesitan modelos gestados a luz de la Didáctica de las Matemáticas.

Estas nuevas concepciones suponen cambios en los objetivos de dichos procesos de formación, y por tanto se deben contemplar “estrategias que posibiliten la reconstrucción de los saberes prácticos, la sistematización, documentación e intercambio de experiencias de enseñanza” (Vezub L. , 2010, pág. 12), en donde la interacción entre profesores y formadores transforme el conocimiento matemático escolar que ambos han construido dentro de un auténtico marco sociocultural (Jaworski, 2008). Este sin duda es un matiz muy especial en esta investigación, ya que se espera ver un proceso de formación matemática entre pares académicos, el profesor de Básica Primaria y el docente tutor del PTA, en donde los saberes de ambos se afectan y se refinan (Jaworski, 2008), gracias a la DM, a pretextos asociados a la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos y el uso de MD adecuados.

Bajo esta perspectiva, el proceso de formación de docentes alrededor de la representación bidimensional de poliedros mediado por tutores es de naturaleza socio-constructivista, tal y como lo plantea Barberà (2006), en tanto se “defiende que la actividad constructiva es resultante de la interacción entre ellos” (pág. 153) y no recarga el proceso en ninguno de los tres elementos planteados. Así, se asume que la construcción del conocimiento matemático escolar se genera debido a la interacción de los tres elementos: profesores de Matemáticas, tutores y contenidos conceptuales asociados a la representación bidimensional de poliedros, como se indica en la figura

2; los docentes participantes en su rol, hacen una construcción personal de los conocimientos puestos en escena, al depender de los esquemas cognitivos que cada uno ha estructurado. Al respecto de esto último, Jaworski (2008) asegura que el tutor, en el rol de formador que en este caso está involucrado en un proceso de formación continua posgraduada, es quien más se beneficia al tener que apropiarse de un saber para poder transmitirlo.

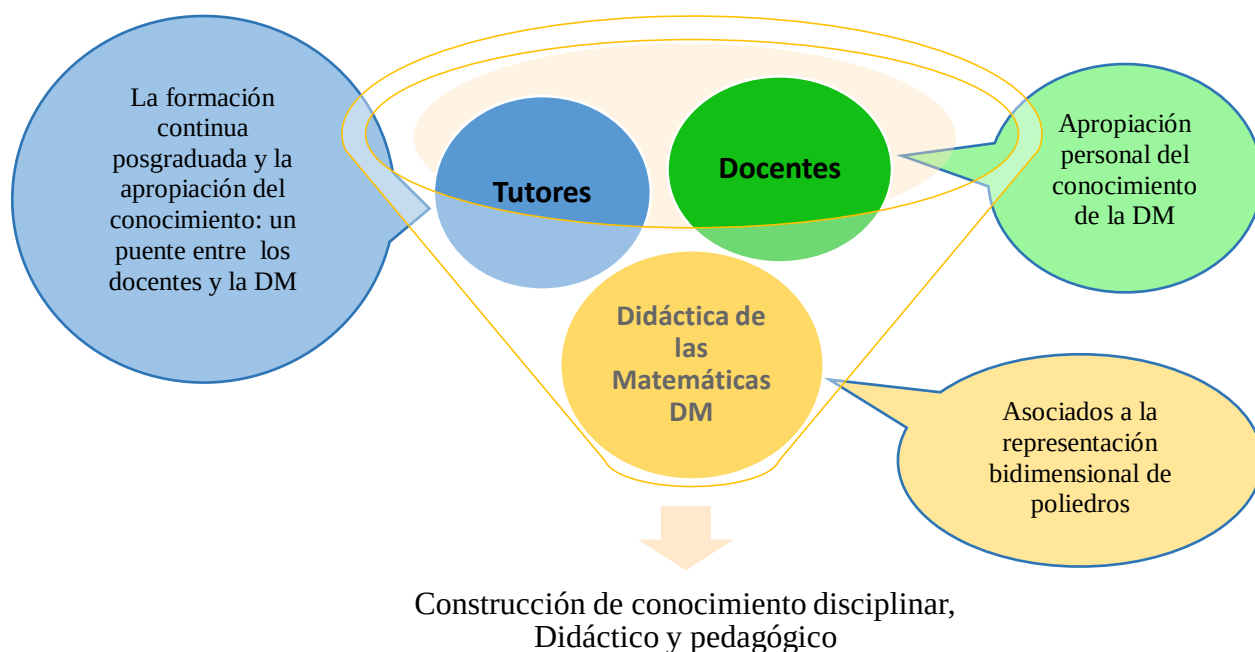


Figura 1. Proceso de formación entre la DM, los tutores y los docentes, bajo un enfoque socio-constructivista. Fuente: elaboración propia, basada en Barberà (2006).

Sin duda alguna, se espera que tutores y docentes se apropien a través de los procesos de formación, de elementos contemplados por la DM, para que estos ayuden a enriquecer su práctica y les permita fortalecer competencias relacionadas con “la capacidad de explicar, de aprender y comprender, de enfrentar críticamente situaciones nuevas [...] no el mero dominio de técnicas o habilidades, ni siquiera la memorización de algunas explicaciones y teorías” (D'Ambrosio, 2007, pág. 101); pero ¿Cómo lograr este cometido? “¿Qué debe saber un profesor para enseñar y lograr que otros sujetos aprendan Matemáticas?” (Pochulu & Rodríguez, 2012, pág. 9) ¿Cómo identificar cuáles son los puentes que unen la práctica con la DM y ayudan a cerrar la brecha que enuncia Bishop (2005) entre lo que debe enseñarse y lo que se enseña realmente?

Muchos interrogantes podrían seguirse planteando en torno a lo que enuncian Bishop (2005), D'Ambrosio (2007) y también afirman desde sus propias perspectivas Gómez (2005), Pochulu & Rodríguez (2012), Flores & Rico (20015) entre otros, quienes han investigado alrededor de diversos modelos de formación para ayudar al profesor de Matemáticas a superar exigencias para las cuales algunas veces no está preparado. Frente a las capacidades y competencias que debe tener el docente que orienta Matemáticas aún no se ha dado la última respuesta, pero es una necesidad que sean contempladas desde la investigación y la DM.

Se asume que el modelo de AD desde la perspectiva de Gómez (2005) y Bedoya (2017), por su carácter investigativo y surgir al interior de la DM, es pertinente para esta investigación, ya que se soporta en elementos históricos, disciplinares, epistemológicos y didácticos, así como en elementos del análisis conceptual y de contenido (Rico, 2013). El AD, usado como modelo para la formación de profesores de Matemáticas, se ubica en un nivel local del currículo (Gómez, 2002), considera el uso del MD como uno de sus organizadores y posibilita la relación entre docentes y tutores, la cual se espera pretenda sea de naturaleza socio-constructivista. De esta manera se propone cerrar la brecha presente entre la DM y las prácticas escolares reales.

### **3.2 Análisis Didáctico (AD)**

El AD en el área de matemáticas es visto por Gómez (2002) como un procedimiento ubicado en el plano local del currículo que “representa una visión ideal de cómo el profesor debería diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (pág. 257), el cual está asociado a los procesos que debe generar un docente cuando pone de manifiesto en el aula su práctica, la cual se sintetiza, según Perrenoud (2007) en dispositivos de planeación. El AD se constituye en un modelo de formación de profesores de Matemáticas (Rico, 2015) a la luz de la DM, al ser considerado como un proceso que debe realizar el docente cíclicamente, con el fin de “movilizar y poner en juego su conocimiento didáctico para diseñar, implementar y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (Lupiañez & Rico, 2003, pág. 2). Para esta investigación, la planificación curricular guiada por el AD es un eje fundamental que estructura, orienta y establece resultados en la intervención y el proceso de formación adelantado.

En ese sentido, cabe resaltar que pertenece a la investigación en DM y son objetivos de sus análisis los conocimientos matemáticos escolares considerados por la Educación Matemática. “Las

finalidades del AD radican en fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación y puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos” (Rico, 2013, pág. 9).

El AD se fundamenta en tareas diversas, que se estructuran en cuatro categorías, dependiendo del propósito de las mismas, las cuales se denominan *Análisis de Contenido*, *Análisis Cognitivo*, *Análisis de Instrucción* y *Análisis de Actuación*. De estos cuatro grupos, los tres primeros se realizan en la fase de planeación (Gómez, 2002), (Lupiañez & Rico, 2003) y el último posterior a la elaboración de la planificación y la puesta en marcha de las actividades.

Podemos ver en la Figura 1 una estructuración gráfica del ciclo de AD, propuesta por Gómez (2002), que sirve de referente para la estructura de marco conceptual, así como en la estructuración y diseño de la intervención.

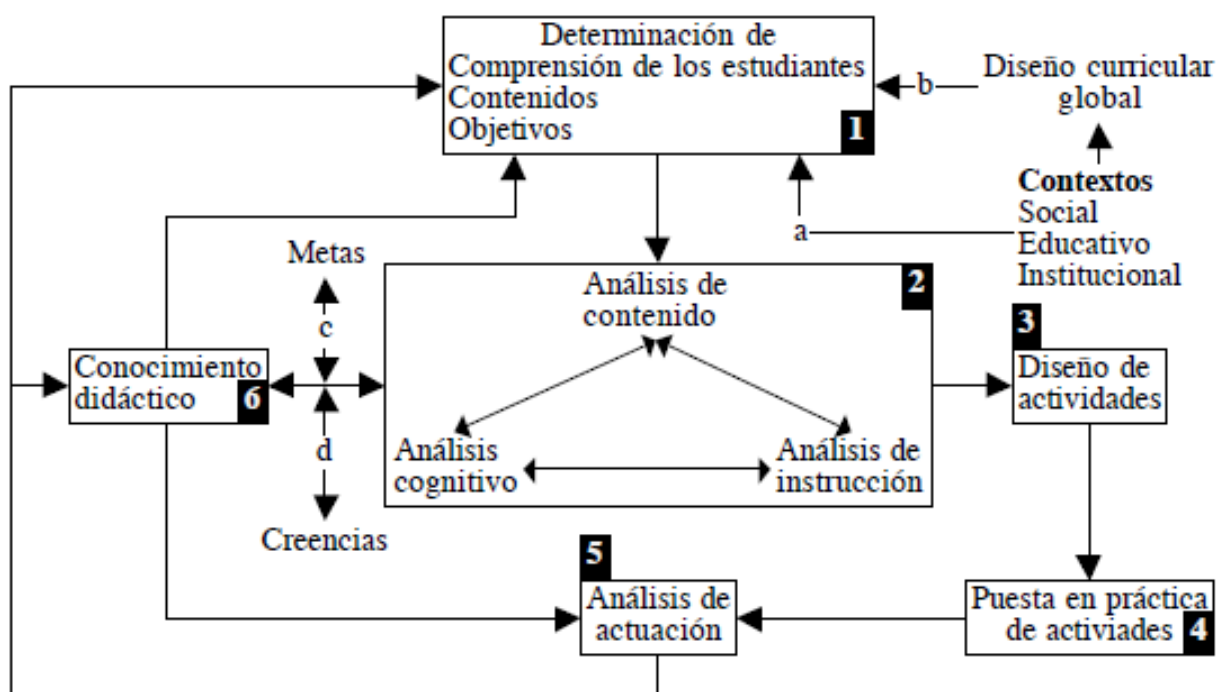


Figura 2. Ciclo de AD. Fuente: Gómez (2002).

Para esta investigación, se retoma el AD desde Gómez (2002) y Bedoya (2002), posturas que lo han evidenciado como modelo de formación de profesores gestado a la luz de la DM y que se adapta fácilmente a los entornos en donde se utilice; sobre al AD, Rico (2015) indica que este

orienta la planeación curricular, al asumirla desde los cuatro análisis que lo componen y que se corresponden con temas de las Matemáticas y lo que él denominó las dimensiones del currículo. Al respecto Flores, Moreno y Del Río (2016) sostienen que

El currículo refleja un aspecto cultural/conceptual que se concreta en el contenido matemático a enseñar, para lo que el profeso necesita realizar un *análisis del contenido*. Al focalizar su atención sobre el alumno, sus posibilidades y obstáculos de aprendizaje, se realiza un *análisis cognitivo*. Para llevar a cabo la enseñanza, el profesor atiende a la dimensión ética o formativa, que requiere *analizar la instrucción*, determinando tareas Matemáticas escolares. Por último, el profesor realiza el *análisis de actuación*, valorando tanto los logros como el proceso. (pág. 142).

Según Bedoya (2002) diseñar dispositivos de planeación, que se conocen en el argot popular como planeaciones, planes de aula o planes de clase, requiere más que fijar la mirada en los momentos de la clase, la secuenciación de conceptos o de procedimientos; necesita de acciones que le permitan al conocimiento matemático escolar cobrar sentido, tanto en profesores como en estudiantes. El modelo de AD permite el diseño de dispositivos de planeación a la luz de la DM, a la par que promueve procesos de formación y autoformación de docentes en ese proceso de síntesis. Así, como parte de las cuatro categorías del AD, se considera entonces a los organizadores de currículo como esos componentes fundamentales para orientar el diseño, desarrollo y evaluación de los dispositivos de planeación (Gómez, 2002), los cuales asumen un carácter objetivo, ofrecen un marco conceptual pertinente para reflexionar y enseñaren Matemáticas, ofrecen criterios para abordar la complejidad que todo esto supone, brindan diversidad de opciones Didácticas y fundamentos disciplinares válidos (Rico, 1997).

En esta investigación, los análisis son contruidos por los docentes tutores y se usan como guía en las interacciones con los profesores de Matemáticas de CI de BP, para que de allí se desprenda el dispositivo de planeación de clase que será contruido entre tutores y profesores, promoviendo procesos de formación simultáneos (Jaworski, 2008). Así, tanto el profesor de Matemáticas participante como los tutores, se apropian de elementos del modelo de AD al acercarse a los organizadores de currículo desde una ruta que se presume genera procesos de formación en diferentes niveles.

Para adelantar este proceso centrados en la representación bidimensional de poliedros, se requiere una mirada específica de los contenidos y organizadores de currículo determinados dentro de la construcción del sentido espacial; se plantea el uso del enfoque de los *Modelos Locales de los Organizadores de Currículo* - MLOC (Bedoya, 2017) los cuales son concebidos como

Un marco teórico-práctico organizador que sostiene el AD necesario para la planificación y desarrollo de propuestas curriculares y didácticas locales y concretas por parte de los docentes de Matemáticas. Constituyen modos de entender el conocimiento profesional por parte del docente y de dotar de significados con fines de análisis sus distintas propuestas y producciones didácticas [...] la propuesta se refiere específicamente a una o más estructuras conceptuales y a unos recursos o tecnologías determinadas (pág. 17).

En relación con los MLOC, cabe decir que facilitan el análisis en el ámbito escolar, en este caso del CI de BP de la DM, así como de las propuestas de tipo curricular que continuamente emergen y a las cuales el docente se enfrenta cuando debe planear y seleccionar elementos que responden a sus objetivos de enseñanza. La característica de Local, permite observar de forma específica elementos conceptuales y estructurales, que configuran un conocimiento matemático y que a la vez determinan modos en que se pone en marcha el currículo (Bedoya, 2002); esta es una de las razones fundamentales por la cual esta investigación se decanta por el uso del enfoque de los MLOC, al ser una manera de poner en funcionamiento el modelo de AD en pro de la formación docente, ubicando la lupa en un componente conceptual importante del pensamiento y el sentido espacial, como lo es la representación bidimensional de lo tridimensional, centrada en los poliedros generados por tetracubos.

Para llegar al diseño del dispositivo de planeación esperado, desde el enfoque de un MLOC en esta investigación, se parte de Bedoya (2002) con la mirada que le da a los análisis conceptual y cognitivo; el análisis de instrucción se retoma desde Gómez (2002), el cual contempla el uso de materiales didácticos, de tareas y su secuenciación (Flores, Gómez y Marín, 2003); con el fin de orientar el proceso de reflexión, el análisis de actuación se sigue desde Flores, Moreno y Del Río (2016). A partir de estos se hace una caracterización de la representación bidimensional plana de poliedros, se estructura el proceso de formación de los profesores de Matemáticas y se orienta la construcción del dispositivo final de planeación de la clase y se desarrollan con mayor amplitud en la sección posterior del marco teórico conceptual; estos se asumen partiendo de las siguientes

precisiones y teniendo en cuenta que la mirada se centra en el profesor de Matemáticas de CI de BP, quien participa en el proceso de formación:

- *Análisis conceptual o de contenido.* Este proceso permite al profesor establecer aspectos de carácter conceptual, que son importantes en la estructuración del contenido matemático escolar a abordar; incluye la "estructura conceptual" (Gómez, 2005, pág. 10) y el análisis fenomenológico (Bedoya, 2002).

- *Análisis cognitivo.* Es entendido como un proceso realizado por el profesor al planear el tema visto desde el aprendizaje (Lupiañez & Rico, 2003); en este se tienen en cuenta las expectativas de aprendizaje, el análisis de dificultades, errores y obstáculos de comprensión y aprendizaje (Bedoya, 2002).

- *Análisis de sistemas de representación y modelización* Está compuesto por “los sistemas de signos por medio de los cuales se designa un concepto. [...] Organizan lo símbolos mediante los cuales se hace presente” (Gómez, 2005, pág. 264), los cuales son importantes para el abordaje de la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos como los poliedros.

- *Análisis de instrucción.* Guarda una estrecha relación con el análisis Cognitivo. En este se piensa en la selección de los materiales didácticos y recursos que potencian el desarrollo de conocimientos, la selección y secuencias de las tareas a trabajar, los cuales serán fundamentales en la planeación de las secciones de clase (Gómez, 2005).

- *Análisis de actuación.* Se asume desde lo planteado por Flores y et al.,(2016), en el cual se propone el uso de herramientas y criterios, que en esta investigación, permitan centrar la mirada en el análisis de las acciones del profesor de Matemáticas y de los tutores, adelantadas en la planeación y ejecución de la clase para establecer los avances que permitan en este caso “cerrar el proceso formativo de manera coherente” (pág. 143).

Se coincide con posturas de Gómez (2002), Rico (2013) y Bedoya (2002), al considerar que elaborar diseños curriculares pensados para el aula, desde un modelo propio de la DM como lo es el AD, brinda una fundamentación conceptual que moviliza positivamente el Conocimiento Didáctico (CD) del docente, el cual se consolida como “la principal fuente de información y formación didáctica profesional, así como el instrumento que permite al profesor de Matemáticas

diseñar y desarrollar las actividades de planificación curricular (macro y micro) y unidades didácticas que le competen” (Bedoya, 2017, pág. 19).

### **3.3 Organizadores de currículo y su uso en los procesos de formación**

Se asume el organizador de currículo desde Rico (1997), como “aquellos conocimiento que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas” (pág. 7), teniendo en cuenta que en esta investigación la unidad didáctica se asume como la concreción en un dispositivo (Perrenoud, 2007) de la planeación generada en torno a un contenido matemático escolar. En ese sentido, el conocimiento matemático para alcanzar el estatus de organizador de currículo debe ser objetivo, establecer opciones conceptuales para enseñar Matemáticas, permitir reflexionar acerca de la complejidad de enseñarlo así como los elementos que ayuden a realizar esa labor; deben ser potentes (Rico, 1997).

Los organizadores de currículo se convierten entonces en una opción para abordar desde la DM el ejercicio de planeación y se dejan de lado prácticas equivocadas, orientadas por el afán de diligenciar un formato, secuenciar tareas y contenidos y seguir libros de texto no especializados; utilizarlos permite ahondar los conocimientos profesionales del docente alrededor de un contenido matemático escolar (Rico, 1997), desde lo disciplinar, lo Didáctico e incluso lo pedagógico. De los ocho organizadores de currículo que propone Rico (1997), se propone el uso de los siguientes, por la potencia que representan para esta investigación:

- Los Referentes Curriculares Nacionales, al permitir establecer la pertinencia y ubicación de los contenidos matemáticos escolares a nivel local.
- La estructura conceptual del contenido, abordada desde la DM.
- El análisis fenomenológico, al permitir encontrar contextos que acerquen el contenido a la realidad de los estudiantes.
- Los sistemas de representación, que en este caso desde la búsqueda de cómo enseñar a representar bidimensionalmente tetracubos se convierte en una categoría de investigación fundamental.
- Las dificultades de los estudiantes de CI de BP en cuanto a la representación bidimensional de sólidos geométricos.

- Los Materiales Didácticos, vistos como los puentes que cierran la brecha entre los profesores de Matemáticas y el discurso de los tutores desde la DM, que se espera sea transferido en manera análoga al docente y sus estudiantes.
- El análisis documental elaborado en la investigación, a partir de la revisión bibliográfica realizada.

Cada uno de estos organizadores de currículo es recopilado por alguno de los análisis del modelo de AD en la ampliación realizada más adelante en el marco conceptual. En esta investigación se propone su uso por parte de los tutores, para orientar los espacios de interacción con los docentes y como guía de concreción del dispositivo de planeación que se espera generar.

### **3.4 Organizadores de currículo centrados en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros: ejes del proceso de formación docente**

En acuerdo con los planteamientos del AD, siguiendo a Gómez (2002) y Bedoya (2002), se requiere de la identificación de diferentes aspectos en relación con el conocimiento matemático escolar a abordar, los cuales deben ser tenidos en cuenta desde la enseñanza con el fin de transformar el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, luego de establecer la pertinencia curricular, se estructuran los organizadores de currículo en cada uno de los análisis del modelo local de AD, con el fin de estructurar con y a partir de ellos el proceso de formación vislumbrado.

#### **3.4.1 Análisis conceptual o de contenido.**

Los organizadores del currículo que lo constituyen, permiten establecer las redes conceptuales, contextos fenomenológicos y sistemas de representación necesarios para abordar la enseñanza (Rico, 2015), aportando así a la configuración disciplinar del conocimiento matemático escolar a abordar.

##### **3.4.1.1 Estructura conceptual.**

Al considerar la matemática como disciplina que da origen a diferentes conceptos, se establecen propósitos que apuntan a la enseñanza para la construcción del sentido espacial, tanto con los docentes en formación como con los tutores en el rol de formadores. Para tal fin se establecen las siguientes precisiones conceptuales que configuran la red conceptual a abordar.

**a. Geometría espacial.** Asumimos la geometría como la ciencia del espacio físico en el cual los estudiantes interactúan y un medio para estructurar el pensamiento lógico; siguiendo las afirmaciones de Freudenthal (1971) y Guillen (2010), en el CI de BP se asume como un “nivel de actividad para preparar a los estudiantes para niveles superiores” (Guillen 2010, pág. 24), ya que en estos grados se requiere básicamente comprender geométricamente el espacio. Para esto, su enseñanza requiere estar mediada por experiencias con material concreto, para conocer, definir, reformular e ir conectando los saberes hasta llegar a un desarrollo lógico que quedará fijado desde la manipulación (Guillen, 2010).

Este principio lleva irremediablemente a iniciar la enseñanza de la geometría por lo espacial (Freudenthal, 1973; Gutiérrez, 1998; Alsina, 2000; Jones, 2002; Godino et al, 2003; Guillen, 2010), especialmente en el CI de BP. Al respecto Guillen (2010) coincide con Freudenthal al aceptar que lo espacial se desarrolla de forma intuitiva y creativa, así como que la geometría debe estar presente en todos los niveles. Siguiendo estos razonamientos, se acepta “el comienzo por las tres dimensiones para ir desde ellas a menos dimensiones” (Guillen, 2010, pág. 26), lo que permite avanzar desde la exploración y uso de poliedros tridimensionales a la representación bidimensional en CI de BP, con el fin de desarrollar los fundamentos geométricos que aportarán a niveles superiores de razonamiento.

**b. Noción de espacio.** Una definición de corte tradicional en donde “se considera el espacio como el conjunto de todos los puntos” (Godino & Ruíz, 2002, pág. 459), permite comprender la complejidad que deben enfrentar los docentes cuando deben abordar lo espacial. Enseñar la noción de espacio y cómo representarlo es fundamental (Gutiérrez, 1998), (Guillen, 2010), (Godino et al., 2016), máxime si se requieren habilidades para interpretar códigos, signos y símbolos en registros 2D, que suponen una mediación semiótica (Vergel, 2015) de naturaleza abstracta. Para aportar desde la enseñanza de la geometría a la construcción de la noción de espacio, es importante considerar como se da este proceso en los estudiantes de CI de BP.

Aportes como los de Castro (2004), quién ahonda en los postulados de Piaget e Inhelder (1948) sobre cómo se construye la noción de espacio, coincide en que su construcción inicia en forma espontánea y que en su desarrollo se presentan dificultades generadas por el proceso educativo, debido a que “se ha hecho énfasis en la enseñanza de la Geometría Euclidiana, es decir en el espacio de longitudes, líneas, distancias, áreas, medidas y volúmenes y se descuidan los otros

dos aspectos del «espacio total»: el topológico y el proyectivo” (Castro, 2004, pág. 163). Frente a esta situación, Piaget (1948), aseguraba que la noción de espacio se construía enseñando en un orden inverso al desarrollo histórico de la geometría, es decir, abordando primero lo topológico, luego lo proyectivo y finalmente lo euclidiano (Castro, 2004). La manera en que tradicionalmente se ha orientado la geometría en las aulas, es considerada por diversas investigaciones como una de las causas de fracaso en la enseñanza de lo espacial.

El aprendizaje de lo espacial se hace más relevante si los docentes tienen en cuenta que las primeras experiencias se dan, según Piaget (1948) y Freudenthal (1973), principalmente en dos etapas: de percepción en donde a través del contacto directo descubren que el mundo es tridimensional y luego de representación, que les permite recordar el objeto aún en su ausencia (Cañizares y Serrano, 2008), estableciendo así uno de sus potenciales formativos. Por lo tanto, la noción de espacio debe enseñarse desde sus propiedades o dimensiones, inicialmente desde lo *topológico* (globales, que son independientes, tales como la proximidad, separación, ordenación, cerramiento, continuidad), pasar a lo *proyectivo* (predictivas frente al aspecto que tendrá una figura desde diversos puntos de vista) y llegar por último a lo *euclidiano* (en relación con tamaños, distancias, ángulos, medidas) (Godino y Ruíz, 2002; Castro, 2004; Urchegui, 2015), para construir de manera coherente el sentido espacial, los conocimientos geométricos y los elementos que le permitan realizar representaciones bidimensionales de objetos como los tetracubos.

Así, en la búsqueda de la consolidación de lo espacial, el proceso de formación de los docentes de CI de BP estará centrado en la enseñanza de la geometría proyectiva, al darse aquí una mediación entre lo topológico y lo euclidiano.

**c. El sentido espacial.** Para comprender la noción de espacio, el docente debe conocer cómo ayudar a los estudiantes a desarrollar el sentido espacial, el cual Flores, Ramírez y Del Río (2015) ponen al nivel de una competencia que permite al individuo interactuar en un entorno, identificar figuras, interpretar sus propiedades, relacionarlas y pensar con ellas y que se desarrolla a partir de procesos de percepción visual y táctil. Este va más allá de la memorización o la aplicación de procedimientos y se plantea como una destreza necesaria para dar solución a situaciones problema que tienen que ver con lo espacial, para lo cual se debe estructurar un repertorio amplio de imágenes mentales, generadas a partir actividades de observación y manipulación mediadas por el uso de diversos MD.

De acuerdo con Flores et al (2015) el sentido espacial está conformado por dos componentes: el primero, manejo de conceptos geométricos que hace referencia a tres aspectos: propiedades de las formas y de las figuras, relaciones geométricas y ubicación y movimiento; el segundo, las destrezas para visualizar que abarca la orientación y la visualización. En relación con la enseñanza de la representación bidimensional, Romero y Cañadas (2015) abordan los siguientes elementos:

- **Propiedades y formas**, ya que las formas bidimensionales y las figuras tridimensionales tienen propiedades que permiten su identificación, ordenación y clasificación. Las diversas representaciones tridimensionales de los poliedros permiten entender el mundo sólido en que vivimos, construir e interpretar representaciones bidimensionales permite establecer conexiones entre la geometría de dos y tres dimensiones.

- **Relaciones geométricas**. Las formas planas y los cuerpos sólidos pueden estar compuestos o descomponerse en otras formas de dos o tres dimensiones. Las relaciones de perpendicularidad, paralelismo, ángulos, caras, aristas y vértices, muy particulares en las figuras tridimensionales y las formas bidimensionales, que se conservan o cambian cuando la representación pasa de lo 3D a lo 2D; entender las dinámicas ocurridas entre los cambios de registros de una representación (Duval, 2006), estableciendo lo que permanece invariante y lo que varía cuando un sólido como un poliedro pasa de una representación maciza en madera a una imagen en papel y sigue significando un poliedro, es un aporte clave en este componente. No es memorizar las definiciones, se trata de aprender a identificarlas y a utilizarlas.

- **Ubicación y movimientos**. Las figuras presentan regularidades que resultan invariantes al realizar movimientos, así se perciban de manera diferente desde diversos puntos de vista. Este aspecto, muy importante, agrupa una fuente de dificultades que debe ser sorteado por el docente.

En cuanto al segundo componente, **las destrezas de visualización**, es importante tener en cuenta que:

- **La orientación espacial** es necesaria para entender cómo están organizados los elementos en el espacio, evocarlos e identificarlos desde diferentes puntos de vista (Gutiérrez, 1998; Guillen, 2010; Flores et al, 2015; Godino et al, 2016). Considerar este aspecto permitirá entender que el observar a los poliedros desde diferentes posiciones brinda imágenes parciales o

vistas generalmente diferentes, pero asociadas a la misma forma, es decir varían las vistas pero el poliedro es el mismo, algo muy importante para la geometría proyectiva.

- **La visualización** es un elemento importante para la representación bidimensional. Era vista como capacidad imaginativa, pero desde la DM actualmente considera que además de ver, es necesario reflexionar alrededor del objeto, sus representaciones, su estructura, la configuración de sus partes y posibles transformaciones del elemento (Godino et al., 2016). Diferentes investigaciones han ratificado que se requiere una importante atención alrededor de la enseñanza y/o el aprendizaje de lo tridimensional, ya que “es un elemento importante en infinidad de actividades de la vida, no solo en las relacionadas con el aprendizaje escolar o con la geometría” (Gutiérrez, 1991, pág. 44), especialmente en términos de actuación como ciudadanos de un mundo cada vez más saturado de estímulos visuales (Jones, 2002). Siguiendo a Gutiérrez (1991), la visualización está determinada por tres componentes fundamentales:

1. **Las imágenes mentales.** Siguiendo a Presmeg (2006), se establece que son una elaboración del visualizador para representar algo que ve y poder manipularlo cognitivamente; las clasifica en cinco categorías: concretas pictóricas (fotografía mental detallada), kinestésicas (con movimientos deícticos), patrones (esquemas de representaciones abstractas gráficas de los significados sin detalles), fórmulas memorizadas (esquemas o algoritmos) y dinámicas (ella misma se mueve o se transforma). Un amplio repertorio de imágenes y de habilidades para manipular la información que éstas poseen, mejora la capacidad de visualización.

2. **El visualizador.** Según Fischbein (1993), es tan relevante quien observa algo como lo observado, por la influencia de sus condicionamientos cognitivos, sociales y culturales (Husserl, 2000). Según Bishop (1989), el visualizador construye imágenes mentales de dos formas: a través del PV o Procesamiento Visual, donde se extrae información de un ícono y de la IFI o Interpretación de Información Figurativa, en la cual la información no se da en imágenes sino a través de expresiones verbales que generan una imagen mental.

3. **Habilidades.** Como tercer componente, Gutiérrez (1991), destaca los aportes realizados por Del Grande (1990), sobre el sentido espacial y las habilidades usadas para crear y realizar PV (Gutiérrez, 1991); estas habilidades, se combinan entre sí y son básicamente: la coordinación motriz de los ojos; la identificación visual; conservación de la percepción; reconocimiento en el espacio de las posiciones con un objeto o punto de referencia; identificación

de relaciones espaciales como simetría, paralelismo, perpendicularidad, entre otras; discriminación visual; memoria visual.

La configuración de estos componentes permite potenciar la visualización y se convierten en una guía para la selección o diseño de tareas necesarias para acercarse a la representación bidimensional y la enseñanza de la geometría espacial.

### ***3.4.1.2 Los sólidos geométricos: el caso de los poliedros generados por los tetracubos.***

Ya que se ha asumido un enfoque de enseñanza de la geometría influenciado por Guillen (2010) y Freudenthal (1973), se utilizan sólidos geométricos para facilitar la representación bidimensional en perspectiva de objetos tridimensionales, ya que según lo enuncia Guillen (2010), los sólidos permiten el estudio de tres a menos dimensiones. En este sentido, siguiendo las sugerencias de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas “se puede empezar por dibujar cubos y cajas en perspectiva, (...) en perspectiva es difícil dibujar las elipses que representan las distintas maneras como aparece un círculo desde distintos puntos de vista. Por eso puede ser aconsejable limitar la perspectiva a figuras rectilíneas” (MEN, 1998). Por otro lado, investigaciones adelantadas por Bishop (1979), Ben-Haim, Lappan & Houang (1985), Gutiérrez (1998) y Guillen (2010), se toman como sólidos geométricos para trabajar la temática, los poliedros generados por policubos que incluyen a los tetracubos, buscando así privilegiar la consolidación de lo topológico y lo proyectivo sobre lo euclidiano (Godino & Ruíz, 2002) y se respetan las capacidades y habilidades cognitivas de los estudiantes de este ciclo de primaria.

Se plantea el uso de los tetracubos en esta investigación, ya que de acuerdo con Guillen (2010), “el mundo de los poliedros deriva de que es un mundo de tres dimensiones que admite con flexibilidad organizaciones locales y los objetos de dos y una (dimensión) están presentes de forma perspicua” (pág. 26), además, desde sus enunciados se reconoce que al ser los tetracubos poliedros, permiten muchas opciones para trabajar en geometría, bajo enfoques intuitivos y experimentales. Puede inferirse entonces, que en el proceso de formación de los profesores de Matemáticas de CI de BP, se debe refinar el conocimiento matemático escolar en relación con los poliedros, en el plano de lo topológico y lo proyectivo, con el fin de buscar potenciar estos rasgos en la construcción del sentido espacial, que se ven opacados por los afanes de memorizar lo euclidiano.

Por otro lado, asumir este enfoque permite a los docentes ampliar el concepto de poliedro, al reconocer otro tipo de clasificaciones que se relacionan con diversos elementos que se encuentran en el entorno y que van más allá de aquellas prototípicas estudiadas de forma tradicional.

Por consiguiente, se rescata uno de los intereses de la geometría, el estudiar las características, propiedades, relaciones, dimensiones y formas de los objetos, a través de sus múltiples representaciones (Steen, 1998 citado por Andonegui, 2006; Godino y Ruíz, 2002). Así, se asume una mirada al margen del espacio euclidiano y se promueve la exploración de elementos que configuran un sólido geométrico desde representaciones que incluyen las proyectivas, ya que como lo dice Guillen (2010):

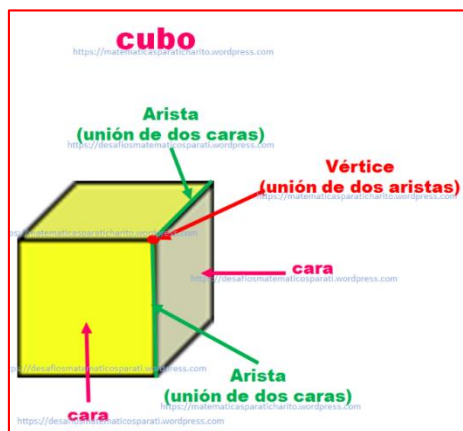
“el mundo de los poliedros ofrece diversas posibilidades para desarrollar un trabajo intuitivo-experimental que permite desarrollar el pensamiento lógico inductivo. Se comienza con un estudio intuitivo de formas (el estudio de las figuras planas está inmerso en el de los sólidos) donde la estructura deductiva aparece muy poco” (pág. 26).

Al respecto y retomando lo enunciado por Ben-Haim , Lappan , & Houang, (1985) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), en el CI de BP se inicia el estudio de atributos mensurables y magnitudes en los objetos, entre ellos el área y el volumen, las cuales inducen a los estudiantes a leer y dibujar arreglos de cubos presentados generalmente en forma isométrica o caballera (Ben-Haim , Lappan , & Houang, 1985). De ahí que el uso de los multicubos (Gutiérrez, 1998) delimitados a los tetracubos como materiales didácticos (Coriat, 2008), sean una excelente opción para tener poliedros no convencionales, fáciles de representar y que a su vez sirvan de fundamento en la ampliación de los contenidos matemáticos escolares a enseñar.

Es así como a partir del análisis de estos planteamientos y de las sugerencias de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) de trabajar con cubos y cajas, nace la idea de adelantar el proceso de formación de profesores de Matemáticas de CI de BP, alrededor de las representaciones bidimensionales de poliedros generados por tetracubos, a través del uso de MD. Siguiendo a Freudenthal (1971), se asume los poliedros como “cuerpos geométricos cuyas caras externas son todas polígonos” (Andonegui, Cuadernos geométricos n° 16: Cuerpos geométricos, 2007), como una definición que permite centrar la atención de los profesores de Matemáticas de Básica Primaria y de los investigadores, en aspectos ignorados de la geometría

espacial que esta clase de sólidos potencian. Los elementos a tener en cuenta en el reconocimiento conceptual de los poliedros según Andonegui (2007) e ilustrados en el cubo de la figura 3 son:

- Caras: formas poligonales planas que delimitan al poliedro.
- Aristas: los lados de los polígonos que representan las caras del poliedro.
- Vértices: puntos donde convergen aristas y caras de un poliedro.



*Figura 3* Elementos del cubo. Fuente:

<https://matematicasparaticharito.wordpress.com/2016/01/13/cuerpos-geometricos-ejemplos/>

Dado que el nivel de enseñanza es el del CI de BP, se utilizarán solo estos elementos para estructurar conceptualmente a los poliedros. Por otro lado y siguiendo a Guillen (2005) y Flores et al (2015), que proponen usar poliedros prototípicos y otros no convencionales y la intención de mediar su conocimiento con diferentes MD, se retoman los policubos, ya que parten del cubo como unidad de representación tridimensional básica, regular y prototípica excelente para iniciar la exploración de los poliedros, (elementos, propiedades y relaciones geométricas); por otro lado, múltiples cubos del mismo tamaño brindan la posibilidad de realizar arreglos combinatorios, conservando la unión ortogonal de sus caras, pero permitiendo de forma sencilla trabajar estructuras por módulos y volumétricas que se relacionen con formas arquitectónicas (Serrentino y Molina, S.f.), (Gutiérrez, 1998).

Pero, los policubos son una gran agrupación de sólidos, por lo cual se hace necesario restringir su uso a los generados por cuatro cubos: los tetracubos, ya que generan ocho modelos de

representación tridimensional donde hay poliedros cóncavos y convexos, fácilmente asociables a diferentes familias de poliedros (Guillén Soler, 2005) y a elementos arquitectónicos.

En la figura 4, vemos los ocho modelos de tetracubos con la nomenclatura de Coffin (1991), quien ha investigado esta clase de policubos. En esta investigación, se tendrán en cuenta los ocho tetracubos y el principio de conservación de la percepción (Gutiérrez, 1991), considerando que a pesar de las transformaciones será el mismo poliedro, siempre y cuando la disposición de los cubos siga siendo la misma.

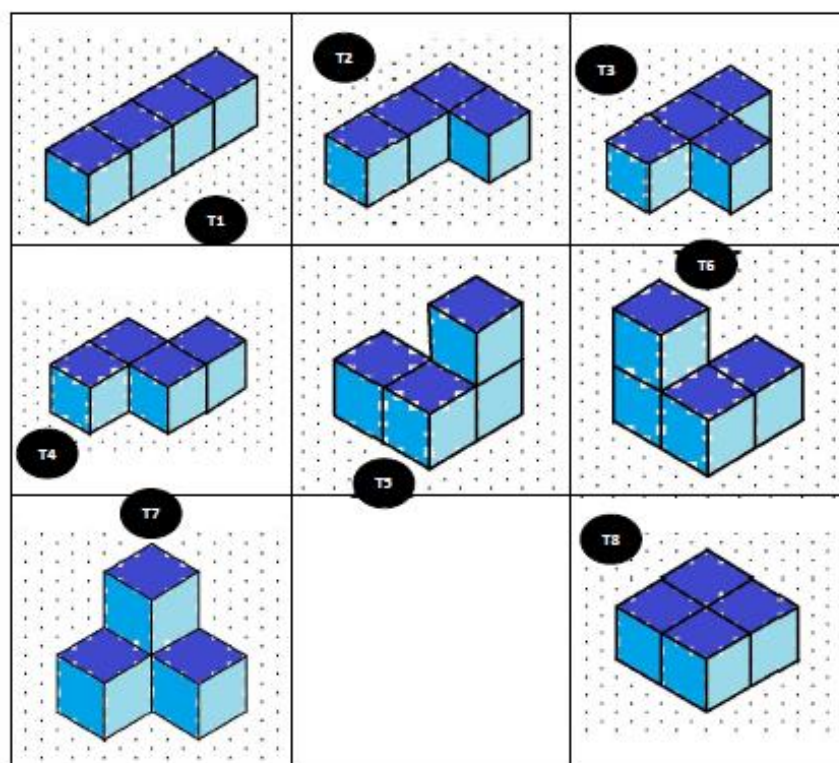


Figura 4. Modelos de tetracubos, codificados según Coffin (1991). Fuente: elaboración propia.

Así, un supuesto teórico en esta investigación es creer en los tetracubos como un pretexto para ampliar los conocimientos matemáticos escolares de los docentes alrededor de las características y la clasificación de los poliedros. Con el fin de brindarle a los profesores de básica primaria un contexto que les permita visualizar a los tetracubos como una familia de los poliedros, se propone dar a conocer otras familias no prototípicas que se derivan de los sólidos platónicos,

como son los de Catalán, los Arquimedianos, los de Johnson y los policubos, que a su vez permiten abordar otros aspectos de la geometría espacial que se dejan de lado cuando se limita la mirada a los sólidos regulares, los prismas, las pirámides y los cuerpos redondos como elementos aislados entre sí. El retomar el cubo como unidad fundamental de los tetracubos, relaciona elementos conocidos por los docentes, amplía su mirada en la clasificación de los poliedros y facilita la representación bidimensional desde perspectivas isométricas y caballeras, sin dejar de lado lo topológico y lo proyectivo.

Con el fin de profundizar un poco en el tema de los poliedros y llevar a los docentes a conjeturar y reevaluar lo que conocen acerca de ellos y su clasificación, se les presenta el mapa conceptual de la figura 5, el cual pretende movilizar los conocimientos matemáticos escolares que poseen, ya que como lo enuncia Guillen (2005), cuando la clasificación de poliedros es vista desde las Matemáticas, se analizan los elementos, criterios y demás, surgiendo interrogantes que al abordarse permiten establecer categorizaciones y conceptualizaciones que refinan el saber. Este es uno de los aspectos a abordar con los docentes a través de las tareas que se proponen en la intervención.

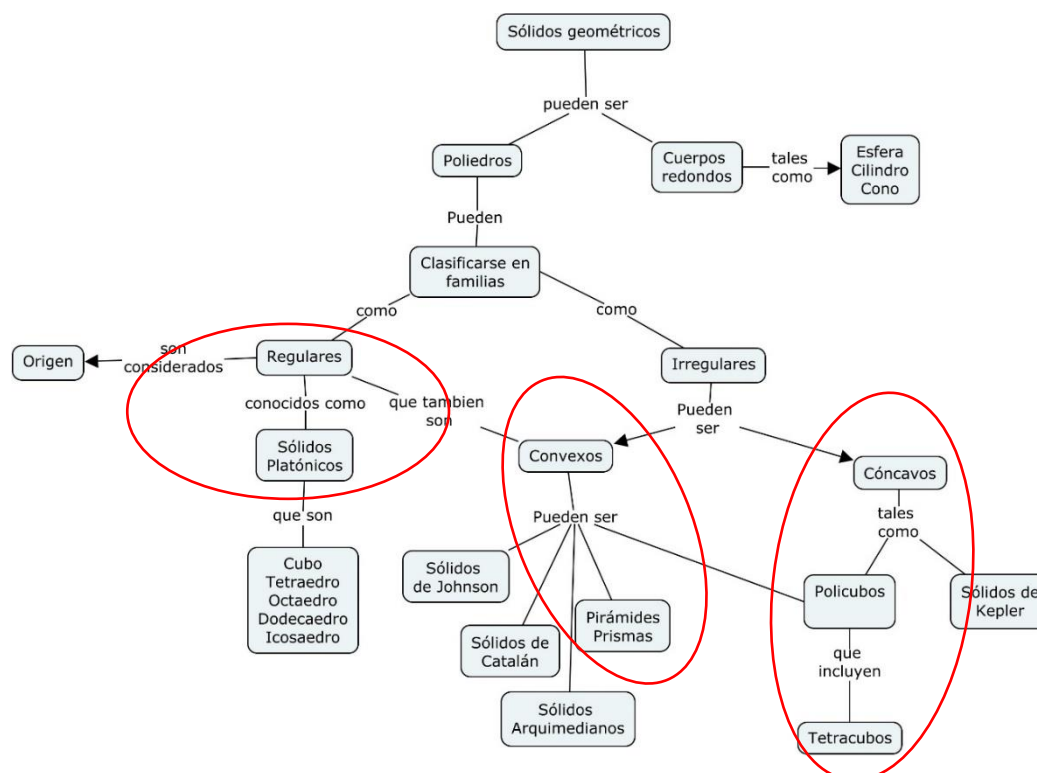


Figura 5. Clasificación de los sólidos geométricos basada en investigaciones de Guillen (2005), (2010). Fuente: elaboración propia.

En aras de refinar la estructura conceptual de los docentes, se espera que el abordaje del mapa conceptual propuesto y el análisis de otras familias de poliedros como las de Johnson, Catalán, policubos y Arquimedianos, amplíen sus redes conceptuales. Si bien algunos de los poliedros generados por tetracubos no son prototípicos, en la arquitectura moderna han servido de inspiración en novedosas construcciones (Serrentino & Molina, S.f.), permitiendo que el tema asociado a la vivienda (Gutiérrez, 1998), (Godino & Ruíz, 2002), pueda ser abordado en el CI de BP desde los modelos rectilíneos de las casas *container*, proporcionando una situación en contexto para la elaboración de representaciones tridimensionales y bidimensionales mediadas por los tetracubos.

### **3.4.1.3 Análisis fenomenológico.**

En la construcción del sentido espacial, los profesores de matemáticas tienden a emplear situaciones de enseñanza de carácter axiomático, que no son consecuentes con el proceso sugerido por la DM (Castro 2004); (Guillen, 2010); (Sgreccia, Amaya y Massa, 2012). Es necesario tener en cuenta que los elementos geométricos, según Freudenthal (1973), se encuentran presentes en el mundo real o tangible representados de diversas formas, pero como objetos matemáticos son de naturaleza mental y se encuentran en contextos geométricos idealizados, en palabras de Platón (386 aC)) en el mundo de las ideas. Es necesario para los docentes de CI de BP tener en cuenta que son más importantes las situaciones relacionadas con el mundo real o sensible, dentro del cual se encuentran las dimensiones topológicas y proyectivas, en donde la geometría y el sentido espacial cobran sentido.

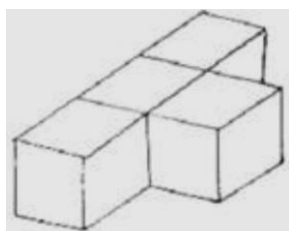
Al respecto, Moreno (1998) afirma que los fenómenos en donde se empieza a estructurar el concepto de espacio y sus elementos están fuera de los procesos experimentales y geométricos, están ligados a contextos visuales de formas, figuras, contornos y líneas de visión, que podría decirse son elementos contruidos por el ser humano que elabora entidades geométricas

Los objetos geométricos, como conceptos, se elaboran a partir de los objetos mentales constituidos como medios de organización de las figuras geométricas observadas, para lo que sus definiciones han de desprenderse de las propiedades sensibles de esas figuras que pretende organizar (Moreno, 1998, pág. 140).

Por consiguiente, los fenómenos en geometría donde se configuran conceptos en relación con lo espacial, deben enriquecerse desde contextos diversos. En este sentido, Cañizares & Serrano (2008) establecen cuatro contextos para el abordaje de la geometría: el entorno natural, el entorno artístico y arquitectónico, los juegos y los entornos virtuales. En esta investigación, consideramos el entorno artístico y arquitectónico, por la importancia que este ha tenido en el desarrollo histórico de la geometría y la cercanía que puede establecer el profesor de Matemáticas de CI de BP desde éste con sus estudiantes, al tener en cuenta que “Las primeras producciones gráficas del niño no apuntan a un grafismo lingüístico, sino más hacia una representación ideográfica, espacial y emocional de sí mismo y de su entorno” (Machón 2009, citado por Urchegui Bocos, 2015, pág. 144)

Así, para la representación bidimensional de lo tridimensional, utilizar el papel y el entorno que brinda la educación artística a partir de poliedros generados por materiales, se convierte en un contexto fenomenológico ideal. Aunado a esto, desde lo arquitectónico y una postura de la matemática crítica, se utilizan las casas contenedor o container como una situación que acerca a los estudiantes a representaciones tridimensionales reales de algunos poliedros, convencionales y no prototípicos, partiendo de una tarea propuesta por Godino et al (2003) y que se acompaña con la figura 6, destacada también por Gutierrez (1998) al facilitar el trabajo de construcción de poliedros, la cual consta de tres actividades:

Actividad 9: Cada grupo de cuatro alumnos tiene cuatro cubos. Construir una casa con estos cuatro cubos de manera que cada dos cubos se toquen. Actividad 10: Construye todas las casas posibles. ¿Cuántas hay? Dibújalas. Actividad 11: Pon los cuatro cubos en posición de "T" y dibuja las vistas (alzado, planta y perfil) (Godino, Batanero , & Font, 2003, pág. 120)



*Figura 6.* Ejemplo de casa con cuatro cubos, la cual es uno de los tetracubos. Fuente: Godino, Batanero y Font (2003)

En este sentido, la intersección de los entornos artísticos y arquitectónico, en relación con las situaciones expuestas por Godino et al (2003) y Gutiérrez (1998), al pensar en las casas *container* para acercar a los estudiantes a la temática de forma más realista, llevo a que otro elemento importante surgiera para terminar de configurar el aspecto fenomenológico de esta investigación y alcanzar los propósitos planteados: el uso de los tetracubos, como material didáctico generador de poliedros convencionales y no prototípicos.

### **3.4.2 Análisis cognitivo.**

En este análisis es importante revisar las expectativas de aprendizaje expresadas en las competencias (Lupiañez y Rico, 2003) que se pretenden fortalecer en los profesores de Matemáticas y por ende en los estudiantes, las dificultades, errores y obstáculos (Gómez, 2002) a los que se enfrentan los estudiantes cuando deben aprender a representar bidimensionalmente poliedros.

#### **3.4.2.1 Características cognitivas de los estudiantes de CI de BP frente a la representación bidimensional plana.**

Los estudiantes de CI de BP están en edades que oscilan entre los 6 y 9 años. Alrededor de los 6 años el niño termina de construir las nociones de tipo topológico que enuncia Piaget (1948), a través de acciones de “reconocimiento y representación gráfica de acercamientos, separación, orden, contorno y continuidad” (Castro, 2004); en sus dibujos, la imagen original sufre transformaciones en las longitudes, la medida de los ángulos, el área y volumen representado, se altera el paralelismo y la perpendicularidad, así como las proporciones; sin embargo otras propiedades geométricas continúan invariantes, por ejemplo lo que tiene que ver con el cerramiento del objeto a representar, las características que están dentro y las que deben ir fuera, entre otros.

Las habilidades de representación de tipo topológico surgen en ellos de forma natural. Sin embargo para que se desarrollen las de tipo proyectivo, se requiere un proceso de formación que ha estado ligado desde sus orígenes con el ámbito artístico (Urchegui, 2015), a pesar de ser necesario para este tipo de representaciones comprender que se dan “transformaciones en las cuales, a diferencia de lo que ocurre en las de tipo euclidiano, las longitudes y los ángulos experimentan cambios que dependen de la posición relativa entre el objeto representado y la fuente

que lo plasma.” (Castro, 2004, pág. 165). Sin formación, un estudiante de CI de BP no alcanza a comprender esta dimensión proyectiva en las representaciones, mucho menos a construirlas, y la comprensión de lo euclidiano se verá altamente comprometida en grados superiores, cuando las representaciones sean de tipo algorítmico o axiomático.

Por lo tanto, es importante que el docente conozca que la geometría tiene un campo proyectivo y que desde la DM es necesario reflexionar en cómo enseñar a construir representaciones de tipo proyectivo desde CI de BP y que esto implica adelantar procesos de formación con los profesores de Matemáticas en primera instancia. Así, extrapolando las conjeturas de los Van Hiele (1957), un estudiante sin educación geométrica en lo proyectivo, se quedará en la etapa de lo topológico; para que evolucionen a lo proyectivo, se requiere un proceso de formación, que ha estado ligado desde sus orígenes con el ámbito artístico.

Es así, como investigaciones relacionadas con Luquet (1929) y la forma en que dibujan los niños de manera espontánea, son de gran ayuda para comprender los fenómenos que ocurren en el orden de lo geométrico proyectivo y los procesos de representación bidimensional. Al respecto, un aporte muy importante es el realizado por Mitchelmore (1974) a partir de la recopilación y análisis de datos por más de dos décadas, a partir de actividades en las cuales estudiantes de Primaria y Secundaria debían elaborar representaciones bidimensionales de sólidos en 3D a partir de su visualización. Es así como establece cuatro etapas: esquemática plana, esquemática espacial pre-realista y realista, retomadas por Gutierrez (1998), en la que según él es posible categorizar a los estudiantes dependiendo de como dibuja.

A la par, Majluf (1980) en su investigación “Representación de relaciones espaciales en el dibujo espontáneo y en pruebas espaciales”, indica como el dibujo permite evidenciar la construcción de las nociones espaciales que tiene el niño y establece tres categorías, que se retoman en esta investigación:

- Etapa de *incapacidad sintética* (3 a 5 años); el niño no tiene en cuenta “en la representación del espacio, las relaciones euclidianas (posición, proporción y distancia) y proyectivas (perspectiva) y apenas comienza a construir las relaciones topológicas (proximidad, orden, continuidad, etc.), en los dibujos de objetos y formas simples” (Majluf, 1980, pág. 239); no hay relación entre los objetos que se dibujan ni con el entorno que los contiene, por eso parecen que flotarán desordenados en el espacio.

- Etapa del *realismo intelectual* (5 a 7 años); aquí el niño empieza por dibujar no tanto todo lo que ve “sino “todo lo que sabe que está allí” (Luquet, 1927). En esta etapa las relaciones topológicas se aplican universalmente a todas las formas y las relaciones euclidianas y proyectivas comienzan a emerger” (Majluf, 1980, pág. 239). Un indicio de esta etapa son los dibujos que presentan al mismo tiempo dos puntos de vista, como los que muestran la figura 7.



Figura 7. Dibujo de una casa elaborados por niños que están en etapa de realismo intelectual.

Fuente <https://www.tesorillo.com/articulos/arquitect/arquitect1.htm>

- Etapa del *realismo visual*, posterior a los 9 años, es posible observar que “en sus dibujos, toma en consideración al mismo tiempo, la posición, proporción, distancia y perspectiva (Piaget e Inhelder, 1948, pág. 52). El niño dibuja las cosas como él realmente las ve, desde su propia perspectiva.” (Majluf, 1980).

Por la pertinencia con este trabajo de investigación, centrándonos en cómo debe enseñarse a los estudiantes de CI de BP para que pasen de la incapacidad sintética a la de realismo intelectual.

#### **3.4.2.2 Expectativas de aprendizaje de la representación bidimensional de poliedros en el CI de BP.**

Se asumen las expectativas de aprendizaje de la representación bidimensional de poliedros como una manera de establecer compromisos desde la enseñanza alrededor de aquello que deben aprender los estudiantes (Flores & Rico, 2015), en términos de lo esperado desde los Referentes Nacionales Curriculares, los propósitos institucional y el profesor mismo; a su vez, son expectativas de aprendizaje en el proceso de formación aquí planteado, aquello que el docente logra frente a esas mismas capacidades. Siguiendo la propuesta de Flores y Rico (2015), estas se enuncian desde los focos de contenido previamente identificados, relacionando los objetivos de enseñanza y las capacidades que se espera desarrollen los estudiantes de CI de BP, cuyas edades

oscilan entre los 6 y 9 años, a partir de la propuesta de Romero y Cañadas (2015), identificada en la tabla 1:

Tabla 1. *Focos de contenidos para la enseñanza de la geometría en CI de BP, según Romero y Cañadas (2015).*

| Objetivos (O)                                                                                       | Capacidades (C)                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Formas planas y espaciales</b>                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>O1. Analizar características e identificar propiedades de las formas geométricas espaciales.</b> | <p>C1. Identificar figuras cuerpos geométricos en la vida cotidiana.</p> <p>C2. Reconocer las características de formas geométricas utilizando el vocabulario geométrico adecuado a su etapa.</p>                                                                           |
| <b>O2. Relacionar dos o más figuras que compartan o difieran en una determinada propiedad.</b>      | <p>C3. Mostrar curiosidad e interés por la identificación de las formas, sus elementos característicos, sus propiedades y las relaciones entre ellas.</p>                                                                                                                   |
| <b>O3. Representar formas geométricas que cumplan, o no, determinadas propiedades.</b>              | <p>C5. Utilizar papel, instrumentos de dibujo y otros materiales para representar y explorar formas geométricas espaciales.</p> <p>C6. Interpretar representaciones planas de formas espaciales.</p> <p>C7. Identificar formas espaciales desde distintas perspectivas.</p> |

Focos de contenido de la enseñanza de la geometría, relacionados con objetivos de aprendizaje y capacidades que se espera desarrollen lo estudiantes de CI de BP. Fuente: Romero y Cañadas (2015).

En cuanto a la secuenciación de los contenidos a enseñar en el CI de BP, se espera que las actividades de enseñanza favorezcan los procesos de exploración de material didáctico manipulable y pertinente, para que logren consolidar un vocabulario geométrico más preciso (Romero & Cañadas, 2015), favoreciendo la exploración de la geometría proyectiva antes de llegar a lo analítico y la predominancia euclidiana.

### **3.4.2.3      *Dificultades y errores asociadas a la representación bidimensional de poliedros.***

La DM reconoce dificultades a las que se deben enfrentar los estudiantes y que deben ayudarse a superar desde la enseñanza; al preguntar si los profesores de Matemáticas de CI de BP las conocen, las investigaciones en Educación Matemática responden que la mayoría de ellos no lo logra (Sgreccia, Amaya de Armas y Massa 2012; Godino et al 2016).

Para tratar las dificultades y errores que suelen presentarse en la enseñanza de la geometría espacial y proyectiva en Básica Primaria, retomamos la mirada que hacen desde la Didáctica de las Matemáticas, el equipo de investigación Coordinado por Rico y Flores (2015), en torno a tres tipos de dificultades: “a) la doble caracterización de los conceptos geométricos: formal y figural; b) la tridimensionalidad y sus representaciones; c) la orientación y el posicionamiento” (Romero y Cañadas, 2015, pág. 265).

**a.      *Dificultades debidas a la confusión entre el concepto geométrico y sus representaciones.*** En Matemáticas, y por ende en la geometría, los conceptos relacionados con un objeto matemático son distintos a sus representaciones; estos son idealizaciones abstractas que se representan de diversas maneras: tridimensionalmente de manera que se pueda tocar, bidimensionalmente de manera que se pueda ver o dibujar, en una fórmula, nombre o enunciado verbal. Todas esas representaciones hacen que el objeto matemático se haga presente pero no lo determinan completamente, ya que algunas propiedades o características quedarán ocultas por la representación misma. Esto suele ser una fuente de errores y una manera de subsanarlo es guiar al estudiante por múltiples representaciones, en diferentes registros, complementando en el caso de la geometría, las representaciones prototípicas con ejemplos y contraejemplos.

A continuación se presenta una sugerencia de cómo abordar estas dificultades, a partir de las propuestas de Romero Albadejo & Cañadas Santiago (2015):

- Identificar las *características o atributos importantes* de los conceptos a abordar. Para esto es importante dar ejemplos y contraejemplos que incumplan con esta propiedad. En nuestro caso, en relación con el cubo y el tetracubo, en formas tri o bidimensionales.

- Identificar las *características o atributos irrelevantes* que pueden generar confusión. Por ejemplo, ser cóncavo o convexo, el tamaño de los cubos, estar dentro o fuera de un contexto o, aparecer en posiciones inusuales.

- Generar *discusiones en el aula* a partir de los ejemplos y contraejemplos seleccionados, que les permitan construir los conceptos partiendo de la combinación de elementos visuales y analíticos.

**b. Dificultades relativas a la tridimensionalidad.** Es necesario que lo tridimensional se inicie a partir de la manipulación de sus representaciones físicas: “modelos macizos, huecos y armazones” (Romero & Cañadas, 2015), ya que cada una enriquece el proceso de visualización e identificar aspectos diferentes con mayor relevancia: caras, vértices, aristas, desarrollos planos. Estos modelos físicos, permiten comprender las representaciones bidimensionales con más precisión, ya que permiten verificar si en una representación isométrica o caballera las aristas son perpendiculares o paralelas, así en el dibujo no se perciban con claridad.

Ese paso de lo tridimensional a lo bidimensional es complejo y lo es más el proceso inverso, pero son necesarios para que los estudiantes se desenvuelvan en un mundo que ahora imparte la información mayoritariamente en forma visual (Romero & Cañadas, 2015). En el caso de CI de BP y de la presente investigación, se espera que se desarrollen los procesos de representación de los tetracubos desde lo tridimensional a lo bidimensional y se propone el uso de MD para tender puentes entre estas dos dimensiones. Se sugiere seguir el siguiente proceso:

- Permita que exploren modelos físicos diversos de los sólidos, para que configuren una representación más amplia del mismo.

- Realice procesos de representación apoyados en el papel isométrico antes de pasar a mallas ortogonales u hojas en blanco. Permítales establecer una “manera” de dibujar, iniciando por una arista representativa en el caso de los poliedros.

- En el caso de los poliedros, dialoguen sobre las propiedades geométricas que deben tenerse en cuenta: número de vértices, aristas, caras visibles desde cierta posición, así como relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Igualmente es importante conversar sobre aspectos

que cambian en ciertos ángulos, especialmente si se tiene en cuenta el punto desde donde se observa el sólido a representar.

- Realice un dialogo con los estudiantes en donde se den intercambios verbales de las características de las construcciones realizadas, especialmente aciertos, errores, tanto con el docente como entre estudiantes, con el fin de determinar la calidad de la representación elaborada.

**c. Dificultades que se relacionan con la orientación de naturaleza espacial.** Estas tienen que ver con la localización las relaciones espaciales, en lo que conocemos como nociones espaciales. Cuando no están afianzadas, provocan múltiples dificultades. Una manera de abordar este tipo de dificultades, es a través de la precisión del lenguaje. Estas dificultades están asociadas con los movimientos de naturaleza rígida que se dan en el plano (rotación, reflexión por simetría y traslación).

#### ***3.4.2.4 Modelo para favorecer la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros.***

En relación con la enseñanza de elementos geométricos uno de los modelos didácticos más referenciado es el Modelo de Van Hiele. A pesar de que este fue formulado alrededor del año 1950, continúa vigente por la aplicación que tiene desde la DM en la Geometría, ya que expone “un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría” (MEN, 1998, pág. 38). El Modelo Van Hiele enfatiza en la enseñanza, como el medio que permite la evolución en el razonamiento en geometría y que esta no depende de la edad y será el utilizado para la estructuración y secuenciación de las tareas a desarrollar, en pro de los objetivos (O) y capacidades (C), enunciados en la tabla 1.

Está compuesto por cinco fases, las cuales presentan las siguientes características:

- a. *Indagación.* Qué saben los alumnos del tema a abordar.
- b. *Orientación dirigida.* El docente propone actividades elaboradas cuidadosamente; los estudiantes trabajan en la construcción de saberes.
- c. *Explicitación.* Se debe propiciar que los estudiantes expresen verbalmente o por escrito, lo que han descubierto o elaborado.

d. *Orientación libre*. Los estudiantes deben resolver situaciones nuevas con los conocimientos adquiridos, establecer conjeturas, verificar, refutar...)

e. *Integración*. Resumen lo aprendido para tener una red conceptual más amplia. El maestro ayuda a la síntesis.

### **3.4.3 Análisis de sistemas de representación.**

Desde la geometría en su campo proyectivo, el proceso de representación bidimensional de tetracubos da la opción de modelar en superficies planas (bidimensionales) objetos tangibles (tridimensionales) según Grossi y Sgreccia (2015) relacionando propiedades entre las formas planas y del espacio, a través de un sistema de representación, definido como un “conjunto de operaciones que permiten obtener las proyecciones de un objeto del espacio sobre un plano” (Grossi & Sgreccia, 2015, pág. 3).

En esta investigación, el tratar con representaciones lleva indiscutiblemente a pensar en el enfoque semiótico desde lo didáctico, visto como el encargado de hacer de hacer tangibles los objetos matemáticos, dejarlos al alcance de la comprensión de los sujetos, hacerlos susceptibles a la enseñanza y a su vez al aprendizaje, a través del uso de diferentes signos o modelos que en distintas formas guardan el mismo significado entre sí. Al respecto Duval (2006) destaca desde un punto de vista cognitivo, la importancia que tiene para docentes y estudiantes desarrollar capacidades para cambiar el registro de una representación de forma comprensiva, algo que en la práctica no es sencillo y que de alguna manera se convierte en un aspecto clave para la enseñanza de las matemáticas, especialmente de la geometría.

En ese mismo sentido Rojas (2014) destaca las diferencias sutiles en el enfoque semiótico de tres autores que lo consideran importante para la DM, como son Godino (2003), Duval (2004) y Radford (2006), quienes complementan con sus aportes la riqueza de éste marco conceptual:

El enfoque estructural-funcional de Raymond Duval (2004), es empleado básicamente para identificar el campo de investigación, en tanto permite realizar denominaciones que posibilitan ver y describir el fenómeno a estudiar, relacionado con la asignación de sentido y la articulación de saberes matemáticos. Por otra parte, el enfoque sociocultural de Luis Radford (2006) y el enfoque onto-semiótico del grupo de Juan D. Godino (2003), son utilizados para explicar y comprender las

producciones de los estudiantes, en tanto no solo reconocen hechos cognitivos, sino también culturales e históricos. Para estos dos últimos autores, el uso de sistemas formales de signos es un fenómeno emergente de los sistemas de prácticas enmarcados social y culturalmente. (Rojas, 2014, pág. 26)

De allí que se retomen las posturas de Godino (2003) y Radford (2006) por la naturaleza sociocultural con que plantean su enfoque, para considerar las representaciones bidimensionales y su dominio como una habilidad que desde la geometría, permite al individuo comunicarse y desenvolverse de manera autónoma en un mundo globalizado que se sirve cada vez más de diferentes tipos de imágenes para transmitir información (Jones, 2002). Ya que ese mundo tridimensional de interacciones se hace difícil de representar sin ayuda de lo bidimensional, dominar su interpretación y las formas planas de representación es indispensable.

Estos cambios de representación no son sencillos y deben llevar a los profesores de CI de BP a emplear diversos sistemas de representación que guarden relación a través de un significado común; frente a estos se debe evitar confundirlos con el objeto matemático que representan (Duval, 2006). Al respecto, Gutierrez (1998) enuncia que las representaciones planas de un objeto tridimensional nunca lo mostrarán de forma completa, razón por la cual es importante enseñar a dominar la mayoría de ellas, en este caso, desde la representación bidimensional mediada por materiales didácticos como los tetracubos en forma tangible (para lo tridimensional) y hojas de papel punteado isométrico (para lo bidimensional).

Pensar entonces en la representación bidimensional de sólidos geométricos como un objeto matemático desde Radford (2006), es atribuirle un carácter fenomenológico que aporta al desarrollo del sentido espacial a través de la enseñanza en geometría, como una acción que subsume y se encuentra a su vez subsumida en:

- *Un proceso social*, ya que como lo enuncia Jones (2002), los avances e innovaciones, especialmente de tipo tecnológico computacional, hacen que la representación y la interpretación de información visual sean de vital importancia.
- *Un proceso corpóreo*, al estar cargado de “actividades de coordinación de deícticos espaciales” (Vergel, 2015), que de alguna forma facilitan la comunicación y visualización del algo tridimensional representado bidimensionalmente.

- *Un proceso simbólicamente mediado*, por símbolos, signos y códigos de naturaleza intuitiva y formal, que generan sistemas de representación diversos que van de lo simple a lo complejo. En este aspecto, un punto de vista semiótico es fundamental, ya que es necesario comprender que una representación bidimensional de algo tridimensional, implica cambios de registro, procesos de conversión y de transformación, en donde se deben corresponder los símbolos y acciones de estas mediaciones (Duval, 2006)

- *El discernimiento crítico de formas de expresión, acción y reflexión constituidas históricamente y culturalmente*, asociados al carácter comunicativo que tienen las representaciones y el sentido otorgado por la cultura a los diferentes registros que tiene un sólido geométrico representado en forma plana.

En consideración a lo expuesto, una de las conjeturas generada desde el rol de tutores y la interacción con los profesores de CI de BP es que durante la enseñanza de la geometría, los docentes desarrollan algunas de esas acciones de forma inconsciente, desconociendo que gestionan la construcción del sentido espacial y la comunicación entre sujetos para transmitir, emitir o recibir información de carácter universal relacionada con el dominio del espacio. Como se mencionó anteriormente, una representación plana de algo tridimensional siempre brinda información incompleta (Gutiérrez 1998) y por tanto debe ser considerado por los docentes al momento de proyectar y sintetizar la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos como los tetracubos.

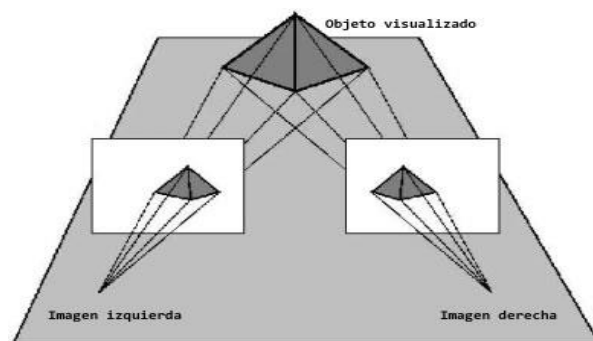
Ahora bien, para que este proceso sea llevado a cabo de forma pertinente, el conocimiento matemático escolar de los profesores de matemáticas debe ampliarse en relación con las formas de representar bidimensionalmente esos tetracubos, deben dominar la mayor cantidad posible de sistemas de representación para potenciar su uso así como conocer la Didáctica que facilita su enseñanza. Se asume que el enfoque semiótico descrito debe ser conocido por los profesores de matemáticas de CI de BP y se propone abordarlo en el proceso de formación adelantado en esta investigación. A continuación, se enuncian algunos elementos inherentes a la representación.

### **3.2.3.1 Visualización y representación: elementos de orden fisiológico determinantes.**

¿Por qué podemos percibir una imagen representada en dos dimensiones (2D) como algo que cuenta al menos con tres dimensiones (3D), algo con profundidad? La respuesta viene dada

desde el concepto de disparidad binocular (Torrents, 2011) en el campo de la óptica, la cual brevemente indica que las retinas de los ojos son bidimensionales y captan imágenes en 2D de forma separada, como lo ilustra la figura 8; estas son unidas por el cerebro para tener una sola percepción, pero en la búsqueda de correspondencia (igualdad) entre cada pequeñísima parte de las dos imágenes se presentan sutiles cambios de distancia entre los puntos captados, que permiten al ojo humano percibir la profundidad, es decir, surgen a partir de disparidades binoculares tanto horizontales como verticales (Torrents, 2011).

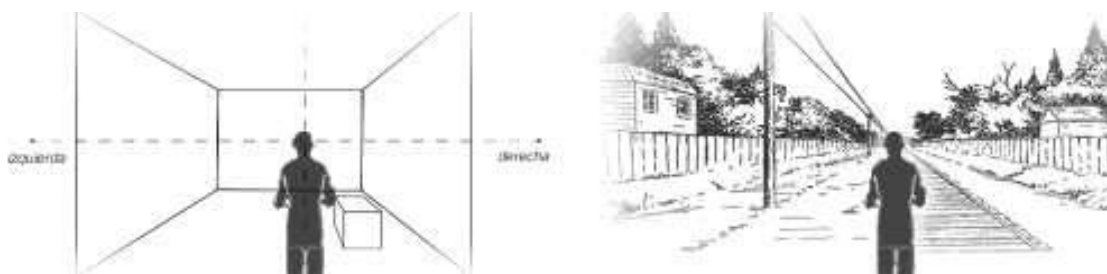
Es así como se percibe la profundidad y es lo que le permite al cerebro generar mentalmente modelos tridimensionales de lo que ve; la tecnología asociada a la realidad virtual ha sabido aprovechar estos principios ópticos para engañar a nuestro cerebro. Saber que el ser humano ve de esta manera, es algo que los docentes de básica primaria necesitan conocer para que cobre sentido el proceso de enseñanza de la representación bidimensional y se facilite la interpretación de las imágenes en dos dimensiones de elementos tridimensionales como los tetracubos.



*Figura 8.* La disparidad binocular. Fuente: <http://claj-cmc.blogspot.com.co/2012/01/la-tecnologia-3d-javier-1.html>

Aparte de la visualización, otro elemento corporal importante al momento de representar bidimensionalmente un objeto, tiene que ver con la manera en que el observador se implica en la construcción de la imagen, ya que se tienen “diferentes sistemas de perspectiva plana, donde el eje vertical de posición del cuerpo y el eje horizontal de la visión constituyen el punto origen de las coordenadas mentales del espacio.” (Urchegui, 2015). Estos dos aspectos relacionados con la corporalidad del sujeto de una u otra manera afectan el punto de proyección y evidencian una implicación del observador en las representaciones elaboradas.

De modo que los docentes de básica primaria deben conocer que en el inicio del ciclo uno, los niños realizan representaciones bidimensionales enmarcadas en lo topológico, en donde se implican como observadores desde el un punto de proyección perpendicular a lo que ven, generando un plano frontoparalelo, como lo ilustra la figura 9. En esta etapa los estudiantes presentan dificultades para representar en perspectiva lo que observan y logran imágenes como la ilustrada en la figura 10, en donde todo se encuentra en un mismo plano, sin profundidad.

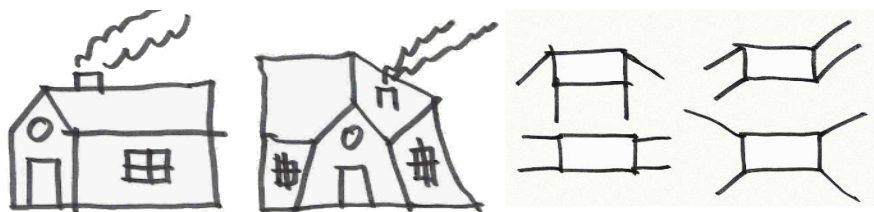


*Figura 9.* Posición del observador, de forma ortogonal al plan frontoparalelo. Fuente (Urchegui, 2015)



*Figura 10.* Dibujo de una casa elaborada por un niño de 6 años. Fuente [http://www.chospab.es/area\\_infantil/Exposicion\\_dibujos/Foto\\_14.htm](http://www.chospab.es/area_infantil/Exposicion_dibujos/Foto_14.htm)

Imágenes como la figura 11, ilustran el resultado de tareas proporcionadas por los docentes para que los niños de CI de BP intenten representar una casa y una mesa; a partir de este tipo de evidencias de representación, el profesor debe orientar desde la Didáctica a los estudiantes para que transiten de lo topológico a lo proyectivo, superando los obstáculos que esto supone. Si no hay estimulación desde la enseñanza, como lo indica Alsina (2000), difícilmente los estudiantes alcanzarán el dominio de las dimensiones proyectivas y euclidianas de la representación bidimensional dentro de la geometría espacial.



*Figura 11.* Dibujos de casa y mesas elaborados por niños en transición de lo topológico a lo proyectivo. Fuente <https://www.tesorillo.com/articulos/arquitect/arquitect1.htm>

Para esta investigación, es importante que los profesores de CI de BP mejoren la práctica asociada a la enseñanza de la representación bidimensional. Es así como deben comprender que mejorar las habilidades de naturaleza espacial desde lo cognitivo, implica el uso de modelos de visualización y representación no frontales (Urchegui, 2015), ya que generalmente no siempre el observador se puede ubicar en planos perpendiculares, como lo ilustra la figura 12. Entonces el docente debe apropiarse de esta situación y tener en cuenta que “Los sistemas de perspectiva del modelo visual oblicuo explican las transformaciones más complejas del objeto, definidas como dinámicas, y lo hacen en referencia al sujeto, implícito en la visión, sea ésta física o mental” (Urchegui, 2015). Así, al enseñar a visualizar y representar desde estos dos puntos de vista, se enriquece la construcción del sentido espacial.



*Figura 12.* Ejemplos de Visualización no frontal. Fuente (Urchegui, 2015)

En referencia a lo anterior, el docente debe asumir que la posición del observador se vuelve determinante para establecer los puntos de proyección de las representaciones bidimensionales y que esta queda implícita en las mismas. De igual forma, se hace necesario que en los procesos de formación adelantados con profesores de CI de BP, se oriente la comprensión de la parte descriptiva de la geometría, la cual “permite representar objetos tridimensionales sobre una superficie bidimensional, estableciendo propiedades entre las formas del espacio y las formas planas” (Grossi & Sgreccia, 2015, pág. 3). Así, la enseñanza de las representaciones de tipo proyectivo 2D deben

buscar que los objetos 3D al representarse, sean lo más parecido a lo que son, aunque nunca se muestre el objeto completamente (Gutiérrez, 1998); comprender que toda representación bidimensional muestra el objeto tridimensional de forma parcial, que esto depende de la perspectiva en que se observa, de la distancia y el ángulo visual, es un hecho importante para la enseñanza de los diferentes sistemas de representación (Castro, 2004).

Hay que mencionar que un potencial formativo adicional en la enseñanza de la representación plana de tetracubos, se halla en la posibilidad de refinar las habilidades para visualizar e interpretar representaciones 3D y 2D, así como en el comprender las relaciones entre ellas; lograrlo en CI de BP implica desarrollar desde la enseñanza el sentido espacial en el estudiante, orientando procesos cognitivos que solo pueden evidenciarse a través de sistemas geométricos que configuren las representaciones de los sólidos y lleven al estudiante a vincular el espacio percibido con el espacio geométrico (Godino & Ruíz, 2002).

Por otra parte, tal y como se observó en los Lineamientos Curriculares (MEN 1998), se plantea que las representaciones planas de cuerpos 3D, pueden darse de diferentes formas o sistemas, analizadas y planteadas por distintas investigaciones, tanto en la DM como en ámbitos arquitectónicos y artísticos. En la figura 13 se presenta esquemáticamente una clasificación de sistemas de representación con algunas de sus principales características, de acuerdo con los referentes conceptuales revisados.

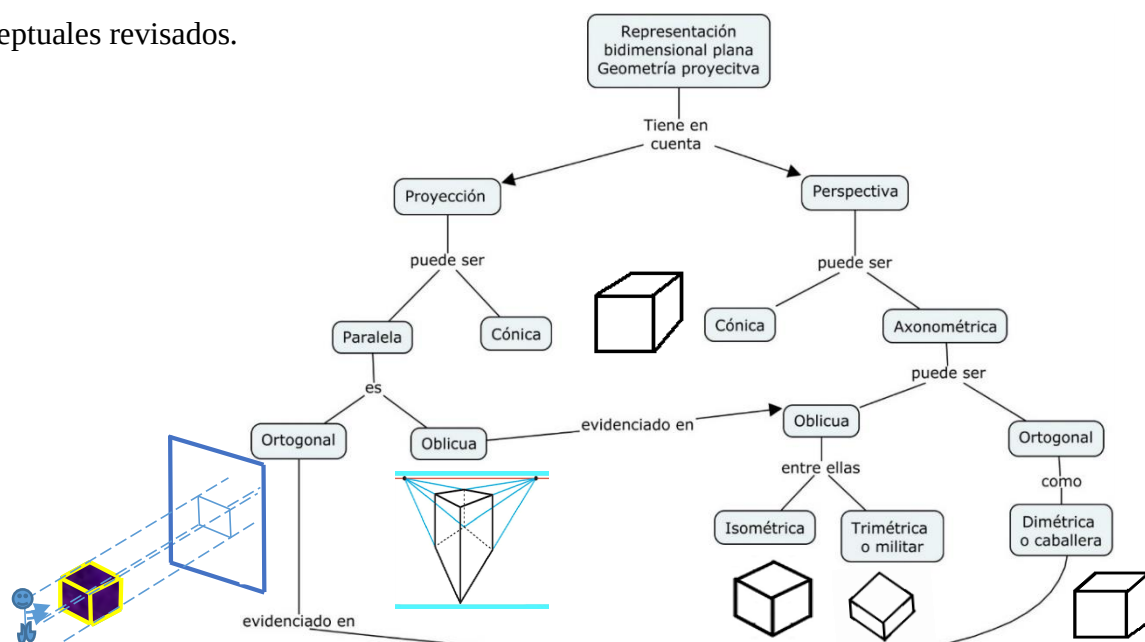
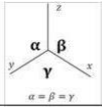
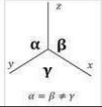
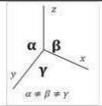
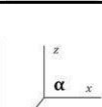
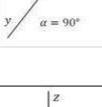


Figura 13. Clasificación de sistemas de representación. Fuente: elaboración propia.

Al respecto, investigadores como Mitchelmore (1974), Ben-Haim et al (1985), Gutiérrez (1998), Guillen (2010), Grossi y Sgreccia (2015), destacan el uso de los sistemas de representación axonométricos para el CI de BP, especialmente el isométrico, ya que aquellos de naturaleza cónica generan obstáculos adicionales.

Para que los niños aprendan a elaborar representaciones de tipo isométrico en el CI de BP deben ser educados, y esto sólo se logra a través de procesos de enseñanza que los lleven a desarrollar las capacidades necesarias y alcanzar los objetivos asociados al desarrollo del sentido espacial y al refinamiento de su saber matemático. Para alcanzarlo, primero se debe formar a los profesores de Matemáticas en el conocimiento de las axonometrías, como el método de representar en forma plana los sólidos, teniendo como referencia tres ejes principales: la altura, el ancho y el largo; el docente debe reconocer que el eje vertical relacionado con la altura se convierte en el punto de referencia y que las otras dos dimensiones varían su posición respecto a este, dependiendo del ángulo con el que se represente. En la tabla 2, se ilustran los sistemas axonométricos más comunes y se destaca para esta investigación la perspectiva isométrica por las bondades que representa para los estudiantes del CI de BP al facilitar el tránsito de lo topológico a lo proyectivo.

Tabla 2. Clasificación de las axonometrías.

|              |                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                 |                                                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| AXONOMETRÍAS | ORTOGONAL<br>Las rectas proyectantes auxiliares son perpendiculares al plano de proyección. Ningún elemento de la figura es paralelo al plano de proyección           | PERSPECTIVA ISOMÉTRICA<br>Tres ángulos iguales                                                                                                  |  |
|              |                                                                                                                                                                       | PERSPECTIVA DIMÉTRICA<br>Dos ángulos iguales y uno distinto                                                                                     |  |
|              |                                                                                                                                                                       | PERSPECTIVA TRIMÉTRICA<br>Tres ángulos diferentes                                                                                               |  |
|              | OBLICUA<br>Las rectas proyectantes auxiliares son oblicuas al plano de proyección. Tres ejes ortogonales - todos visibles -, con dos paralelos al plano de proyección | CABALLERA<br>Los ejes que expresan las magnitudes de altura y anchura conservan sus dimensiones reales. El perpendicular expresa la profundidad |  |
|              |                                                                                                                                                                       | MILITAR<br>Se le da preferencia a una cara, la horizontal y en verdadera magnitud, las demás aparecen deformadas                                |  |

Clasificación de axonometrías. Fuente (Grossi y Sgreccia, 2015)

Siguiendo el enfoque propuesto por Freudenthal (1971), en esta investigación se considera que para la enseñanza en el CI de BP de la representación bidimensional de sólidos como los tetracubos, se debe dar un tratamiento especial a la perspectiva isométrica, ya que permite una representación más realista en términos de visualización de lo tridimensional al brindar mayor realismo en la percepción de la profundidad y no implica para la estructuración del proceso con los estudiantes el tener que recurrir a conocimientos de naturaleza euclidiana; además se favorece desde el apoyo de materiales didácticos accesibles, tales como las hojas y mallas isométricas que median en ese proceso de representación facilitando la labor.

#### **3.4.4 Análisis de la instrucción.**

En el proceso de definir cómo adelantar la formación con profesores de matemáticas de CI de BP alrededor de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, se tomó la decisión de realizar con ellos las tareas que puedan ser llevadas al aula a través de unidades didácticas para trabajar con sus estudiantes. Así, para definir algunas de ellas, se parte de las investigaciones que Godino et al (2016) realiza con los profesores en formación alrededor de la visualización, en las cuales sintetiza aquellas que deben promoverse para la enseñanza de la geometría espacial, en cuatro categorías que surgen de la comparación y el análisis entre los contenidos de la visualización y lo que sugieren diversas investigaciones al respecto, desde la psicología y la Educación Matemática, las cuales son:

- Coordinar e integrar vistas de objetos (Battista y Clements, 1996; Gutiérrez, 1996; Ben-Chaim, Lappan y Houang, 1988; Malara, 1998; Pittalis, Mou-soulides y Christou, 2009).
- Rotar un objeto en el espacio (Battista, Wheatley y Talsma, 1982; Gorgorió, 1996 y 1998).
- Plegar y desplegar desarrollos (Mesquita, 1992; Potari y Spiliotopoulou, 2001).
- Componer y descomponer en partes un objeto tridimensional (Battista y Clements, 1996; Lappan, Phillips y Winter, 1984; Godino et al, 2016)

Partiendo de los antecedentes, metodologías y resultados expuestos en indagaciones como las de Mitchelmore (1974), Ben-Haim et al (1985), Battista y Clements (1996) Gutiérrez (1998), Guillen (2010), Grossi y Sgreccia (2015), Romero y Cañadas (2015), Flores et al (2015), Godino

et al (2016), en esta investigación se tendrán en cuenta algunos elementos para guiar el proceso de conceptualización que se pretende adelantar durante la formación de los docentes; estos principios establecen que:

1. Es necesario abordar el reconocimiento del cubo, como poliedro prototípico que genera a los tetracubos, ya que no hacerlo implica dificultades adicionales en el proceso de formación.

2. Para enseñar la representación bidimensional en CI de BP, en este caso del tetracubo, se debe tener presente que quien elabora la representación, llamado notador, queda implícito en lo que representa, desde la manera en que sitúa la proyección y que es labor del docente, guiarlo para que pase de un punto de vista frontal paralelo a uno oblicuo.

3. Cuando ya se ha explorado desde donde ver (los “puntos de vista”), se debe entonces establecer una perspectiva a abordar. En esta investigación, se empleará la perspectiva axonométrica isométrica, al tener en cuenta que partir de una proyección oblicua se establecen relaciones más complejas alrededor del objeto a representar (Urchegui, 2015); esto plantea un análisis más complejo de algunas de las propiedades geométricas que el estudiante de CI de BP puede comprender y utilizar para representar. Además, la perspectiva axonométrica isométrica refina principios de la dimensión proyectiva, al permitir visualizar que:

Las longitudes y los ángulos experimentan cambios que dependen de la posición relativa entre el objeto representado y la fuente que lo plasma. Con este tipo de representación, se busca que el objeto representado sea lo más parecido posible al objeto real (Castro, 2004, pág. 165).

4. Realizar representaciones en perspectiva isométrica no es algo sencillo, requiere del uso de habilidades que se encuentran en el espacio de lo euclidiano. Por lo tanto es necesario mediar la enseñanza por estrategias didácticas concebidas bajo el campo conceptual de la DM, en este caso con otro MD fundamental: el **papel isométrico**, que puede ser punteado o en malla. Para esta investigación, proponemos la exploración y uso del papel punteado isométrico de 1 cm, al creer que tiene más potencialidades que la malla isométrica. Se espera así verificar que el uso del papel isométrico y los tetracubos como MD manipulables, van a permitir que el proceso de enseñanza de la representación bidimensional de poliedros orientado por los profesores de matemáticas en CI de BP brinde resultados favorables.

5. Es necesario tener en cuenta que en la Educación Matemática, se trabaja con objetos matemáticos, que son caracterizados y abordados desde sus múltiples representaciones y que estas deben ser exploradas y reconocidas como aquellas que ayudan a conceptualizarlo pero no son el objeto matemático en sí mismo; al respecto Adu-Gyami y Bossé (2014) nos indican que:

Las experiencias de los estudiantes con múltiples formas de representaciones en dominios matemáticos específicos, pueden permitirles construir una sinergia completa de las relaciones Matemáticas y esto puede mitigar dificultades con conceptos matemáticos problemáticos (pág. 168).

Se espera que a partir de los principios identificados desde lo que propone la DM, se estructuren las tareas con sus respectivas actividades, para posibilitar la formación docente para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos a partir del uso de MD.

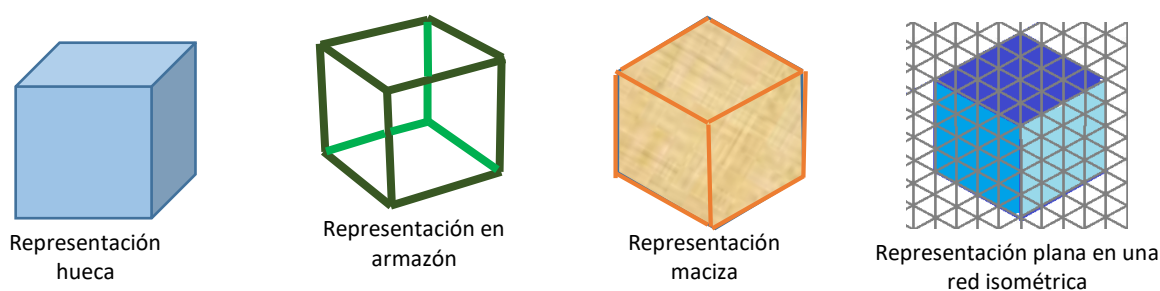
#### **3.4.5 Materiales didácticos como organizadores de currículo**

El uso de MD es para esta investigación un elemento clave al seguir el enfoque de Freudenthal (1971) para la enseñanza de la geometría espacial, especialmente en el CI de BP, al permitir la construcción de los conceptos desde la exploración y lo intuitivo. Al respecto, Freudenthal (1971) hace alusión a los cursos experimentales que Dina Van Hiele (1957) realizó y en los cuales evidenció el impacto que tenía para los estudiantes el contacto con materiales pensados para enseñar y mejorar los niveles de razonamiento en geometría de los estudiantes. Al respecto, Alsina (2000) proporciona una lista de MD y de situaciones a través de las cuales se puede abordar con mayor pertinencia la enseñanza de la geometría. Por otra parte Mitchelmore (1974), Ben-Haim et al (1985), Battista y Clements (1996), Gutiérrez (1998), Grossi y Sgreccia (2015), Romero y Cañadas (2015), Godino et al (2016), coinciden en la importancia del uso de MD en la enseñanza de la representación espacial de sólidos, por el impacto que tienen en el refinamiento de las habilidades de visualización.

Se asume en esta investigación los materiales didácticos como aquellos elementos físicos, diseñados exclusivamente con fines de enseñanza, principalmente en dos escenarios: partiendo de ellos como detonadores de actividades o seleccionando los que promuevan los aprendizajes a partir de una actividad (Coriat, 2008). Se consideran los dos escenarios, ya que una conjetura de esta

investigación, es que se fusionan cuando el profesor de matemáticas planea a partir de los MD, llegando a asumirlos como un organizador de currículo que promueve aprendizajes en los estudiantes.

Siguiendo a los autores mencionados, esta investigación se decanta por el uso de los policubos concretados en los tetracubos, ya que al estar compuestos por hexaedros o cubos que son sólidos regulares potentes, admiten diferentes modelos de representación como los ilustrados en la figura 14, posibilitan la enseñanza de habilidades de visualización y promueven la construcción de conocimientos matemáticos escolares que se acercan al ámbito euclidiano desde lo topológico y lo proyectivo.



*Figura 14.* Algunas representaciones del cubo propuestas como material didáctico, para ser abordados en la enseñanza de la representación bidimensional de tetracubos. Fuente elaboración propia.

Como lo expresa Gutiérrez (1998), los policubos permiten procesos de construcción de representaciones 3D de los poliedros por niveles en diferentes materiales, admiten asociarse metafóricamente a la construcción de viviendas (Godino & Ruíz, 2002), son dinámicos y versátiles al poder manipularse en forma modular (Serrentino y Molina, S.f.), hacen parte del famoso Cubo Soma de Hein, han sido el centro de múltiples investigaciones como las de Mitchelmore (1974), Ben-Haim et al (1985), Battista & Clements (1996) y facilitan el proceso de representación bidimensional 2D desde diferentes sistemas axonométricos (Grossi & Sgreccia, 2015). Estas razones de peso que han llevado a considerar el potencial formativo que tienen los policubos, mirados específicamente en esta investigación a través de los tetracubos.

Investigaciones como las de Mitchelmore (1974), Gutiérrez (1998), Grossi y Sgreccia, (2015), Godino et al (2016), entre otras, muestran que a través de procesos de enseñanza mediados por MD representados en este caso a través de los tetracubos, los estudiantes desarrollan con mayor

eficiencia las nociones asociadas a la geometría proyectiva y la visualización, evidenciadas a través de la calidad de las representaciones elaboradas. Así, aunque los niños en sus etapas iniciales puedan manipular sólidos geométricos, para que logren representaciones apropiadas de lo que visualizan a medida que avanzan en la escuela, se deben generar actividades en donde pasen de interpretar la información del sólido geométrico en su forma tridimensional, a reconstruir bidimensionalmente sus proyecciones y propiedades euclidianas: las representaciones. Se propone entonces contar en el proceso de formación con tetracubos modelados tridimensionalmente en diversos tamaños (grandes y pequeños), materiales (icopor y madera) y colores, que permitan tanto la manipulación como el refinamiento de las habilidades asociadas a la visualización.

Así, pensar en la representación bidimensional de tetracubos tridimensionales, lleva a pensar en otro MD: el papel punteado isométrico, el cual facilita el proceso de enseñanza de las representaciones bidimensionales en perspectiva (Romero y Cañadas, 2015), (Coriat, 2016), de poliedros como los generados por los tetracubos, facilitando procesos de comprensión y ayudando a superar algunas dificultades asociadas a representar de forma isométrica lo tridimensional.

Bajo este análisis, asumimos que el rol de los MD utilizados, debe ser el de promover los procesos de formación de los profesores de matemáticas, al fungir como puentes que facilitan el acercamiento entre el conocimiento matemático escolar que han adquirido en torno a las representaciones bidimensionales de naturaleza proyectiva y lo que dice la DM sobre cómo se pueden diseñar y ejecutar procesos de enseñanza al respecto.

En esta investigación se espera que los docentes participantes del proceso de formación asuman los MD como organizadores de currículo, apropiándose de lo propuesto por Rico (1997), quien afirma que cada MD “está vinculado principalmente con la metodología, ya que ayuda a establecer las secuencias metodológicas y las determina; los materiales y recursos proporcionan los soportes con los que se representan y refuerzan los conceptos y procedimientos matemáticos” (pág. 18). Así se espera que al finalizar la intervención, esta perspectiva se consolide y los docentes comprendan que para las matemáticas el uso de MD es fundamental en la estructuración de un dispositivo de planificación curricular pertinente.

## Capítulo 4. Estrategia metodológica

La investigación se realiza bajo el enfoque cualitativo, ya que “ofrece una perspectiva teórica y metodológica que permite interpretar las acciones humanas al interior de grupos o instituciones” (Muñoz, Quintero y Munévar, 2001, pág. 26) y se enmarca en un paradigma interpretativo, “por el énfasis que hace en la aplicación de las técnicas de descripción, clasificación y explicación” (Cerdeña, 1993, pág. 34). Lo cualitativo según Sampieri, Fernández y Baptista (2014), contempla dentro de sus características ser flexible, permitir un proceso de indagación en el lugar a investigar, tener en cuenta la interpretación de los entornos, la recolección de datos y el uso de preguntas. Además permite un análisis descriptivo y la interpretación de los sucesos en los cuales se desarrolla el proceso investigativo. Es así como se propone ahondar alrededor del marco conceptual construido en busca de “comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (Sampieri et al., 2014, pág. 358).

Dada la dinámica de las interacciones propuestas, se inscribe en el modelo de Investigación Acción Participativa (IAP) al enmarcarla “como una vivencia necesaria para progresar en democracia, como un complejo de actitudes y valores, y como un método de trabajo que dan sentido a la praxis en el terreno” (Fals Borda, 2008, pág. 3), lo cual ha transformado las perspectivas tradicionales en investigación al permitir la coexistencia de dos procesos: conocer y actuar, a través de una relación dialógica. En este sentido, las características que Fals Borda (2008) le atribuye a la IAP, en donde se destaca el respeto, la empatía entre las personas que interactúan y una verdadera participación al llegar a “una relación horizontal de sujeto a sujeto” (pág. 3), se convierten en un principio fundamental en el diseño metodológico de la investigación, al reconocer que tutores y profesores de Matemáticas de CI de BP son pares académicos que refinan en conjunto el conocimiento.

Al estar la investigación inscrita en la IAP y tal como lo enuncia Cerdeña (1993), la problemática en esta investigación surge de las circunstancias y necesidades de la comunidad educativa, en la cual sus miembros son participantes activos (Muñoz et al. 2001) y los investigadores son a su vez objeto de investigación, en un proceso cíclico que oscila, según Kemmis y McTaggart (1998), entre la teoría y la práctica a través de la reflexión y la acción para producir y difundir nuevo conocimiento. Otro elemento importante, de carácter emergente que reconoce Fals Borda (2008), tiene que ver con la validez asociada a este tipo de investigación, que

puede darse “mediante el examen inductivo/deductivo de los resultados de la práctica, de las vivencias o del involucramiento empático dentro de los procesos, y del juicio ponderado de grupos de referencia locales” (pág. 6), lo cual le da pertinencia y rigor a la labor investigativa adelantada.

En este modelo de IAP se inscribe la Sistematización de Experiencias, siguiendo los planteamientos de Mejía (2014) y Jara (2013, 2017), al considerarla como un tipo de investigación que produce conocimiento a partir de la reconstrucción y reflexión de las prácticas de los participantes (Mejía, 2008). Se justifica su elección en la relevancia que ha adquirido como paradigma social, fundamentado en la interpretación, la dialéctica y evitar la distancia entre el sujeto investigador y el objeto investigado (Mejía, 2008), (Jara, 2013), ya que tutores y profesores de Matemáticas se conciben como maestros investigadores (Vasco, 1988) que son sujetos de investigación en forma simultánea. Se pretende a través de la investigación aquí propuesta, realizar el análisis de la información reconstruida de forma rigurosa, para determinar hallazgos significativos que brinden respuestas a los interrogantes planteados.

Al respecto, la Sistematización de Experiencias desde los planteamientos de Jara (2013) se define como:

Aquella interpretación crítica de una o varias experiencias que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido en ellas: los diversos factores que intervinieron, cómo se relacionaron entre sí y por qué lo hicieron de ese modo. La Sistematización de Experiencias produce conocimientos y aprendizajes significativos que posibilitan apropiarse de los sentidos de las experiencias, comprenderlas teóricamente y orientarlas hacia el futuro con una perspectiva transformadora (pág. 4).

De manera complementaria se asume la Sistematización de Experiencias desde la propuesta de Mejía (2013), teniendo en cuenta las siguientes características: “es producción de sentidos y enunciados a partir de las prácticas” (pág. 138), “renuncia a fundamentaciones teóricas como punto de partida” (pág. 140), “construye a partir de la particularidad y la singularidad de la práctica” (pág. 143), “problematiza la incorporación del contexto” (pág. 145), “la información, datos y categorías son generadas por los sujetos” (pág. 147), “más allá de técnicas y herramientas trabaja con dispositivos” (preguntas) (pág. 149), “las categorías se crean desde el sentido de la práctica” (pág. 151), “es una producción de saber de tipo paradójico” (pág.

153), “realiza una producción de saber que construye empoderamientos” (pág. 155). Dichos elementos orientan metodológicamente el proceso de investigación, ya que involucran activamente a los sujetos que intervienen en este y a su vez direccionan la ruta que emerge en la implementación, la práctica y la experiencia.

Al ser de naturaleza cualitativa, como principal instrumento de recolección de datos se considera al investigador en sí mismo, ya que según Sampieri et al. (2014) se propone utilizar diferentes métodos para obtener información a partir de variadas fuentes. El análisis de datos se realiza desde lo inductivo, ya que se observa de forma directa a los participantes en relación con los fenómenos que se suceden, lo que brinda la posibilidad de contrastar para establecer los alcances de las estrategias propuestas (Amador, 2008).

Los datos serán tomados utilizando la técnica de grupo focal definido según Hamui-Sutton & Varela-Ruiz (2013) como “un espacio de opinión para captar el sentir, pensar y vivir de los individuos, provocando auto explicaciones para obtener datos cualitativos” (pág. 56), la cual se adapta a la modalidad de esta investigación y al enfoque cualitativo. En los grupos focales, los diálogos suscitados en conjunto se categorizan de esta manera, si los investigadores centran su atención en las relaciones y la interacción entre los integrantes del grupo (Kitzinger, 1994). Esta técnica, afirma Kitzinger (1994) es apropiada para ahondar en la experiencia y las actitudes, ayudan a analizar cómo se construyen las ideas y opiniones en un contexto social y cultural definido; en esta investigación se pretende que emerjan las ideas de los profesores de Matemáticas de CI de BP alrededor de la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros generadas por tetracubos, a través de preguntas determinadas por los tutores.

De este grupo focal, y siguiendo a Anguera (1995) quien le da relevancia a los estudios con una sola persona en educación, se centra la atención en la docente que lleva a escena la clase planeada, a modo de estudio de caso. Al respecto, Lincoln & Guba, (1985) citado en Anguera (1995), refieren que “La investigación cualitativa no pretende llegar a abstracciones universales, y de ahí que abogue por el estudio de casos en profundidad, que luego se compararán con otros, con el fin de hallar regularidades y generar redes” (pág. 5). De esta manera, se espera indagar frente a lo que es propio del caso en su entorno específico y los análisis se relacionan con el grupo focal seleccionado.

## **4.1 Contexto de la investigación**

Esta investigación es llevada a cabo en la IE Juan María Céspedes, que cuenta en su planta de cargos con una rectora, cinco coordinadores, cuatro auxiliares administrativos y 90 docentes, de los cuales 43 se encuentran asignados a Básica Primaria. Tiene dos sedes de secundaria y cuatro de primaria, de las cuales se selecciona la identificada como Miguel Ángel Zúñiga por brindar en la jornada de la mañana el CI de BP completo, aspecto que facilita la toma de datos. Esta sede ofrece el grado transición, los dos ciclos de BP y se encuentra situada en el barrio Portales del Río, zona urbana al suroccidente del municipio de Tuluá – Valle del Cauca; en la sede MAZ laboran 13 docentes, siete de ellos orientan Matemáticas en el CI de BP y dos en transición. Los nueve docentes integran el grupo focal con quienes se lleva a cabo la intervención y en este se encuentra una docente que será identificada como D1, quién voluntariamente acepta ser el estudio de caso dentro del grupo focal.

Los investigadores son dos profesores nombrados en propiedad, con formación disciplinar en Educación Matemática, que se encuentra asignados en comisión a IE en calidad de docentes tutores del PTA; uno de ellos se encuentra adscrito a la Secretaría de Educación Municipal de Tuluá y el segundo a la Secretaría de Educación Departamental del Valle del Cauca. La investigación busca aportar a las dos IE en donde se encuentran comisionados, pero especialmente al Programa para la excelencia docente Todos a Aprender (PTA).

### **4.1.1 Contexto curricular institucional**

En la IE Juan María Céspedes, la enseñanza de la geometría espacial se aborda en el área de Matemáticas desde transición hasta grado undécimo, de acuerdo con lo planteado en el PEI y el plan de área de Matemáticas, teniendo en cuenta los Referentes Curriculares Nacionales ya mencionados. Fue posible establecer, que en estos planes de área, las propuestas de enseñanza de la geometría en el CI de BP, se reducen al planteamiento de análisis de relaciones y propiedades geométricas inscritas en el espacio euclidiano 3D, desconociendo elementos propios de lo topológico y proyectivo que debe abordarse con los estudiantes de estos grados previamente; esto se evidencia en los desempeños planteados en relación con el pensamiento espacial, los cuales se encuentran enunciados en cada grado de la siguiente manera:

- Grado primero (segundo periodo académico): “Compara y ordena objetos según sus atributos medibles, usando patrones arbitrarios para acercarse al uso de unidades de medida estandarizadas”.
- Grado segundo (tercer periodo académico): “Reconoce el uso de las magnitudes y sus unidades de medida, para calcular el perímetro y el área de una figura plana, utilizando diferentes patrones para medir longitudes y superficies.”
- Grado tercero (segundo periodo académico): “Diferencia las propiedades de objetos tridimensionales y los reconoce entre los objetos de su entorno”.

Es también evidente en el plan de área institucional, la falta de coherencia en los desempeños planteados, ya que no se relacionan con los contenidos conceptuales propuestos; en lo procedimental, se puede encontrar ejes actitudinales o conceptuales, que se plantean desde lo bidimensional cuando se espera evaluar aspectos tridimensionales; lo actitudinal se define desde acciones de corte emocional expresado con oraciones que se identifican más como indicadores de desempeño o criterios de evaluación, que en nada se relacionan con este tipo contenido y menos aún con lo planteado en lo conceptual y lo procedimental.

Las características de estos planes de área, establecidas a partir de un análisis simple, permite conjeturar que no brindan la orientación suficiente para guiar al docente en el proceso de enseñanza de la representación bidimensional de lo tridimensional, ya que carecen de múltiples elementos que se han definido por la DM y adolecen de elementos propios de un modelo de enseñanza. Al respecto, los elementos básicos que plantean los lineamientos curriculares, los EBC y los DBA para el pensamiento espacial no se evidencian en la formulación de los planes de área, como tampoco los que enuncian Flores et al (2015), desde el AD, haciendo referencia puntualmente a los componentes que deben ser enseñados a los estudiantes de Básica Primaria en geometría, a través de lo que definen como sentido espacial<sup>5</sup>.

Como consecuencia de un plan de área que no define elementos relevantes para la enseñanza de lo espacial, este queda por fuera de los planes de clase para trabajar en el aula, que elaboran los docentes de CI de BP en la IE Juan María Céspedes, sobre todo en lo relacionado con la representación bidimensional. Las interacciones como pares académicos en el rol de docentes

---

<sup>5</sup> Al respecto se amplía en el Marco conceptual.

tutores, dan cuenta de que los profesores de Matemáticas de Básica Primaria suelen dejar a un lado el plan de área para referirse a los libros de texto, en los cuales si bien abordan elementos de la representación bidimensional de lo tridimensional, lo hacen desde enfoques euclidianos y dejan por fuera lo topológico y lo proyectivo, que Piaget (1948) consideró fundamental para el desarrollo de la noción de espacio.

## 4.2 Diseño metodológico

Se plantean cinco fases en el presente diseño metodológico, enmarcados en la Sistematización de Experiencias, las cuales se ilustran en la figura 15 y se explican detalladamente a continuación:

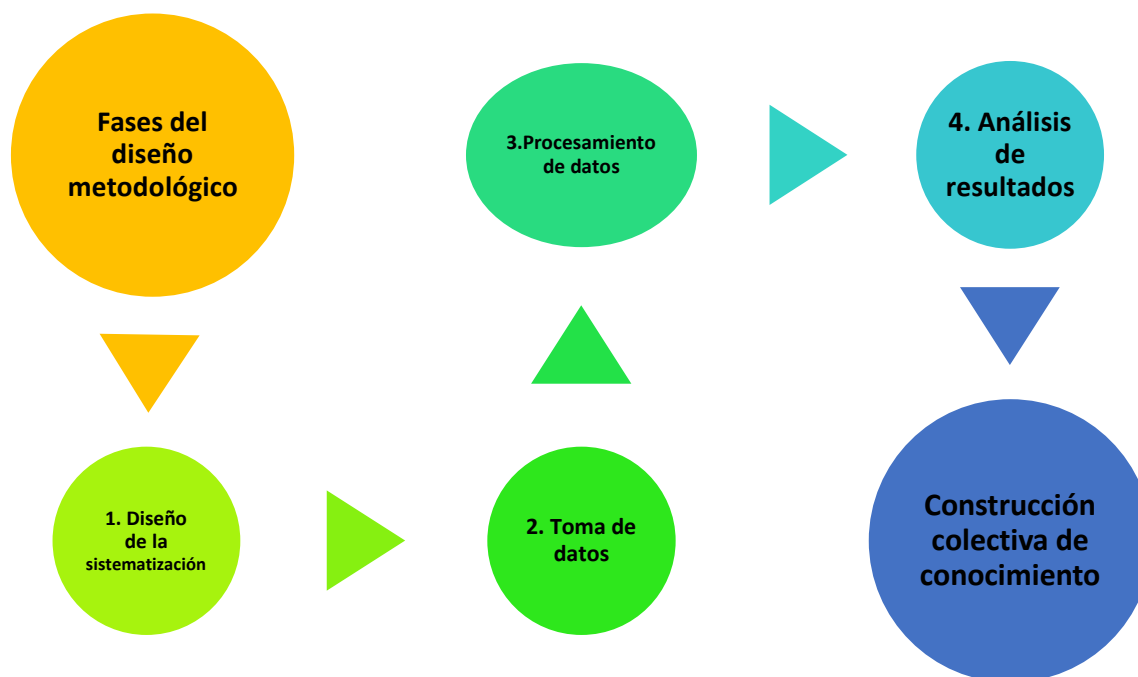


Figura 15. Fases del diseño metodológico basadas en la SE. Fuente: elaboración propia.

### 4.2.1 Fase uno: diseño de la Sistematización.

Esta fase nace desde la identificación de la problemática, a partir de las necesidades de la IE y abarca todo el proceso de revisión y análisis documental requerido para la construcción del marco conceptual. Para esto se plantea el uso de preguntas orientadoras, el diseño de la intervención, los instrumentos para la toma de datos y las categorías determinadas a partir de las líneas de fuerza que orientan los dispositivos utilizados (Mejía, 2008).

#### ***4.2.1.1 Preguntas orientadoras.***

En los procesos reflexivos suscitados alrededor de la práctica, la teoría, el problema y los objetivos planteados, surgen las preguntas orientadoras, enunciadas en la sección 1.2.1 (pág. 17), que subyacen a la intención de esta investigación. Estos dispositivos determinan las líneas de fuerza y se convierten en punto de referencia para establecer las categorías de clasificación y análisis de datos. La intención de estas preguntas se relaciona con la identificación de ideas previas y posteriores a un proceso de formación realizado por parte de los tutores en relación con la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos y aportar a la caracterización de la práctica de un docente alrededor de dicho proceso.

A partir de ellas se estructuraron actividades de diversa índole como parte de la estrategia metodológica, en búsqueda de respuestas que ayudaran a alcanzar los objetivos propuestos.

#### ***4.2.1.2 Diseño de la intervención.***

La intervención se realiza a través de cinco momentos, los cuales fueron creados y estructurados por los tutores a partir de su experiencia en ese rol, lo que indica la DM, la intención de buscar respuestas a los interrogantes y cumplir los objetivos planteados. Para esta investigación el trabajo en conjunto, en coherencia con la formación situada que propone el PTA, configura el proceso de formación que pretende adelantarse, al centrar la mirada en las problemáticas de las IE y el trabajo en comunidades de aprendizaje (MEN, 2013). Así, se generan espacios dialógicos de interacción entre pares académicos alrededor de diferentes actividades. Por tal razón, se realiza en cada uno de los momentos **encuentros colectivos con profesores de CI de BP para la exploración, construcción y reflexión de saberes**. Cada uno de estos encuentros cuenta con un propósito establecido que es socializado al iniciar la sesión de trabajo.

Estos momentos se describen ampliamente en uno de los apéndices de esta investigación, en donde se estructura la intención de cada una de las tareas y actividades llevadas a cabo, así como los documentos anexos utilizados para el proceso de formación y toma de datos. Ellos son:

**a. Momento 1:** Fue denominado “Recopilación de nuestros saberes”, al reconocer que los profesores de Matemáticas de Básica Primaria han acumulado un conocimiento, que se ha nutrido de los procesos de formación y la experiencia generada por la práctica realizada. Ese saber es valioso, y debe ser recopilado.

El propósito se centra en identificar las ideas previas que tienen los profesores de matemática de CI de BP, acerca del uso de MD en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generada por tetracubos. Además, se espera poder establecer cómo piensan los docentes y tutores la enseñanza del objeto matemático escolar enunciado, teniendo en cuenta que los profesores han configurado un conocimiento nutrido por la experiencia generada en el aula, y que los tutores han elaborado marcos conceptuales a partir del análisis documental de diversas fuentes asociadas a la DM, que han ampliado su conocimiento matemático escolar y las perspectivas frente a la enseñanza de la geometría espacial en CI de BP.

En este momento se desarrollan las siguientes actividades:

- Aplicación de un test de caracterización académica y sociocultural (Anexo 1).
- Actividad 1 ¿Qué puedo enseñar en Matemáticas durante el CI de BP con cuatro cubos?-
- Actividad 2 ¿Qué es? (Anexo 2).
- Actividad 3: ¿Desde dónde se ve? (Tarea 1ª - Anexo 3).
- Actividad 4 ¿Cómo se representa desde otro punto de vista?(Tarea 1b -Anexo 4).
- Actividad 5 Planeación de clase- indagación de saberes previos (Anexo 5).
- Actividad 6: ¿Cómo visualizamos? (Anexo 6).
- Actividad 7: reflexión dialógica y cierre del momento uno. (Anexo 7).

**b. Momento 2:** Es denominado “Encuentro de saberes”, ya que todos tenemos mucho que contar; así se dispone a los docentes a participar con el fin de encontrar elementos comunes en el conocimiento generado y construir los faltantes, a partir de la frase “qué dices tú, que digo yo y que dice la Didáctica de las Matemáticas”.

Este espacio se centra un poco más en el rol del tutor como mediador. Tiene como propósito tender puentes entre la DM y el conocimiento de los profesores de Matemáticas de CI de BP, a través de uso del modelo de formación docente que plantea el AD en su función profesional (Gómez, 2002), el cual se utiliza como referente y permite que se generen acuerdos **conceptuales, representacionales, fenomenológicos, Didácticos y cognitivos**, entre otros, de manera que se sintetizen el conocimiento de los profesores, el de los tutores y las propuestas enmarcadas por la DM para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos.

Se establece la mediación con dispositivos que invitan a la reflexión y a la generación de puntos de encuentro, estructurados en seis actividades. Este será llevado a cabo en un encuentro colectivo con los profesores de Matemáticas de CI de BP.

En este momento se desarrollan las siguientes actividades:

- Actividad 1- Lectura “Cómo es una casa”. (Anexo 8 lectura e imágenes de casas *container*).
- Actividad 2- Arma tu casa tipo *container*.
- Actividad 3 - Conceptualización - ¿Cómo se clasifican los poliedros? (Anexos 9 y 10).
- Actividad 4 - Uso de Materiales Didácticos para representar bidimensionalmente un poliedro (Anexo 11, 12 y 13).
- Actividad 5 - Conceptualización. Intervención de carácter expositivo por parte de los tutores (Anexo 14).
- Actividad 6 - resiniendo el uso de los MD como el cubo, los tetracubos y el papel isométrico (Anexo 15).
- Actividad 7 - transferencia y cierre (anexo 16).

**c. Momento 3:** es denominado “Planeación conjunta de una clase para ejecución, basada en el modelo de AD”. Para planear una clase con la intención de enseñar la representación bidimensional de poliedros en CI de BP utilizando MD, es necesario retomar lo adelantado en las dos sesiones anteriores. Reconocer la importancia de la DM, el conocimiento, la experiencia, el rol que se asume en cada uno de los espacios en que se interactúa. Desconocer alguno de esos componentes genera debilidades.

Este se desarrolla en un tercer encuentro grupal, seleccionando el docente estudio de caso y el grado en el cual se ejecutará la clase planeada. El propósito está dado en la búsqueda de la síntesis y la profundización en el conocimiento de los diferentes elementos, que permiten diseñar un dispositivo de planeación curricular (Perrenoud, 2007; Rico, 2015), centrado en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generada por tetracubos utilizando MD. Se propone la planeación conjunta de una clase, partiendo de los organizadores de currículo propuestos por el AD y el modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría.

En este momento se desarrollan las siguientes actividades:

- Actividad 1- profundizando en visualización, ya somos más conscientes de su existencia.
- Actividad 2 - Vamos a recapitular (a partir de los anexos elaborados).
- Actividad 3 - Análisis conceptual.
- Actividad 4 - Análisis cognitivo.
- Actividad 5 - Análisis de instrucción (diligenciamiento del Anexo 21).
- Actividad 6 - Análisis de actuación parte I.

**d. Momento 4:** se denomina “La Didáctica de las Matemáticas y tu entran en acción”. El propósito de este momento es poner en marcha la clase planeada, teniendo en cuenta el dispositivo generado bajo el modelo de AD, configurado en los momentos anteriores. Para tal fin, una de las docentes participantes del grupo focal, decide voluntariamente ejecutar la clase con su grupo de estudiantes, la cual se espera dure aproximadamente dos horas; se dispone del material suficiente para los 35 estudiantes, según se indica en la planeación que quedó registrada en el Anexo 21. Con el fin de dar continuidad al proceso de formación, tres docentes del grupo focal estarán acompañando a la docente en calidad de observadores a la par con los dos tutores, registrando evidencias de la dinámica de la clase en el Anexo 22 (uno por observador participante), con el fin de generar insumos que faciliten la realimentación de la ejecución de la clase y la reflexión final del proceso adelantado.

Cabe resaltar que la mirada de los acompañantes se centra en la actuación de la docente desde elementos de la DM centrados en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos y el uso de MD.

**e. Momento 5:** Denominado “la Didáctica de las Matemáticas, tu y yo...nos encontramos para reflexionar en conjunto”. Se propone dialogar acerca de la puesta en escena de lo planeado en conjunto. La reflexión de las acciones, genera cambios y proyecta mejores docentes, permite transformar las prácticas y ejercer los roles con mayor profesionalismo. En este sentido, ¿Qué papel jugaron los Materiales Didácticos traídos a escena?

El propósito es retomar el proceso realizado en los momentos 3 y 4, y reflexionar en torno a lo sucedido. Para tal fin se propone retomar de forma simultánea la planeación elaborada en el momento 3 y ajustada en el Anexo 21 versión 2 (A21-V2), así como las evidencias registradas en

el Anexo 22 por los acompañantes de la clase, con el fin de analizar y dialogar en torno a la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos utilizando MD pertinente. La ejecución y reflexión son llevadas a cabo el mismo día.

Se considera que los momentos planteados en el diseño metodológico apuntan a alcanzar el objetivo general y se configuran en sí mismos como una propuesta metodológica, que pretende en su implementación, aportar en futuros procesos de formación adelantados con docentes de matemáticas de básica primaria en ejercicio.

#### **4.2.1.3    *Dispositivos e instrumentos para toma de datos.***

Al estar bajo un enfoque cualitativo, la Sistematización de Experiencias se apoya en preguntas, como aquellos dispositivos que permiten avanzar en la toma de datos. Estas se consolidan en instrumentos seleccionados y contruidos por los tutores a partir del marco conceptual, con el fin de recolectar los datos necesarios para analizarlos y reconstruir la experiencia.

Los instrumentos a utilizar en cada uno de los momentos son:

- Momento 1: Instrumento de pre-diseño con los anexos A1, A2, A4, A6; planeación elaborada por grupos en el Anexo 5 (A5); audio del grupo focal con la docente estudio de caso, grabado durante el ejercicio de planeación.
- Momento 2: Instrumento de pre-diseño con los anexos A11, A12, A13 y A15; video.
- Momento 3: Instrumento de pre-diseño con los anexos A17; planeación consolidada en el anexo 21 en versión 1 y 2 (A21-v1 y A21- v2).
- Momento 4: Instrumento de pre-diseño con el anexo A21; video.
- Momento 5: video.

Los anexos 7, 8, 9, 10, 11, 14, 16, 18, 19, 20 y 22, forman parte del proceso de formación al permitir a los docentes acercarse al conocimiento matemático escolar desde diferentes dimensiones y se relacionan en el apéndice de la intervención, pero no hacen parte del análisis.

#### 4.2.1.4 *Categorías emergentes en la práctica a la luz de la teoría.*

Teniendo en cuenta que las categorías son un filtro que permiten centrar la mirada en las líneas de fuerza, determinadas a partir de la implementación de la intervención del grupo de maestros investigadores, en el proceso de sistematización de experiencias adelantado, se definieron categorías que emergieron desde la reflexión realizada y que subyacen a la práctica de tutores y profesores de Matemáticas de CI de BP a la luz del marco conceptual.

Las categorías determinadas fueron cuatro, se relacionan con las preguntas orientadoras definidas en el planteamiento del problema y permiten la construcción de un conocimiento propio del equipo investigador, conformado por tutores y profesores de Matemáticas de CI de BP. Ellas son:

- **Uso de materiales didácticos.** Se concibe desde la intención de su uso en acuerdo con Coriat (2008) y su relación con el objeto matemático seleccionado en forma de puente entre la DM y los docentes. Esta categoría se configura como el eje central, integrador, al ser considerado además como un organizador de currículo (Rico, 1997), ya que a partir de ella se articulan otras categorías, dando sentido al proceso de formación adelantado frente a lo que propone la DM. Se relaciona con el propósito general de la investigación e indaga alrededor de cómo conciben los docentes el MD que llevan al aula, en este caso, para la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos. Está asociada con un elemento muy importante de naturaleza emotiva: la actitud asumida por los docentes cuando los MD entran en escena.

- **La representación bidimensional de poliedros.** Nace con el problema. Es la que da sentido al uso del MD y es el pretexto para ahondar en la enseñanza de la geometría espacial en el CI de BP, a partir de dimensiones no euclidianas (Gutiérrez, 1998), (Godino y Ruíz, 2002), (Castro, 2004), (Guillen, 2010), (Urchegui, 2015). Cobra importancia, debido a la relación que tiene con la dimensión comunicativa, el dominio sobre situaciones de diferentes campos de conocimiento que las utilizan y el reconocimiento del espacio. Pretende analizar cómo piensan los profesores de Matemáticas de CI de BP la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos y si para ellos, la DM y el uso de MD tiene un papel preponderante.

- **Relación docente – tutor.** Es una categoría que emerge en la práctica, e involucra a los investigadores como sujetos de investigación, que desde su rol buscan cerrar la brecha entre la teoría y la práctica (Bishob, 2005). Permite el análisis alrededor de la labor realizada por los tutores

en el proceso de formación, la naturaleza de las interacciones (Barberà, 2006) y la manera en que ella afecta la construcción del conocimiento matemático escolar de ambos (Jawrosky, 2008). Busca determinar si los conocimientos de los profesores de Matemáticas de CI de BP logran ser influenciados por la mediación que realiza el tutor entre ellos y la DM, a través de la puesta en escena del modelo de AD y del uso de los MD.

- **La planificación curricular.** Esta categoría se relaciona con la intención que marca el proceso de formación, al ser un elemento central del modelo de AD. Los dispositivos de planeación, siguiendo a Perrenoud (2007) y que se construyen en el proceso, permiten hacer contraste y evidenciar los avances adquiridos por los docentes, al analizar cómo sintetizan el conocimiento matemático escolar en torno a las tareas escolares que seleccionan (Rico, 2015) para la enseñanza de la Representación bidimensional de sólidos geométricos; logra evidenciar concepciones previas sobre el uso del MD y si estas cambian luego del proceso de formación adelantado.

#### **4.2.1.5 Grupo focal y estudio de caso.**

Para la investigación, el trabajo en equipo es fundamental (Perrenoud, 2007), máxime si se plantea un proceso de formación bajo el modelo de AD (Rico, 2015). Es por eso que la recolección de datos se realiza teniendo en cuenta dos elementos fundamentales: el grupo focal (Kitzinger, 1994) y el estudio de caso (Anguera, 1995).

- El grupo focal es conformado por las docentes de CI de BP de la sede Miguel Ángel Zúñiga, adscrita a la IE Juan María Céspedes en la zona urbana del municipio de Tuluá, seleccionado por tener el CI de BP completo en la jornada de la mañana, aspecto que facilita la realización de la intervención. Lo integran nueve docentes: dos de preescolar, dos de primero, de segundo, dos de tercero y una de metodología flexible llamado “Aceleración del aprendizaje<sup>6</sup>”, todas profesoras sin formación disciplinar en Matemáticas pero que se ven en la necesidad de enseñarla; cinco de ellas tienen maestría en educación. Se identifican en los protocolos de recolección de datos como D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8 y D9. Son importantes en la investigación, al movilizar las actividades y el conocimiento matemático escolar traído a escena.

- La docente estudio de caso no fue seleccionada por los tutores, se postula de forma voluntaria para la ejecución de la clase, evidenciando de esta manera su sensibilidad por la

---

<sup>6</sup> Programa de formación para estudiantes extra edad, que no han finalizado el Ciclo de Básica Primaria y posibilita el tránsito a la Secundaria. Como requisito para ingresar deben saber leer y escribir.

enseñanza de las matemáticas, la cercanía y afinidad con la temática presentada, así como el proceso de apropiación que fue realizando en relación con los conceptos presentados. Su participación es fundamental en el proceso, ya que a partir de esta se concentra la toma y análisis de datos, para encontrar soluciones a la problemática detectada en la IE. Se identifica como D1. Esta acción beneficia la investigación, no fue necesario imponer un rol, utilizar argumentos para convencerla y permite además dar cuenta del proceso de transferencia realizado por los tutores durante los momentos 1, 2 y 3 del diseño metodológico.

- Los tutores son otro elemento fundamental del grupo focal, al ser también sujetos de investigación desde su práctica. Los dos tienen formación disciplinar en educación matemática y han fungido como tutores del PTA por más de tres años. Se identifican en la intervención como T1 y T2.

#### 4.2.2 Fase dos: toma de datos.

Cómo técnica de recolección de datos se utiliza el grupo focal y el estudio de caso, a través de los momentos e instrumentos enunciados en la tabla 2, en la cual se presenta además el tratamiento dado a los datos que cada uno de ellos suministra para la elaboración de los análisis posteriores.

Tabla 3. *Instrumentos utilizados en cada momento de la intervención.*

| Objetivos                                                                                                                                                                                                       | Momento                                                          | Instrumentos                                                                                                                                  | Tratamiento                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Identificar las ideas que tienen los profesores de Matemáticas, previas y posteriores a la intervención de un tutor en un proceso de formación, a partir del uso de Materiales Didácticos en la enseñanza de la | <b>Momento 1</b><br>indagación y exploración de saberes previos. | Instrumento de pre-diseño con los anexos A1, A2, A3, A4, A6. Planeación elaborada por grupos en el Anexo 5 (A5). Audio del grupo focal con la | Se escanean todos los anexos de la docente estudio de caso identificada como D1 y la totalidad de A6 elaborados por la docente. Tratamiento de datos en la rejilla 1.<br><br>Se toman los escritos por momentos, de la planeación registrada en el A5, para contraste con el A21. |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                               |                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos.                                                                                                                                                                                                                 |                                               | docente estudio de caso, grabado durante el ejercicio de planeación.                                 | Tratamiento de datos en la rejilla 3.<br><br>Se seleccionan los episodios críticos del audio para transcripción. Tratamiento de datos en la rejilla 1.                                                                  |
| Identificar las ideas que tienen los profesores de Matemáticas, previas y posteriores a la intervención de un tutor en un proceso de formación, a partir del uso de Materiales Didácticos en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos. | <b>Momento 2:</b><br>“Encuentro de saberes”   | Instrumento de pre-diseño con los anexos A11, A12, A13 y A15; video.                                 | Se escanean todos los anexos de la docente estudio de caso identificada como D1: A11, A12, A13 y A15 y se remiten a la rejilla 2.<br><br>Se observan de forma global los videos de este momento.                        |
| 2. Caracterizar las prácticas en el aula de un profesor de Matemáticas, alrededor de una clase diseñada por pares académicos, docentes y tutores, para la                                                                                                                           | <b>Momento 3:</b><br>planeación de una clase. | Instrumento de pre-diseño con los anexos A17; planeación consolidada en el anexo 21 en versión 1 y 2 | Se escanean todos los anexos relacionados con la docente estudio de caso identificada como D1 A17; planeación consolidada en el anexo 21 en versión 1 y 2 (A21-v1 y A21-v2). Estos últimos se analizan en la rejilla 3. |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                          |                                                  |                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, mediada por el uso de Materiales Didácticos.                                                                                                                                                           |                                                          | (A21-v1 y A21-v2).                               |                                                                                                                                                                                                                   |
| 2. Caracterizar las prácticas en el aula de un profesor de Matemáticas, alrededor de una clase diseñada por pares académicos, docentes y tutores, para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, mediada por el uso de Materiales Didácticos. | <b>Momento 4:</b> puesta en marcha de la clase planeada. | Instrumento de pre-diseño con el anexo A; video. | Se escanean los anexos A generados por los docentes acompañantes.<br>Se cuenta con video para análisis global. La clase es retomada de manera inmediata en el momento 5 para el análisis de actuación respectivo. |
| 2. Caracterizar las prácticas en el aula de un profesor de Matemáticas, alrededor de una clase diseñada por pares académicos, docentes y tutores, para la enseñanza de la                                                                                                                  | <b>Momento 5:</b> reflexión final.                       | Video.                                           | Se seleccionan episodios críticos del video de 1:50:00 de la reflexión final para transcripción. Tratamiento de datos en la rejilla 4.                                                                            |

---

representación  
bidimensional de  
poliedros generados  
por tetracubos,  
mediada por el uso de  
Materiales Didácticos.

---

Fuente elaboración propia.

#### 4.2.3 Fase tres: procesamiento de datos.

Los datos fueron recopilados en la fase dos del diseño, a partir de los instrumentos definidos en el marco metodológico de la investigación. Desde los planteamientos de Hoyos (2015), se establece un modelo que se gesta en el enfoque cualitativo y la Sistematización de Experiencias desde Mejía (2008), para consolidar los resultados de las prácticas adelantadas. Así se determina en comunidad, el uso de un modelo interpretativo a partir del cruce de rejillas, para facilitar el proceso de análisis de los resultados, que sigue el esquema ilustrado en la tabla 4:

Tabla 4. *Modelo de rejilla utilizada en el tratamiento de los datos obtenidos.*

| Información o episodios                                                           | Análisis                                                                                                                                                                    | Tendencia                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| En esta columna se establece la categoría, el instrumento y los datos a analizar. | Se retoman las preguntas orientadoras.<br>A la luz del marco conceptual se hace una interpretación con carácter descriptivo, de lo sucedido y recopilado en el instrumento. | A manera de conclusión, se plantea inferencias desde los análisis, apuntando a los objetivos de la investigación. |

La tabla se elabora con el fin de analizar de forma rigurosa y ordenada los datos obtenidos, para darle validez y confiabilidad a la investigación adelantada. Fuente elaboración propia.

El tratamiento de los datos se realiza a partir del reconocimiento de los momentos críticos en los instrumentos seleccionados, para el análisis interpretativo y descriptivo de cada uno de ellos a la luz del marco conceptual, con el fin de establecer las tendencias, vistas estas últimas como inferencias que pueden concluirse a partir de los análisis realizados. En la tabla 5, se puede apreciar una visión general de las cuatro rejillas del anexo 2 elaboradas en el marco de la presente investigación, con el fin de darle el tratamiento necesario a los datos obtenidos para ser susceptibles de análisis. En cada una de las rejillas fueron tenidas en cuenta las cuatro preguntas orientadoras y las cuatro categorías, enunciadas previamente.

Tabla 5. *Resumen general de las rejillas que contienen el tratamiento de los datos.*

| <b>Rejilla / propósito</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>Instrumentos</b>                                                                                        | <b>Análisis / tendencia</b>                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Rejilla n° 1</b><br>El propósito se centra en el momento 1 de la intervención, en el cual se pretende identificar las ideas que tienen los profesores de matemáticas, acerca del uso de materiales didácticos en la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros. La actividad la desarrollan las docentes D1, D4 y D5, elaborando una planeación para grado segundo. | Dos audios generados durante la planeación y la intervención. En ellos se relacionan todas las categorías. | Los docentes no tenían clara la diferencia entre recurso y material didáctico, como tampoco la importancia de su uso en la planeación curricular y el desarrollo de actitudes positivas, situación que con la intervención estructurada por los tutores evolucionó favorablemente. |
| <b>Rejilla n° 2</b><br>En esta rejilla se analizan los resultados de las tareas que fueron direccionadas por los tutores. El propósito se centra en el direccionamiento con los docentes de algunos de los procesos de formación, encaminados a abordar la enseñanza de la visualización y la representación bidimensional en CI de BP desde                                                | Los instrumentos se denominaron de pre diseño y las tareas llevadas a cabo por los docentes en papel.      | Los docentes basan la enseñanza de aspectos propios de la geometría espacial, como lo son las representaciones bidimensionales, desde aspectos euclidianos, desconociendo otros elementos que son necesarios en el CI de BP. La mayoría de ellos utiliza perspectivas apoyadas en  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>dimensiones topológicas y proyectivas. Acciones desarrolladas en los momentos 1 y 2 de la intervención. Se analizan todas las respuestas de la D1 estudio de caso, con excepción del Anexo 6, del cual se retoma la respuesta del numeral 3 dada por todas las docentes, buscando determinar tendencias.</p>                                                                                                                                                                         | <p>encuentran originalmente como anexos de la propuesta metodológica y son: A1, A2, A4, A6, A11, A12, A13 y A15</p>                                                                                                                                            | <p>puntos de proyección frontoparalelos al plano azimutal cero (Urchegui, 2015), como lo son las dimétricas o caballeras; los profesores en su mayoría logran a través del proceso adelantado en la intervención, apropiarse de otros sistemas de representación como el isométrico a partir del uso de MD que lo potencian.</p>                                                                                                                                                                                                    |
| <p>Rejilla n° 3</p> <p>El propósito de esta rejilla es la contrastación de los instrumentos de planeación elaborados en los momentos 1 y 3. En el momento 3 se generó una clase centrada en la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros a partir del uso de Materiales Didácticos, en donde se sintetizaron los conocimientos producidos por los docentes a partir de la formación recibida, la experiencia y la intervención de los tutores desde de la DM.</p> | <p>Los instrumentos tomados en consideración son dispositivos de planeación surgidos partir del modelo de la IE, denominado a partir de la propuesta metodológica como anexo 5 (A5), el anexo 21 versión uno (A21-v1) y el anexo 21 versión dos (A21- v2).</p> | <p>Los docentes de CI de BP se centraron inicialmente en el diligenciamiento del formato, haciendo énfasis en los espacios que el documento planteaba, desconociendo el objetivo enunciado y algunos elementos propios de la DM para la enseñanza de la geometría espacial en grados iniciales; tienden a planear en solitario y a omitir el uso de los MD. Posterior a la intervención de los tutores, los docentes asumen los MD como organizadores de currículo y su planeación se enmarca desde algunos elementos de la DM.</p> |

---

|                                           |                    |                                     |
|-------------------------------------------|--------------------|-------------------------------------|
| Rejilla n° 4                              | El instrumento     | Se reconoce la importancia de       |
| Centra su propósito en el momento 5, en   | fue el video de la | trabajar en conjunto. Los           |
| donde se reflexiona alrededor de la clase | sesión, del cual   | docentes reconocen el papel         |
| ejecutada en el Momento 4 por la D1 y     | se hizo la         | protagónico de los MD en la         |
| planeada en el Momento 3 en el A21-v2     | transcripción de   | enseñanza de la geometría,          |
| en colectivo.                             | los momentos       | valorando las actitudes positivas   |
|                                           | críticos.          | que generan en los estudiantes.     |
|                                           |                    | Es posible inferir en este punto el |
|                                           |                    | impacto positivo que tuvo el        |
|                                           |                    | proceso de intervención             |
|                                           |                    | adelantado por los tutores con los  |
|                                           |                    | docentes, desde el discurso que     |
|                                           |                    | manejan en sus participaciones.     |

---

Resumen general de las rejillas que contienen el tratamiento de datos, las cuales se encuentran en el anexo 2 del presente trabajo. Fuente elaboración propia.

#### **4.2.4 Fase cuatro: análisis de resultados.**

A continuación se presentan los análisis generales, contruidos a partir del tratamiento de datos, alrededor de las preguntas orientadoras y las categorías establecidas.

##### **4.2.4.1 El uso de Materiales Didácticos: un organizador de currículo que favorece el aprendizaje desde la emoción.**

*“Los niños tienen que jugar más con herramientas y juegos, dibujar y construir; tienen que sentir más emociones y menos preocupaciones por problemas de su tiempo”*

*William Penn*

La intervención realizada en el marco de la investigación, se estructura en momentos que son fundamentales para establecer las concepciones que tiene el profesor de matemáticas de CI de BP frente al uso de MD. Inicialmente, los docentes no tenían clara la diferencia entre recurso y

material didáctico, como tampoco la importancia de su uso en la planeación curricular y el desarrollo de actitudes positivas, situación que con la intervención estructurada por los tutores evolucionó favorablemente.

En el momento uno<sup>7</sup>, es posible establecer desde el discurso de los profesores de CI de BP, el uso indiscriminado de los términos recurso y material didáctico, lo cual indica que eran pensados de la misma manera, por fuera de las posturas que se toman en la DM. Se evidencia durante la indagación que a ellos se les dificulta asumir los MD como un eje estructurador de la planeación o reconocerlos como un organizador de currículo (Bedoya, 2002); los perciben como algo que se agrega para facilitar la enseñanza de una temática o completar un formato. Hay una sentida preocupación por enmarcar los MD en actividades con tendencia al juego, más que aquellos de carácter conceptual o procedimental que favorezcan el progreso de actitudes que propendan por el aprendizaje, lo cual se relaciona con los ejercicios de planeación inicial elaborados por los docentes, en donde los MD se veían más como un agregado lúdico que como un promotor de aprendizajes.

Es así como en este momento, los profesores de Matemáticas de CI de BP reconocen la necesidad de vincular materiales en sus clases, ubicando el uso de los MD en lo que Coriat (2008) enuncia como el escenario dos “el maestro se pregunta qué materiales son más adecuados para favorecer el aprendizaje de sus alumnos” (pág. 62), ya que en sus planeaciones plantean las actividades y a partir de allí buscan los recursos más favorables, que generalmente se reducen al tablero, el cuaderno y libros de texto no especializados (Godino y Ruíz, 2002; Rico, 2015).

Los profesores ven en el proceso de planeación inicial que es fundamental la necesidad de vincular materiales con esta temática, al mencionar que sin ellos el grado de dificultad para elaborar las representaciones bidimensionales de tetracubos aumenta y que además es algo que no llevan con regularidad a las aulas, aspecto evidente en el siguiente diálogo:

- D1: *Pero entonces, cómo vamos a llevarlos a hacer esas representaciones, apoyándonos, por que miren que hasta nosotras que somos adultas nos tuvimos que apoyar en material didáctico.*
- D4: *Si, hay que utilizarlo y con ellos mucho más.*

---

<sup>7</sup> Corresponde al momento de indagación y exploración de saberes previos en la planeación de la clase de parte del profesor.

- D1: *Porque no estamos acostumbrados a hacer este tipo de actividades con ellos.*

(Fragmento de la rejilla uno, anexo 4).

Ya en el momento dos de conceptualización, las actividades concretadas en anexos escritos, que fueron diseñadas y orientadas por los tutores a la luz de su experiencia, la DM y el modelo de AD (Bedoya, 2002), (Gómez, 2002), le permitieron a los profesores de Matemáticas estructurar nuevas ideas frente al uso de los MD presentados y verlos como organizadores de currículo para la elaboración de futuras planeaciones; las tareas fueron concebidas por los tutores desde diferentes referentes teóricos y alrededor del uso de los tetracubos y el papel punteado isométrico, cuya intención se expresa en los análisis de la rejilla dos en donde se menciona que:

*“Se buscó entonces que los docentes y tutores encontraran caminos para consolidar la enseñanza en CI de BP de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos para consolidar el sentido espacial en los estudiantes, desde el uso de MD y actividades direccionadas desde las dimensiones topológicas y proyectivas indicadas para los niños en este estadio, según lo indican las investigaciones de Castro (2004) y Godino y Ruíz (2012)”*

(Fragmento de la rejilla dos, anexo 4).

Estos MD puestos en escena por los tutores, buscando desencadenar actitudes positivas y generar un diálogo de naturaleza académica entre los profesores y la DM, fueron puentes que permitieron reducir la brecha entre la teoría y la práctica, que Bishop (2005) encontró en la enseñanza de la geometría espacial.

Posterior a este momento, en la elaboración de la planeación conjunta cobraron sentido los MD presentados, ya que permitieron realizar una selección de tareas pertinentes al objetivo de aprendizaje planteado desde el currículo nacional; esto se evidencia en uno de los fragmentos de la tendencia correspondiente a la rejilla uno, que al respecto señala que en:

*“los análisis elaborados se puede apreciar la importancia que cobra el uso del papel punteado isométrico como MD en la enseñanza de la geometría espacial, al permitir realizar representaciones bidimensionales de poliedros generados por tetracubos con mayor facilidad, desde puntos de proyección oblicuos”* (Fragmento de las tendencias de la rejilla dos, anexo 4).

Se reconoce entonces que los MD como el papel punteado isométrico y los tetracubos, sumados a los otros organizadores de currículo estructurados por los tutores en esta investigación, facilitan el abordaje de la enseñanza de los elementos geométricos, promueven el gusto por el aprendizaje de la geometría y permiten alcanzar los objetivos propuestos en la planeación (realizada entre tutores y docentes concretada en el A21) alrededor de la representación bidimensional, desde dimensiones conceptuales, procedimentales y actitudinales. **Esto** se evidencia en algunos diálogos como el referenciado en el siguiente análisis:

*“Llama la atención, que en la revisión disciplinar registrada en el A5, no se contemplaba el uso de MD, pero en los anexos A21 v1 y v2 en el momento tres de la planificación, estos se convirtieron de alguna manera en el centro de la planeación, siendo concebidos desde el mismo Análisis Conceptual, lo que evidencia que los docentes empezaron a asumir los MD en lo que Coriat (2008) denomina el escenario uno, al pensar desde estos en actividades que promuevan el aprendizaje, lo cual además, se constituye en una evidencia de la influencia del rol de los tutores durante el proceso de formación”.* (Fragmento de la rejilla tres, anexo 4).

Los MD son fundamentales en la estructuración del sentido espacial (Flores et al., 2015) y en la consolidación de habilidades comunicativas asociadas con la elaboración e interpretación de imágenes de naturaleza geométrica (Jones, 2002) y al reconocimiento de diferentes mediaciones semióticas (Vergel, 2015).

A partir del siguiente enunciado hecho por una docente durante el momento cinco de reflexión final, en relación con el uso de los MD, es posible dimensionar la actitud asumida por los niños en la clase ejecutada, en la cual se evidencia alegría y compromiso en la realización de las actividades; así, en el análisis de la puesta en marcha, se resalta el impacto de la transferencia del proceso vivenciado por la profesora en la intervención:

*“- D3: Algo que me pareció muy chévere es ver el disfrute de los niños en la actividad. No vi ningún niño aburrido, harto haciendo otras cosas...lo que tu decías ahorita con el niño, “no quiero, no lo voy hacer” ahí es complicado ¿verdad? Pero, todos estaban involucrados, estaban metidos en el cuento, a ellos se les fue el tiempo, cuando ya los papás estaban allá fue que se enteraron que tenían que irse”* (Fragmento de los análisis, rejilla cuatro, anexo 4).

Así, los MD seleccionados como organizadores de currículo permitieron alcanzar los objetivos de aprendizaje propuestos en la planeación A21 y fueron determinantes para favorecer aspectos actitudinales, tales como: la participación y disposición para realizar el trabajo, la interacción entre compañeros que impulsó el dialogo entre pares, la capacidad para disfrutar del aprendizaje de las Matemáticas, el interés demostrado y la perseverancia por resolver los problemas llevados a escena, los cuales en conjunto disponen a los estudiantes para el aprendizaje.

Finalmente, se precisa que los MD son un elemento potente que permite concretar acciones en el proceso de enseñanza de la geometría espacial, en torno a aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales en el aula de clase, evidenciados en todo el proceso de sistematización.

#### **4.2.4.2 La representación bidimensional de poliedros: una manera de comunicar.**

*“Cuando se dibuja algo el cerebro y las manos trabajan juntos”*

*Tadao Ando*

Los docentes basan la enseñanza de aspectos propios de la geometría espacial, como lo son las representaciones bidimensionales, desde aspectos de geometría euclidiana, desconociendo otros elementos que son necesarios en el CI de BP. La mayoría de ellos utiliza perspectivas apoyadas en puntos de proyección frontoparalelos al plano azimutal cero (Urchegui, 2015), como lo son las dimétricas o caballeras; los profesores en su mayoría logran a través del proceso adelantado en la intervención, apropiarse de otros sistemas de representación como el isométrico a partir del uso de MD que lo potencian.

En sus comentarios iniciales, los docentes asumen el uso de los sólidos como un material que permite “ver” para dibujar y no para realizar procesos de visualización con ellos, aspecto que minimiza el potencial formativo que tienen los sólidos cuando se utilizan en el contexto de un MD. Reconocen que estos deben utilizarse, especialmente en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros como los tetracubos, ya que facilitan el trabajo de los estudiantes, pero cuando deben concretar estas tareas, se pierden frente al objetivo de aprendizaje propuesto. Desconocen que en CI de BP deben ser privilegiados los sólidos rectilíneos y no como lo proponen ellos en la figura 16, referida a uno de los elementos de la planeación elaborada en el momento uno, ignorando que los cuerpos redondos generan dificultades en el proceso de visualización por las deformaciones que sufren desde ciertas perspectivas.

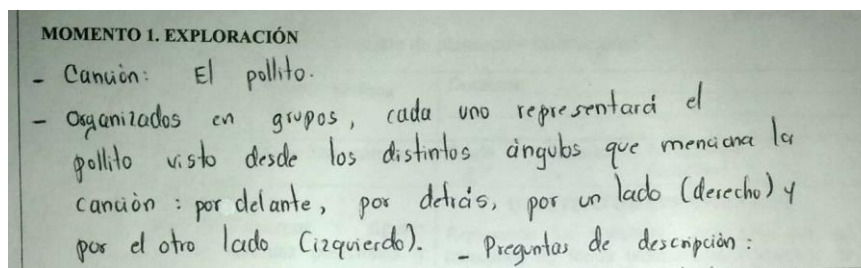


Figura 16. Planeación del momento de exploración del Anexo 5 elaborada entre docentes de CI de BP (D1, D4 y D5). Momento 1 de indagación, exploración de saberes previos en los docentes.

Fuente anexo 5

Uno de los aspectos claves en la construcción de los organizadores de currículo, fue la selección del contexto arquitectónico en el análisis fenomenológico, por la relación establecida entre el conocimiento matemático y el entorno, el cual fue llevado a escena por los tutores a través de imágenes con modelos de casa *container*. Esta elección fue un punto de encuentro entre el conocimiento de los docentes, los tutores y lo enunciado por la DM, y cobra sentido cuando el docente hace transferencia con los estudiantes. En el análisis de la puesta en marcha de la clase, los tutores realizaron el siguiente análisis:

*“Durante la ejecución de la clase, desde los estudiantes emerge de forma espontánea en la exploración el contexto arquitectónico, como lo plantearon Freudenthal (1971) y Godino y Ruíz (2012), cuando algunos de los niños deciden armar modelos de casa con los cuatro cubos. Se descubre en el momento de estructuración, cuando la docente presenta algunas imágenes, que las casas container, relacionadas intencionalmente por los tutores con los tetracubos por su estructura, son un tipo de vivienda cercano a su realidad, importante según lo enuncia Alsina (2000), lo cual se aprecia como un elemento que jugó a favor de los procesos de visualización y representación trabajados en las tareas propuestas”.* (Fragmento de la rejilla cuatro, anexo 4).

En los momentos iniciales de la intervención, a través de la elaboración de la primera planeación consolidada en el A5, los docentes manifiestan una inclinación por enseñar desde lo euclidiano, aspecto que refieren desde su discurso y lo que sintetizan en este primer dispositivo (Perrenoud, 2007). No hay evidencias en ese momento, que brindarán pistas sobre el conocimiento de las dimensiones topológicas y proyectivas que deben ser tenidas en cuenta cuando se enseña lo espacial en el CI de BP.

La intención de los tutores en los momentos posteriores de la intervención, se centró en llevar a escena tareas y actividades pensadas en fortalecer las estrategias didácticas y el conocimiento matemático escolar de los docentes, centrados en lo topológico y lo proyectivo, para enseñar aspectos de la geometría espacial a partir de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos; estas tareas se encuentran concretadas en los anexos de la intervención y fueron clave en las decisiones que tomaron los docentes para sintetizar la planeación A21.

En los trabajos realizados por los docentes en el momento 2 de la intervención, con los cuales se adelantó la conceptualización y que son recopilados en el anexo 2, se presentan evidencias que nos indican que el uso de diversas perspectivas en la representación bidimensional de poliedros requiere estar mediada por un proceso de formación y que no importa la edad, tal y como lo afirman los Van Hiele (1950), si una persona no recibe educación geométrica no avanza en la construcción del pensamiento espacial. En las imágenes que se encuentran al lado derecho de la figura 17 vemos los cubos elaborados por un docente en diferentes recursos como hojas en blanco y mallas ortogonales, en donde representa bidimensionalmente un cubo desde un plano frontoparalelo que asemeja la perspectiva dimétrica o caballera, sin tener en cuenta que los ángulos que la caracterizan son de  $90^\circ$  y  $135^\circ$ ; en el papel punteado isométrico el mismo docente elabora el cubo de la misma forma, desconociendo la perspectiva isométrica.

Las imágenes de la derecha de la figura 17 son generadas posteriormente al proceso de conceptualización liderado por los tutores siguiendo las instrucciones sugeridas en las investigaciones adelantadas por Mitchelmore (1974), Ben-Haim et al (1985), Gutiérrez (1998) y Grossi y Sgreccia (2015), evidenciando que hay un avance en la visualización y mayor conciencia alrededor de algunos aspectos geométricos que fundamentan esta perspectiva. Al utilizar las herramientas que nos brinda Geogebra, se comprueba que la medida de los ángulos generados en la representación de los tetracubo es de  $120^\circ$ , lo cual se facilita por la disposición de la trama de puntos de la hoja isométrica, aspecto que ratifica la pertinencia en la elección de este MD.

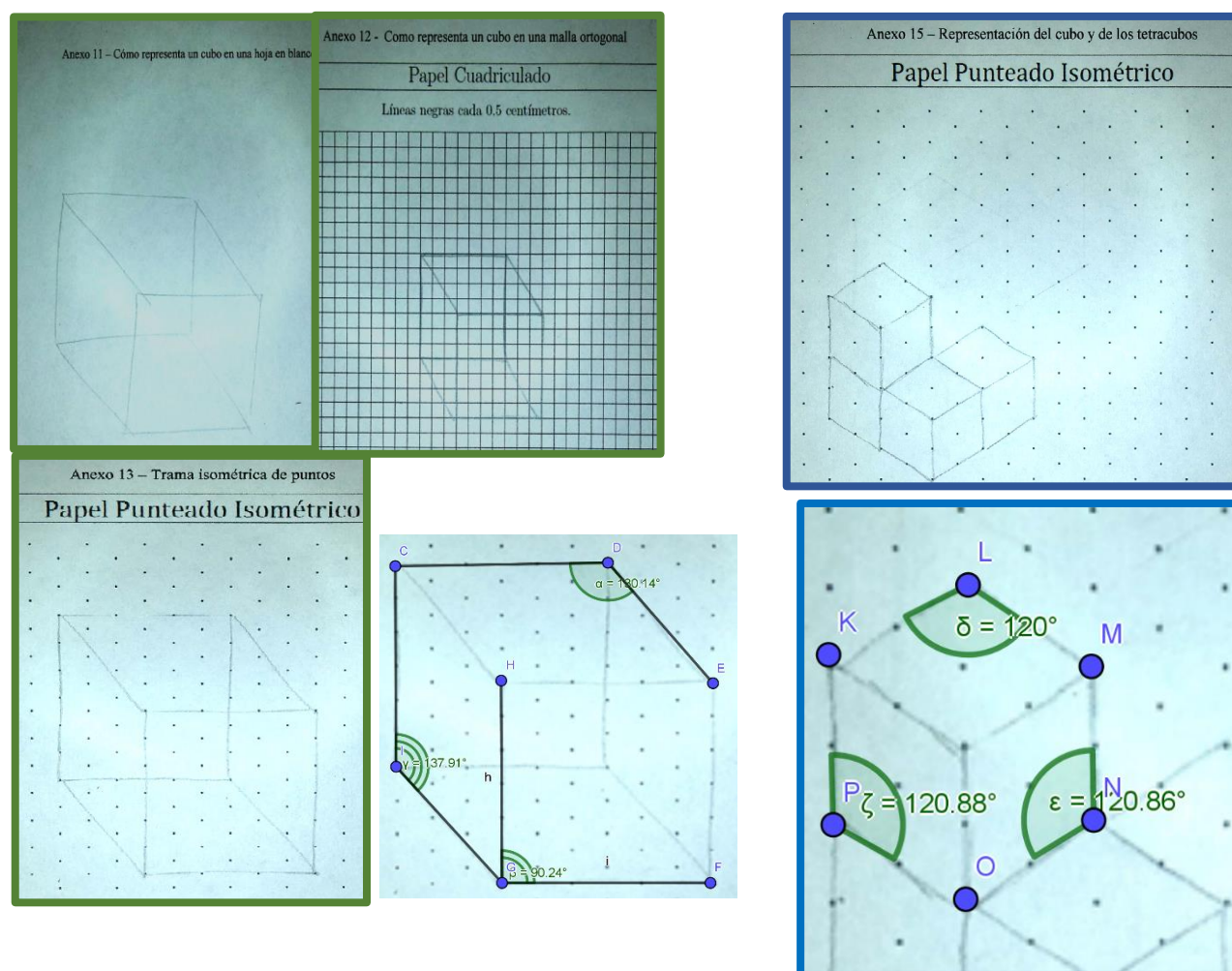


Figura 17. Representaciones bidimensionales de un cubo y un tetracubo, elaboradas por un docente en diferentes medios (hoja blanca, malla ortogonal y papel punteado isométrico), antes y después del proceso de formación orientado por los tutores. Fuente: anexo 2.

Queda claro que la representación bidimensional plana de poliedros generados por tetracubos es un proceso que debe ser enseñado, guiado en el aula desde la orientación del docente, a la luz de la DM y el uso de los MD pertinentes, en este caso, materiales como las hojas isométricas y los tetracubos, que potencian la construcción del sentido espacial a través de la enseñanza de la visualización y la representación, permiten pasar de dimensiones topológicas a proyectivas y acercan a la dimensión euclidiana de forma comprensible. Este hecho se afirma en diálogos como el siguiente, sostenido entre docentes y tutores, en el momento de reflexión posterior a la clase ejecutada:

- T2: *yo quisiera destacar allí, que la profe les dijo “vamos a dibujar los cubos, con otra mirada diferente a la frontal, para esto vamos a dibujar girando un poquito el cubo” ¿usted se acuerda cuando usted lo dijo así? Entonces los niños inmediatamente entendieron que era lo que usted les quería decir, y cuando usted hizo la primera línea, luego les dijo, “vamos a hacer otra línea vertical al lado derecho y otra al lado izquierdo”...ya no tuviste que hacer más nada, ya ellos inmediatamente lo visualizaron.*
- T1: *Solos lo completaron*
- D2: *Solamente con hacerles la primera línea vertical, la del frente, solo con hacer esa, ya ellos habían logrado visualizar, se les mostro el cubo sólido, ya se les mostro el cubo grande todos lograron identificar esa línea que usted les había mostrado...ellos de una lograron visualizarlo en su cabecita entonces cuando ella hizo esa otra línea, hacía rato habían logrado visualizarlo ¡Realmente!, Entonces fue muy sencillo.*

(Fragmento de la rejilla cuatro, anexo 4).

Por otro lado, cabe resaltar la potencia del uso de papel punteado isométrico como MD en la construcción del sentido espacial, al permitir realizar representaciones bidimensionales de poliedros generados por tetracubos con estudiantes de CI de BP con mayor facilidad, desde puntos de proyección frontoparalelos y oblicuos, logrando poner en manifiesto las relaciones de paralelismo y perpendicularidad que permiten una mejor representación bidimensional de lo tridimensional. Al observar ejemplos de los trabajos referenciados en la figura 18, realizados por los estudiantes bajo la orientación de la docente que dirigió la clase, es posible inferir que los MD utilizados, en este caso los tetracubos, el mismo cubo y las hojas de papel isométrico, facilitaron el tránsito de los estudiantes de la etapa de “realismo intelectual” a la de “realismo visual” según los planteamientos Majluf (1980).

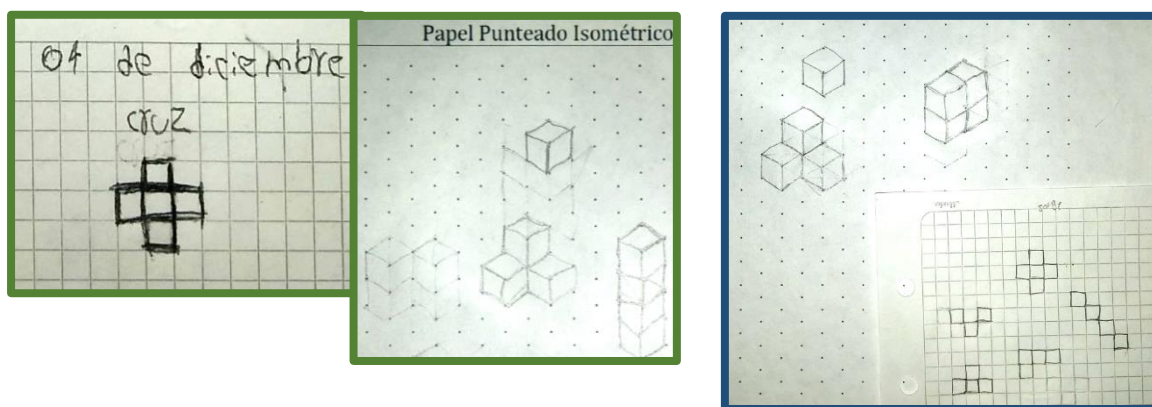


Figura 18. Representaciones bidimensionales de tetracubos elaboradas por los estudiantes, en mallas ortogonales y hojas isométricas, antes y después del proceso de enseñanza orientado por la docente.

Es así como los docentes evidenciaron que es posible llevar a los estudiantes de CI de BP de lo topológico a lo proyectivo y euclidiano a través de la enseñanza de la representación bidimensional plana, a partir del uso de MD pertinentes.

#### 4.2.4.2 Docente – tutor: el intercambio de conocimientos.

*“Los humanos dependemos, en todos los sentidos, de la ayuda de otros. Únicamente así podemos desarrollarnos. Al mismo tiempo, también dependemos de ayudar a otros. Quien no es necesario, quien no puede ayudar a otros, acaba solo y atrofiado. La ayuda, por tanto, no sólo sirve a los demás, también nos sirve a nosotros mismos”.*

*Bert Hellinger*

En un proceso de formación de profesores de Matemáticas, en donde intervienen tutores como acompañantes que favorecen las mediaciones entre los conocimientos de los docentes, el Conocimiento Didáctico del Contenido y el de la DM, emerge desde la práctica misma una relación de pares académicos, donde el rol del tutor influencia de alguna manera a los docentes. En esta investigación, esta relación se concibe bajo una naturaleza socio-constructivista (Barberà, 2006), al establecer que la construcción de los saberes se da en el trabajo realizado en conjunto y se reconoce que el tutor es el mayor beneficiado en esta interacción (Jawrosky, 2008). Así, el

conocimiento disciplinar, didáctico y pedagógico del tutor se ve fortalecido, en la medida en la que hace transferencia<sup>8</sup> del mismo para formar a los profesores que orientan Matemáticas.

El tutor ante la necesidad de interpretar elementos de la DM para hacer transferencia de ellos a los profesores de CI de BP que tienen un saber empírico amplio, genera puentes que permiten refinar el conocimiento matemático escolar de ambos. Esta intención direcciona las acciones del tutor durante el discurso empleado en la intervención.

En el caso particular de esta investigación, fue posible establecer desde la reflexión que en algunas ocasiones las acciones del tutor se tornan inductivas, desde el discurso, la orientación de las actividades y el uso de los dispositivos planeados, especialmente en el momento de conceptualización, lo que genera por momentos que la formación adquiriera por parte del tutor un matiz instruccional, en el afán de alcanzar las metas propuestas.

Es posible inferir que el proceso adelantado por los tutores utilizando MD, facilitó la formación de los profesores de Matemáticas de CI de BP, al permitirles refinar y resignificar tanto la visualización como la manera de abordar la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros generados por tetracubos para enseñarla.

Los análisis realizados a las tres planeaciones generadas en la intervención, permiten inferir que el conocimiento disciplinar, didáctico y pedagógico de los docentes en relación con la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros se transformó positivamente en el marco de la formación adelantada, al pasar de ver y dibujar, a estructurar tareas desde la DM que guíen a los estudiantes por la visualización y la forma de representar en perspectivas isométricas. Llama la atención que en la planeación A21, la selección de las tareas estuvo guiada desde los organizadores de currículo que llevaron a escena los tutores, especialmente el de MD, hecho que se evidencia en la figura 19.

---

<sup>8</sup> Entendido como el proceso de apropiación de los conocimientos después de haberlos expresado.

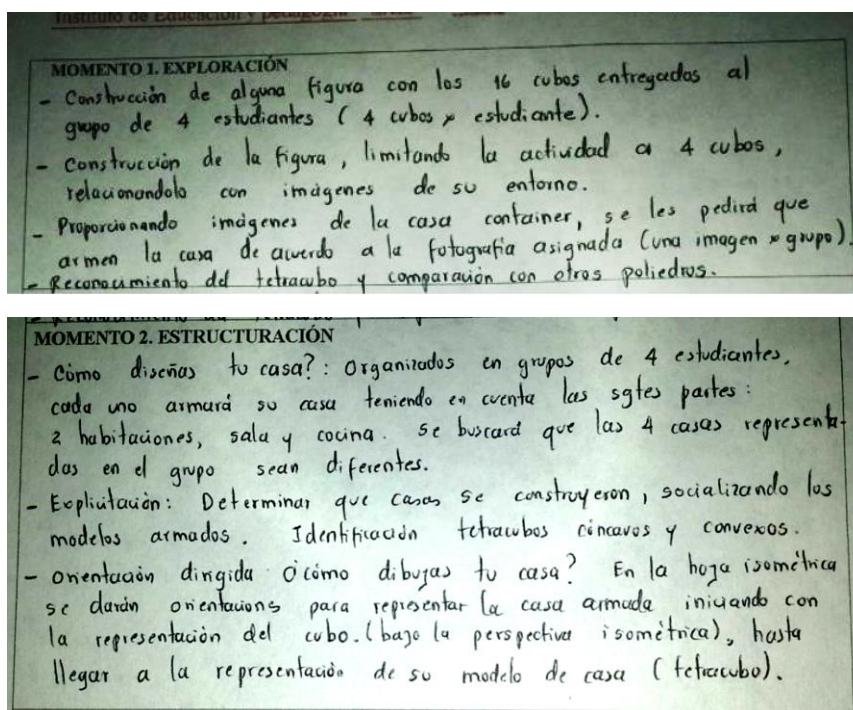


Figura 19. Aparte del documento extraído del anexo 21, planeación conjunta para la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros. Fuente: anexo 21.

Es evidente el influjo por parte del tutor en los conocimientos matemáticos escolares de los docentes acompañados, desde el análisis de las síntesis plasmadas en las planeaciones (Rico, 2015).

Al observar algunos de los videos de forma global, es posible identificar en los diálogos que se suscitan entre docentes, que cuando ellos interactúan sin la presencia de un tutor, su comunicación es más fluida y permite que emerjan de manera más espontánea las ideas que tienen alrededor de una temática. Algo que fue posible inferir, es la necesidad de establecer vínculos de empatía entre docentes y tutores para realizar procesos de formación, en los cuales se favorezca la confianza y se construyan los espacios para que todos se expresen sin cohibiciones. Esto se evidenció por momentos, en donde la presencia del tutor generaba en algunos docentes, emociones que les impedían expresar sus saberes y opiniones ante sus pares académicos. Ello hace pensar en la necesidad de implementar en próximos procesos de formación, más espacios para fortalecer vínculos y dialogar abiertamente entre docentes para hacer transferencia de los conocimientos llevados a escena por los tutores.

Se infiere que en un proceso de formación de profesores de matemáticas de CI de BP en donde se involucran tutores como acompañantes desde la DM, los conocimientos disciplinares, didácticos y pedagógicos de los docentes se ven influenciados; esto se refleja en la precisión del uso de términos, el dominio sobre el uso de MD y el diseño de dispositivos de planeación más potentes, que según el AD, concretan procesos de formación (Rico, 2015; Flores et al., 2016).

#### **4.2.4.4 La planificación curricular: concreción de los procesos de formación docente.**

*“Lo más importante de este mundo no es saber dónde estamos, sino hacia dónde vamos”*

Goethe

El proceso de planificación curricular, es visto por el modelo de AD como una forma de concretar el proceso de formación docente, el cual debe darse en espacios de trabajo conjunto (Rico, 2015), en este caso, entre tutores y docentes. En esta investigación, los encargados de dar la puntada inicial en el proceso de planeación son los tutores, al determinar desde el análisis del contexto, una temática asociada a la geometría espacial que debía ser atendida, la enseñanza de la representación bidimensional de sólidos geométricos. Otro elemento clave fue el establecer la pertinencia de éste tópico desde la revisión de la DM y el contexto curricular nacional e institucional, lo que llevó a revisar desde los Lineamientos Curriculares, los EBC y los DBA V2, la manera en que el sentido espacial era abordado para construir los objetivos que concretaran las expectativas de aprendizaje para el CI de BP como uno de los puntos de partida para la elaboración de la clase y que fueron suministrados a los docentes ya consolidados.

En todos los formatos en los cuales se debía elaborar la planeación, los tutores suministraron el objetivo de aprendizaje y los fragmentos de los referentes curriculares que se contemplan en el anexo 18 de la intervención, a modo de insumo para que los docentes planearan a partir de ellos. Encontramos en los audios generados en la elaboración de la planeación del momento uno, plasmada en el anexo 5 (A5), que los docentes de CI de BP se centraron en el diligenciamiento de los espacios que se entregaron en blanco, desconociendo el propósito de enseñanza enunciado en el objetivo y algunos elementos propios de la DM para la enseñanza de la geometría espacial en el CI de BP.

La planeación A5, evidencia que los docentes inicialmente no se rigen por modelos que plantea la DM para su diseño, hay una tendencia a elaborarlos desde conocimientos de carácter empírico, secuenciando acciones que no se apoyan en ninguna postura de la DM. Los MD no son tenidos en cuenta como organizadores de currículo y los criterios de selección de las tareas escolares que se plantean los docentes en el CI de BP, tienden a ir de la mano de juegos carentes de una intención didáctica pertinente. Esto contrasta con el dispositivo de planeación concretado en conjunto en el momento tres (A21), luego de participar del proceso de formación orientado por tutores a la luz de los modelos de AD; en el A21, el modelo Van Hiele y los organizadores de currículo llevados a escena en la intervención, cobraron sentido y direccionaron la selección de las tareas a realizar con los estudiantes desde la DM.

Otro aspecto que se infiere en los análisis, es que los docentes se inclinan por planear en solitario, situación que va en desventaja con el trabajo en equipo que Rico (2015) y Perrenoud (2007) destacan. Este hecho es valorado por los profesores cuando se reflexiona alrededor de la planeación en conjunto como una dinámica adelantada entre docentes y tutores, destacando después de haber participado en ellas, las bondades de fortalecer los roles de la práctica docente en ejercicios colectivos.

El proceso de intervención adelantado por los tutores en relación con la planeación, estructura el proceso de la construcción de conocimientos matemáticos escolares en los profesores de una manera pertinente y se evidencia en los análisis de la rejilla tres, en el contraste de las planeaciones A5 y A21.

*“Los docentes en la planeación elaborada en el momento uno, registrada en el A5, formularon actividades tendientes a dinamizar la clase desde lo lúdico, en donde el propósito se centró en el juego y se perdió el objetivo de aprendizaje propuesto; no se ve de forma explícita cómo enseñar a los estudiantes la representación bidimensional plana, se infiere que es algo que surge a partir de la posibilidad de “ver” algo para posteriormente dibujarlo. En los A21-v1 y v2, las actividades se estructuran a partir de la intervención realizada por los tutores, de forma coherente con el sentido propuesto por el objetivo y los MD presentados; las tareas están encaminadas en reconocer inicialmente los MD, profundizar en conceptos, propiedades y relaciones geométricas a partir de ellos para precisar términos sin que el fin sea memorizarlos, llevándolos finalmente a una orientación*

*dirigida sobre cómo representar los tetracubos de forma bidimensional en perspectivas y sistemas de representación isométricos.”(Fragmento de la rejilla tres, anexo 4).*

Es posible inferir que el proceso de planificación curricular adelantado en la intervención, fue pertinente al de formación docente adelantada, evidenciado en el análisis anterior.

## Capítulo 5. Conclusiones

La representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos fue la excusa para acercar a los profesores de matemáticas de CI de BP en el proceso de formación adelantado, al conocimiento matemático escolar relacionado con la construcción del sentido espacial, permitiendo analizar la incidencia del uso de materiales didácticos como medio para acercarlos al objeto matemático establecido. Es así como a partir de los resultados obtenidos, se concluye que tanto docentes como tutores se apropiaron de estos conocimientos matemáticos con mayor rigurosidad y agrado, en una experiencia que gracias a la IAP involucró a investigadores e investigados en un espacio donde interactuaron y afectaron mutuamente sus saberes.

En relación con el objetivo específico número uno, el cual pretende identificar las ideas de los profesores de matemáticas de CI de BP siguiendo el modelo de AD, el marco conceptual construido y partiendo de las síntesis concretadas por los docentes en cada una de las planeaciones elaboradas durante la investigación, se deduce que los dispositivos de planificación curricular permiten el acercamiento a las ideas que estos poseen acerca del uso de MD para la enseñanza de aspectos asociados al sentido espacial. Es así como es posible inferir que antes del proceso de formación adelantado, los profesores de matemáticas de CI de BP participantes no reconocían los MD ni los sistemas axonométricos como algo importante para la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros generada por tetracubos, los asumían como un requisito que exige el formato de planeación institucional. De igual forma, enfocaban su enseñanza y el conocimiento matemático escolar relacionado a este objeto matemático desde una dimensión euclidiana que se servía de representaciones carentes de elementos geométricos, partían de tareas enfocadas desde el juego, en donde además no se le daba el valor necesario a los documentos que sirven como referentes curriculares en el territorio colombiano.

Esta situación se transforma después del proceso de formación realizado por tutores bajo un enfoque socio-constructivista, en donde se ven afectados los conocimientos matemáticos escolares tanto de ellos como de los profesores de matemáticas de básica primaria. Se establece desde las representaciones elaboradas por docentes y estudiantes, los escritos consolidados en los dispositivos de planeación y su nuevo discurso, que los profesores terminan asumiendo los MD y

los sistemas de representación relacionados con la perspectiva isométrica, abordados durante la conceptualización, como organizadores de currículo. En el segundo dispositivo de planeación los docentes hacen referencia a los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas versión dos, parten de un análisis conceptual como guía para el planteamiento de actividades que buscan ayudar a los estudiantes a superar los obstáculos propios de la edad y del objeto matemático.

Se observa además en ese documento que los profesores de matemáticas ya tienen en cuenta los organizadores de currículo mencionados como referencia para iniciar la enseñanza de la construcción del sentido espacial en el CI de BP desde la manipulación de materiales didácticos, el uso de una perspectiva isométrica aunada a la visualización, la realización de procesos de análisis conceptual, la selección de tareas escolares pertinentes y la promoción de actitudes positivas hacia el aprendizaje de las matemáticas, lo cual es una evidencia de la influencia ejercida por los tutores durante el proceso de formación, especialmente en lo relacionado con las concepciones frente al uso de los MD.

Esto conlleva a establecer que también el conocimiento disciplinar, didáctico y pedagógico del tutor se vió fortalecido, ya que fue necesario hacer un análisis documental minucioso alrededor de la enseñanza de la construcción del sentido espacial, el modelo de Análisis Didáctico y los sistemas de representación axonométrico, ya que existe una tendencia por emplear materiales didácticos desconociendo la fundamentación teórica que respalda su potencial formativo. Como tutores, la experiencia acumulada sirvió como referente para el diseño de la propuesta metodológica y fue refinada gracias a la formación recibida en la maestría; esto se reflejó en el proceso de transferencia llevado a cabo en todos los momentos trabajados con los profesores de matemáticas de CI de BP, el discurso que fue respaldado por las voces de los expertos y el manejo de los conceptos desde la DM y el uso de materiales didácticos utilizados para enriquecer todo el proceso de intervención que se consolidó en la propuesta metodológica anexada.

En relación con el objetivo dos a partir del proceso de sistematización de la experiencia, fue posible determinar que en la práctica de profesores de matemáticas del CI de BP, en relación con la enseñanza del sentido espacial hay una tendencia a planear actividades que relacionan el juego sin intención didáctica; esto se evidencia en el primer dispositivo de planeación, en donde se inicia proponiendo un contexto artístico y se finaliza con actividades que piden a los estudiantes representar cubos bidimensionalmente sin ninguna orientación por parte del docente. Esto hace

de la planeación, un ejercicio centrado en las exigencias del formato de planeación, más que en la DM o en el análisis crítico de los referentes curriculares oficiales que permiten determinar la pertinencia en la enseñanza y construcción del sentido espacial.

La participación de ellos en un proceso de formación estructurado bajo el modelo de Análisis Didáctico, les permitió establecer las fortalezas de trabajar en colectivo para generar un nuevo dispositivo de planeación siguiendo los organizadores de currículo presentados. Como consecuencia al proceso de intervención por parte de los tutores, se generó una plan de clase más robusto desde el punto de vista de la DM, ya que evidencia una apropiación más rigurosa de elementos conceptuales, a partir del uso de nuevos términos que los docentes emplean en su discurso y que permiten inferir que los materiales didácticos y los sistemas de representación axonométricos deben ser tenidos en cuenta desde el primer momento en que se inicia la concepción de una clase asociada a la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros.

En cuanto al análisis fenomenológico, considerado en el Análisis Didáctico, el uso de modelos de vivienda contemporáneos en el marco del contexto arquitectónico como estrategia para generar representaciones tridimensionales de sólidos basados en tetracubos, fue un acierto para acercar la realidad a la geometría, permitiendo explorar familias de poliedros no prototípicas que abundan en el entorno contemporáneo; esta situación permitió en la práctica a los estudiantes hacer representaciones tridimensionales con sentido de esos poliedros, para llegar posteriormente a las bidimensionales utilizando el papel punteado isométrico, aprovechando así la riqueza conceptual que poseen estos materiales didácticos. Este tipo de acciones permitieron establecer, que a partir del uso de MD y la orientación de la DM, es posible que un profesor participante de un proceso de formación docente, realice transferencia de los nuevos conocimientos a sus estudiantes.

En relación con el objetivo específico tres, el cual hace referencia a la propuesta de elementos conceptuales y metodológicos que aporten al mejoramiento de la formación de profesores de matemáticas y tutores, relacionados con la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos desde el uso de materiales didácticos, se hace una recuperación y sistematización de la experiencia adelantada con los docentes durante la intervención. Es así como se genera una estrategia metodológica como aporte al proceso de formación de docentes permanente, tanto para maestros en ejercicio como para tutores del PTA en el rol de formadores, en torno a un contenido específico asociado a la enseñanza de la construcción

del sentido espacial, contando con la mediación de materiales didácticos pertinentes. Fue posible evidenciar que profesores y tutores son conscientes de que en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, se requiere de un tratamiento direccionado desde la DM, a través del cual se puede potenciar además la enseñanza de conceptos, propiedades y relaciones geométricas espaciales.

Esta investigación arroja una propuesta (ver anexo 1), que recoge y estructura componentes conceptuales y metodológicos que permiten realizar procesos de formación mediados por un modelo local de Análisis Didáctico, lo cual aporta a la construcción de conocimientos matemáticos disciplinares y didácticos de docentes y tutores que participan de este.

La propuesta se diseñó teniendo en cuenta los siguientes elementos fundamentales:

- Nace a la luz de un modelo local de Análisis Didáctico, basada y fundamentada en organizadores de currículo, al ser una propuesta de formación docente desarrollada con base en propuestas de la Didáctica de las Matemáticas.

- La estructuración de la intervención por momentos<sup>9</sup>, parte de los conocimientos adquiridos por la experiencia de los tutores en el Programa Todos a Aprender (PTA), lo cual le da además un carácter situado en la problemática, el contenido y el contexto de la comunidad educativa.

- Reconoce que los profesores de Matemáticas de CI de BP de la IE Juan María Céspedes han acuñado un conocimiento de naturaleza empírica muy valioso, que potencia la implementación de la intervención propuesta en el anexo 1.

- Asume que los materiales didácticos son un organizador de currículo, que permiten facilitar el proceso de formación docente, acercándolos al conocimiento matemático escolar y a la planificación curricular. En esta propuesta, los docentes dejan de percibir los materiales didácticos como un agregado a la planeación, para en cambio planear a partir de ellos y establecen que siempre deben estar presentes en la enseñanza de la geometría espacial, al ser uno de los puentes que se tiende entre la teoría de la DM y la puesta en escena de las clases planeadas. Los

---

<sup>9</sup> Exploración, conceptualización, planeación conjunta, puesta en marcha y reflexión.

materiales didácticos son vistos entonces como promotores de aprendizajes de naturaleza actitudinal que guían hacia el disfrute de las matemáticas.

- Reconoce que tanto los tutores en calidad de formadores, como los docentes en formación, construyen, refinan y reflexionan colectivamente alrededor de los conocimientos matemáticos escolares, estableciendo una interacción en donde ambos se afectan mutuamente y aprenden el uno del otro.

- Sienta líneas generales para el diseño de propuestas que recojan la estructura para ser aplicada en procesos de formación a profesores de Matemáticas en otros tópicos, que establezcan como eje fundamental el uso de materiales didácticos, la planeación curricular y puesta en marcha de la clase, bajo un modelo local de Análisis Didáctico.

Cabe resaltar que el diseño de la intervención, consolidada en una propuesta metodológica para adelantar procesos de formación con profesores que orientan matemáticas en CI de BP, fue la actividad más retadora y gratificante por los resultados obtenidos. El proceso de apropiación desde la DM que los tutores desarrollaron, en relación con el uso de los MD, las concepciones sobre formación docente y los conocimientos matemáticos escolares asociados con la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos, permitió que el saber de los tutores creciera de forma exponencial y se ampliara la mirada en relación al uso de modelos propios de la DM para realizar acompañamientos a docentes en ejercicio.

En términos formativos se puede establecer que la investigación le permitió a los tutores refinar sus conocimientos disciplinares y didácticos en lo geométrico, acercándolos a través del uso de materiales didácticos pertinentes a los profesores de matemáticas de CI de BP participantes y a estrategias que fortalecieron su rol como formadores, tanto en la investigación como en su labor en el PTA, todo esto a la luz de la Didáctica de las Matemáticas. En general el modelo local de Análisis Didáctico permitió que la intención de formación adelantada con los profesores de CI de BP participantes, arrojará resultados satisfactorios que favorecen el contexto institucional, al permitir encontrar desde la planificación curricular guiada por el AD, respuestas a la problemática detectada y a su vez elementos que impactan en el conocimiento didáctico y disciplinar de los docentes; se configura así una ruta de formación e incluso autoformación de los docentes si se deciden a continuar trabajando en forma conjunta.

Por último, fue posible verificar que este tipo de intervenciones moviliza elementos de naturaleza emotiva que favorecen la formación y la actitud hacia el disfrute de las Matemáticas, en este caso con docentes de CI de BP y tutores. Se destaca también la importancia del trabajo en conjunto, en donde los roles no representan jerarquía sino un reconocimiento entre pares que construyen mancomunadamente conocimientos para favorecer procesos de enseñanza.

### **Reflexión final: el uso de materiales didácticos y la IAP en una experiencia de tutoría PTA**

El proceso de investigación alrededor del uso de materiales didácticos y el enfoque IAP, nos permitió como maestrantes y tutores del PTA en calidad de formadores de docentes de básica primaria, aproximarnos desde orillas desconocidas para nosotros al conocimiento disciplinar y didáctico relacionado con la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos para llegar con más propiedad a los colectivos de docentes que regularmente acompañamos. El refinamiento del conocimiento matemático adquirido, quedó reflejado en el marco conceptual y el diseño de la invención en la fase metodológica, apartes en los cuales buscamos relacionar elementos que ya conocíamos como tutores del “Programa para la excelencia docente y académica Todos a Aprender”, las necesidades de las IE acompañadas, lo aprendido en el programa “Becas para la Excelencia Docente” con la Maestría en Educación énfasis Educación Matemática y Ciencias Experimentales con la Universidad del Valle y lo concretado en el análisis documental del proceso de investigación.

La sistematización de todas estas experiencias sin duda nos llevó a apreciar la importancia de volver a caminar sobre lo ya recorrido para generar nuevos conocimientos y mejorar desde la riqueza de nuestras propias experiencias.

En esta relación de lo que en algunos momentos llamamos saberes<sup>10</sup>, se hizo un abordaje no convencional del proceso de investigación, lo cual permitió asumirla como un recorrido en espiral, itinerante, que avanzaba a su propio ritmo, llevada a cabo desde el rol de investigadores y a su vez de sujetos investigados. Percibir que también éramos parte del problema y de la dinámica de investigación no fue fácil, como tampoco mirar en retrospectiva la práctica adelantada como tutores: hay una tendencia por buscar las causas de la problemática en factores y agentes externos, aspecto que gracias a la IAP fue posible superar y que nos llevó a vincularnos a partir de ese momento de forma activa en la investigación, aportando desde otras posturas, soluciones al problema detectado. De esta manera, asumimos la problemática de naturaleza escolar, como una

---

<sup>10</sup> Reconociendo que el término *saberes* tiene unas implicaciones conceptuales propias.

trama de factores y de actores, en donde el tutor (como formador) y el profesor (en formación) son parte del problema y a su vez de la solución.

Así se estableció una relación entre tutor y profesor, que a partir de encuentros y construcciones colectivas impulsaron mejores ideas, establecieron relaciones dialógicas y enriquecieron el saber disciplinar y didáctico de ambos actores, en especial el de nosotros los tutores. En este sentido, pudimos apreciar que el último espacio de interacción en donde se hizo la realimentación de la clase ejecutada, se vivió uno de los momentos más importantes, al poder apreciar que tanto tutores como profesores utilizaban un discurso diferente al referirse al uso de materiales didácticos en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos; en diálogos posteriores al proceso, las docentes participantes continúan destacando las fortalezas de esta actividad, especialmente las referidas al trabajo conjunto.

Así mismo como maestrantes nos sumergimos en un trabajo grupal y en la Comunidad de Formación, Investigación e Innovación Curricular, adscrita a la línea de Formación Docente en Educación Matemática, los cuales aportaron de forma dialógica, conceptual y metodológica a la construcción del proceso de investigación adelantado y concretado en la propuesta de intervención. Cada uno de los aportes recibidos durante estos dos años fue fundamental para estructurarla y establecer las acciones más pertinentes. Interactuar con maestrantes de alto nivel y docentes calificados, sensibles a las necesidades académicas que se presentaron durante este recorrido, nos acercaron cada vez más a la meta: culminar nuestro trabajo de grado. Hasta el último minuto nuestros maestros Evelio Bedoya Moreno y Nelson Enrique Hoyos fueron nuestro punto de apoyo.

Por otro lado, los análisis elaborados en la investigación nos han permitido establecer que el tutor es el más beneficiado en este intercambio de saberes, tal y como lo enuncia Jaworski (2008), debido al proceso de transferencia que debe hacer en su rol durante los procesos de formación: es allí donde ayudando a otros a construir conocimientos, el tutor siempre se va a ver más fortalecido. Los hallazgos en nuestra investigación relacionados con las premisas enunciadas anteriormente, han enriquecido nuestra labor al interior de las IE acompañadas, al generar conciencia acerca de la importancia de involucrarnos en las problemáticas como agentes dinámicos que encuentran en la Didáctica de las Matemáticas voces con autoridad académica para orientar una labor pertinente; adicionalmente ahora concebimos los materiales didácticos como

organizadores de currículo que permiten la estructuración de procesos de formación en matemáticas con profesores de básica primaria, en donde se establecen mediaciones con el mundo natural y el mundo matemático de forma más amable.

Recogemos de forma grata los momentos de interacción entre la docente y sus estudiantes; el poder apreciar el nivel de apropiación de la docente desde su discurso ante los estudiantes y ser testigos de cómo ellos se acercaban a las dimensiones euclidianas de la geometría desde lo intuitivo y lo deductivo, ha sido una de las experiencias más gratificantes para nosotros como tutores, ya que respalda con hechos el alcance de este tipo de acciones.

Finalmente agradecemos al programa de Becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional y al Programa Todos a Aprender, la oportunidad de participar de este proceso formativo concretado en la maestría orientada por la Universidad del Valle, ya que nuestro actuar pedagógico y didáctico como tutores en continuo proceso de formación se ha visto fortalecido, perfilando un cambio significativo e innovador en la forma en que se debe asumir la docencia desde un enfoque investigativo y situado, tanto con otros profesores como con estudiantes.

## Referencias

- Betancur, J., Londoño, Y., Martínez, L., Posada, F., & Rua, T. (2008). *Pensamiento espacial: el proceso de representación de figuras tridimensionales en el plano bidimensional*. Informe de investigación, Universidad de Antioquia, Antioquia. Recuperado el Mayo de 2017, de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/841/1/JC/0481.pdf>
- Rupérez, J., & García, M. (2014). Algo más sobre Poliprismas y Policubos. *Puzzles lógicos. Números*, 86, 137-147.
- Adu-Gyami, K., & Bossé, M. (Febrero de 2014). Process and reasoning in representations of liner functions. *Revista internacional en Educación*, 12(1), 167-192.
- Aguilar, A., & et al. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas: MTSK. *VII CIBEM* (págs. 5063 - 5069). Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay.
- Alsina, C. (2000). *Geometría y realidad*. España: Universidad Politécnica de Cataluña.
- Amador, M. G. (2008). *La investigación*. Bucaramanga: Ediciones CVUDES.
- Andonegui, M. (2006). *Geometría: conceptos y construcciones elementales*. Caracas: Federación Fé y Alegría.
- Andonegui, M. (2007). *Cuadernos geométricos n° 16: Cuerpos geométricos*. Caracas: Fundación Fé y Alegría.
- Anguera, M. (1995). *Método de investigación en psicología*. Madrid: Síntesis.
- Arias, M. (2014). *Actuación de los tutores y su relación con el proceso de aprendizaje de los profesores de Matemáticas en un programa de formación* (tesis doctoral). Granada: Universidad de Granada.
- Barberà, E. (2006). Los fundamentos teóricos de la tutoría presencial y en línea: una perspectiva socio-constructivista. En J. Jerónimo, & E. Aguilar, *Educación en red y tutoría en línea* (págs. 151 - 168). Zaragoza, México: UNAM FES.

- Battista, M., & Clements, D. (1996). Students' Understanding of Three-Dimensional Rectangular Arrays of Cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 258-292.
- Bedoya, E. (2002). *Formación de profesores de Matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras gráficas* (tesis doctoral). Granada: Universidad de Granada.
- Bedoya, E. (2017). *Formación de profesores de educación básica y media en matemáticas y su didáctica: el conocimiento didáctico de contenido y el Análisis Didáctico*. Manuscrito no publicado. Cali: Universidad del Valle.
- Ben-Haim, D., Lappan, G., & Houang, R. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes; analyzing and effecting student's performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389-409.
- Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Cali: Universidad del Valle -Instituto de Educación y Pedagogía.
- Cañizares, M. J., & Serrano, L. (2008). Introducción a la geometría. En E. Castro, *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (págs. 369 - 377). Madrid: Síntesis .
- Castro, J. (2004). El desarrollo de la noción de espacio en el niño de educación inicial. *Acción Pedagógica*, 13(2), 162 - 171.
- Cerda, H. (1993). *Los elementos de la investigación: como reconocerlos, diseñarlos y construirlos*. Quito: ABYA YALA.
- Coriat, M. (2008). Materiales didácticos y recursos. En E. Castro, *Didáctica de la matemática en Educación Primaria* (págs. 61 - 81). Madrid: Síntesis.
- Coriat, M. (2016). Geometría del espacio. En I. Segovia Alex, & L. Rico Romero, *Matemáticas para maestros de educación primaria* (págs. 276 - 300). Madrid: Pirámide.
- Corrales, M. (2013). Análisis Didáctico de una propuesta instruccional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la IE San Vicente (tesis de maestría). Santiago de Cal: Univeersidad del Valle.

- D'Amore, B. (2004). *Registros semióticos*. Recuperado el Octubre de 2016, de Alma Mater Studiorum Universita di Bologna:  
<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualisacion.pdf>
- D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J. Giménez, J. Goñi, F. Corbalán, & J. Muñoz, *Educación matemática y exclusión* (págs. 83 - 102). Barcelona.
- Davis, E., & Krajcik, J. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational researcher* (3 (34)), (págs. 3 - 14).
- Duque, M., Celis, J., Diaz, B., & Gómez, M. (2014). Diez pilares para un programa de desarrollo profesional docente centrado en el aprendizaje de los estudiantes. *Revista colombiana de educación* (67), (págs. 107 - 124).
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 143 - 168.
- Fals Borda, O. (20 de agosto de 2008). *Orígenes universales y retos actuales de la IAP (investigación acción participativa)*. Obtenido de Peripecias N° 110:  
<https://groups.google.com/forum/#!msg/ic-investigacion-cualitativa/s55ujJ3O0ds/UyCWCyxP48AJ>
- Fernández Domínguez, J. M., & Ramiro Roca, E. P. (Junio de 2015). *Universitat Jaume*. Recuperado el Noviembre de 2016, de El concepto Espacio en la educación infantil:  
[http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/159051/TFG\\_2014\\_Fern%C3%A1ndezDom%C3%ADnguezJ.pdf?sequence=1](http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/159051/TFG_2014_Fern%C3%A1ndezDom%C3%ADnguezJ.pdf?sequence=1)
- Flores, P., & et al. (2015). Sentido espacial. En P. Flores, & L. Rico, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación primaria* (págs. 127 - 146). Madrid: Pirámide.
- Flores, P., & Rico, L. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.

- Flores, P., Gómez, P., & Marín, A. (2003). *Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Flores, P., Moreno, A., & Del Río, A. (2016). El análisis didáctico en la formación inicial de profesores de primaria, en el área de matemáticas. En E. Castro, E. Castro, J. Lupiáñez, J. Ruiz, & M. Torralbo, *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico*. (págs. 141 - 152). Granada: Comares.
- Flores, P., Ramírez, R., & Del Río, A. (2015). Sentido espacial. En P. Flores Martínez, & L. Rico Romero, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación primaria* (págs. 127 - 146). Madrid: Pirámide.
- Fouz, F., & De Donosti, B. ((s.f)). *Modelo de Van Hiele para la Didáctica de la Geometría*. Obtenido de XTEC - Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya:  
<http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- Freudenthal, H. (1971). *Geometry between the Devil and the Deep Sea*. (3. (3/4), Ed.) Obtenido de Educational Studies in Mathematics:  
<http://www.jstor.org/bd.univalle.edu.co/stable/3482035>
- Furman, M. (2012). *Orientaciones técnicas para la producción de secuencias didácticas para un desarrollo profesional situado en las áreas de matemáticas y ciencias*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Gardner, H. (2001). *Estructuras de la mente* (Sexta reimpresión ed.). Bogotá: Fondo de Cultura Económica.
- Godino, J., & Ruíz, F. (febrero de 2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Recuperado en noviembre de 2016, de Proyecto Edumat maestros:  
[http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf)
- Godino, J., & Ruíz, F. (febrero de 2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Recuperado en noviembre de 2016, de Proyecto Edumat maestros:  
[http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf)
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Ministerio de Ciencia y Tecnología.

- Godino, J., Gonzato, M., Contreras, Á., Estepa, A., & Díaz-Batanero, C. (2016). Evaluación de Conocimientos Didáctico-Matemáticos sobre Visualización de Objetos Tridimensionales en Futuros Profesores de Educación Primaria. *REDIMAT*, 5(3), 235-262.
- Gómez, P. (2002). Análisis Didáctico y diseño curricular en matemáticas. *EMA*, VOL. 7, N° 3, 251-292, 251 - 292.
- Gómez, P. (2005). Diversidad en la formación de profesores de matemáticas: en la búsqueda de un núcleo común. *Revista EMA* 10(1), 242 - 293.
- Gonzalez V, J. (Febrero de 2008). *Geometría*. Obtenido de Reseña histórica de la geometría: <http://migeometria.blogspot.com.co/2008/02/resea-historica-de-la-geometra.html>
- Gonzato, M., Godino, J., & Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5 - 37.
- Grossi, S., & Sgreccia, N. (2015). ¿Y si enseñamos a dibujar? *Actas IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de La Plata* (págs. 1 - 11). La Plata: Universidad Nacional de La Plata.
- Grossman, P., Hammerness, K., & McDonald, M. (2009). Redefining teaching, re-imagining teacher education. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 15:2, 273 - 289.
- Guillén Soler, G. (agosto de 2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. *Educación Matemática*, 17(2), 117 - 152.
- Guillen, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds), *Investigación en Educación Matemática XIV* (págs. 21-68). Lleida: SEIEM.
- Gutiérrez Mesa, J., & et al. (2006). *Modulo 4: Pensamiento espacial y sistemas geométricos*. Medellín: Gobernación de Antioquia.

- Gutiérrez, Á. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (págs. 44 - 59). Valencia: Universidad de Valencia.
- Gutiérrez, Á. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA*, 3(3), 193-220.
- Hamui-Sutton, A., & Varela-Ruiz, M. (Enero-Marzo de 2013). La técnica de grupos focales. *Investigación en Educación Médica*, 2(5), 55-60.
- Hoyos, N. (2015). *El rol del profesor desde su concepción de ciencia: aportes a la construcción de sujeto político* (tesis de maestría). Cali: Universidad del Valle.
- Jara, O. (26 de agosto de 2013). *Orientaciones teórico-prácticas para la sistematización de experiencias*. Recuperado el 26 de marzo de 2018, de Biblioteca Virtual en Responsabilidad Social y temas relacionados:  
<http://www.bibliotecavirtual.info/2013/08/orientaciones-teorico-practicas-para-la-sistematizacion-de-experiencias/>
- Jara, O. (2017). *La sistematización de experiencias práctica y teoría para otros mundos posibles*. Bogotá: CINDE.
- Jaworski, B. (2008). Development of the mathematics teacher educators and its relation to teaching development. En B. Jaworski, & T. Wood, *The International Handbook of Mathematics Teacher Education Volume 4: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*. (págs. 335-361). Rotterdam: SensePublishers.
- Jones, K. (2002). Issues in the Teaching and Learning of Geometry. Chapter 8. En L. Haggarty, *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice*. (págs. 121-139.). London: RoutledgeFalmer.
- Kitzinger, J. (1994). The methodology of focus groups: the importance of interaction between research participants. *Sociology of health*, 16(1), 103 - 121.
- Llinares, S. (2013). Conocimiento de matemáticas y tareas en la formación de maestros. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y del Caribe* (págs. 2 - 16). Santo Domingo, República Dominicana: REDUMATE.

- Lupiañez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (tesis doctoral). Granada: Universidad de Granada.
- Lupiañez, J., & Rico, L. (2003). *Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Majluf, A. (1980). Representación de relaciones espaciales en el dibujo espontáneo y en pruebas espaciales. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 237 - 252.
- Mammana, C., & Villani, V. (1998). *Perspectives en l'Ensenyament de la Geometria pel segle XXI*. Recuperado el 2017, de Documento para discusión ICMI: <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Mántica, A., Götte, M., & Cruz, M. (2016). Cómo utilizan los estudiantes del profesorado de matemática a la demostración como herramienta de prueba. Estudio de un caso al caracterizar familias de poliedros. *Memorias REPEM VI Reunión Pampeana De Educación Matemática* (págs. 120 - 129). Santa Rosa, La Pampa, Argentina: Universidad Nacional de la Pampa.
- Marti, E., & Pozo, J. (2014). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y aprendizaje. Revista para la educación y el desarrollo*, 11 - 30.
- Mejía, M. R. (2008). *La sistematización empodera y produce sabe y conocimiento sobre la práctica desde la propuesta para sistematizar la experiencia de Habilidades para la vida*. Bogotá DC: Ediciones desde abajo.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (2013). *Guía Uno: Sustentos del programa PTA*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

- Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derechos Básicos de aprendizaje* - V2. Bogotá: Panamericana Formas e Impresos.
- Ministerio de Educación Nacional (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá: Enlace Editores.
- Mitchelmore, M. (1974). Development and Validation of the Solid Representation Test in a Cross-Sectional Sample of Jamaican Students. *International Conference of the International Association for cross Cultural Psychology*, (págs. 1 - 20). Ontario.
- Moreno, M. F. (1998). *Didáctica de la matemática en Educación Secundaria. Manual para la formación inicial de profesores de secundaria*. Almería: Manuales, Universidad de Almería.
- Muñoz, J., Quintero, J., & Munévar, R. (2001). *Competencias investigativas para profesionales que forman y enseñan*. Bogotá: Magisterio.
- Parada, S., Figueras, O., & Pluvinaige, F. (2009). Hacia un modelo de reflexión de la práctica. En M. Gonzalez, M. Gonzalez, & J. Murillo, *Investigación en Educación matemática XIII* (págs. 355 - 366). Granada - España: Sociedad Española en Investigación en Educación Matemática - SEIEM.
- Perrenoud, P. (2007). *Diez nuevas competencias para enseñar. Invitación al viaje*. Mexico: Graó.
- Pochulu, M. D., & Rodríguez, M. A. (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires: Universidad Nacional de General Sarmiento.
- Presmeg, N. (2006). *Research on visualization in learning and teaching mathematics*. Recuperado el Agosto de 2017, de The Kaput Center for Research and Innovation in STEM Education: <http://www.kaputcenter.umassd.edu/downloads/symcog/bib/pmeVisualizationFinalAPA.pdf>
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132- 150.

- Rico, L. (1997). *Los organizadores de currículo en matemáticas*. Obtenido de FUNES.  
Repositorio digital de documentos en Educación Matemáticas:  
<http://funes.uniandes.edu.co/522/1/RicoL97-2529.PDF>
- Rico, L. (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática*. Recuperado el Octubre de 2016, de Funes, Uniandes::  
<http://funes.uniandes.edu.co/662/1/Rico2009Sobre.pdf>
- Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11 - 27.
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En P. Flores, & L. Rico, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (págs. 21 - 40). Madrid: Ediciones Pirámide.
- Rojas Garzón, P. (2014). *Articulación de saberes matemáticos: Representaciones semióticas y sentidos*. Recuperado el Octubre de 2016, de Universidad Francisco José de Caldas:  
[http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado\\_ud/publicaciones/articulacion\\_saberes](http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/articulacion_saberes)
- Rojas, P. (2014). *Articulación de saberes matemáticos: representaciones semióticas y sentidos*. (F. d. Caldas, Ed.) Recuperado el Agosto de 2014, de  
[http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado\\_ud/publicaciones/articulacion\\_de\\_saberes\\_matematicos\\_representaciones\\_semioticas\\_y\\_sentidos/articulacion\\_de\\_saberes\\_matematicos\\_representaciones\\_semioticas\\_y\\_sentidos.pdf](http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/articulacion_de_saberes_matematicos_representaciones_semioticas_y_sentidos/articulacion_de_saberes_matematicos_representaciones_semioticas_y_sentidos.pdf)
- Romero, I. M., & Cañadas, M. C. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la geometría. En P. Flores, & L. Rico, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (págs. 253 - 279). Madrid: Ediciones Pirámide.
- Romero, I., & Cañadas, C. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la geometría. En P. Flores, & L. Rico, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación Primaria* (págs. 263 - 270). Madrid: Pirámide.
- Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.

- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. En D. Couso, E. Badillo, G. Perafán, & A. Adúriz-Bravo, *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas* (págs. 13 - 57). Bogotá: Magisterio.
- Serrentino, R., & Molina, H. (S.f.). *Arquitectura Modular basada en la teoría de los polícubos*. Recuperado el 10 de 2017, de [https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/14201218/8a44.content.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1517277817&Signature=cjqFd7Lz7A6%2FIvLwQAXmQ88g8XI%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DARQUITECTURA\\_MODULAR\\_BASADA\\_EN\\_](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/14201218/8a44.content.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1517277817&Signature=cjqFd7Lz7A6%2FIvLwQAXmQ88g8XI%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DARQUITECTURA_MODULAR_BASADA_EN_)
- Sgreccia, N., Amaya de Armas, T., & Massa, M. (2012). ¿Qué dicen los docentes, futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3d? *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*(22), 1 - 20.
- Torrents, A. (2011). *Nuevas evidencias sobre la anisotropía del espacio visual y la influencia del entorno en el rendimiento visual* (tesis doctoral). Terrasa: Universitat Politècnica de Catalunya.
- Torres Santomé, J. (2013). Sin muros en la escuela: el curriculum integrado. En F. Beltrán LLavador, & et al., *Lecturas Didácticas* (págs. 79 - 90). Madrid: Universidad Nacional a Distancia.
- Torres, A. (17 de Marzo de 2018). *La ineficiencia del profesor solitario*. Obtenido de El País. España: Madrid: [https://elpais.com/economia/2018/03/06/actualidad/1520354528\\_318576.html](https://elpais.com/economia/2018/03/06/actualidad/1520354528_318576.html)
- Urchegui, P. (2015). *El pensamiento visual en la formación del profesorado: Análisis de los componentes del pensamiento viso-espacial y su importancia en la formación de los docentes de educación infantil y primaria* (tesis doctoral). Valladolid, España: Universidad de Valladolid.

- Valero, P. (2012). La inclusión de visiones sobre lo "social" y lo "político" en educación matemática. En N. Planas, *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (págs. 187 - 201). Barcelona: Grao.
- Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193 - 215.
- Vezub, L. (2010). *El desarrollo profesional docente centrado en la escuela. Concepciones, políticas y experiencias*. Buenos Aires: IIPE-UNESCO .
- Vezub, L., & Alliaud, A. (2012). *El acompañamiento pedagógico como estrategia de apoyo y desarrollo profesional de docentes noveles*. Montevideo: Administración Nacional de Educación Pública (ANEP).
- Vila, A., & Callejo, M. (2014). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Bogotá: Ediciones de la U.

## **Anexo 1**

**Tareas desarrolladas por docentes y estudiantes en la intervención,  
correspondientes a los anexos de la propuesta de intervención  
diligenciadas por la docente.**

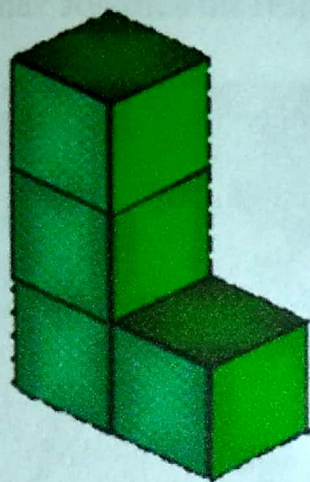
D<sub>1</sub>

**Anexo 1 – Test caracterización sociocultural y académico,  
de profesores de matemáticas de Ciclo I de Básica Primaria (ICBP)**

Por favor, responda de manera individual a los siguientes ítems. La información será fundamental para la investigación realizada en torno al uso de Materiales Didácticos (MD) para la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros en el Ciclo I de la Básica Primaria (CIBP).

- A. Sexo Femenino ☒ Masculino ☐
- B. Rango de edad: 18–25 años ☐ 26–40 años ☒ 41–55 años ☐ 56–65 años ☐
- C. Nivel de formación:
- Normalista superior ☐ Licenciado ☐ Profesional Universitario ☐
- Posgrado: Especialización ☐ Maestría ☒ Doctorado ☐
- Título del pregrado Administradora de Empresas.
- D. Años de experiencia como docente en Ciclo I de Básica Primaria: 11 años
- E. Ha vivido mayoritariamente en: zona rural ☐ zona urbana ☒
- F. A que grupo étnico pertenece:
- Afro descendiente ☐ Indígena ☐ Mestizo ☒ Otra, cual \_\_\_\_\_

## Anexo 2 - Actividad 2 ¿Qué es?



1. ¿Qué clase de sólido geométrico es el objeto dado?
2. ¿Lleva regularmente sólidos geométricos al aula? En caso de contestar afirmativamente, ¿De qué manera moviliza los aprendizajes de los estudiantes utilizando los sólidos geométricos?
3. ¿Ha enseñado la representación bidimensional plana de poliedros? ¿Cómo lo ha abordado?

1- Ese sólido geométrico lo relaciono con un prisma.

2- Sí llevé sólidos geométricos al aula, aunque no podría decir que regularmente.

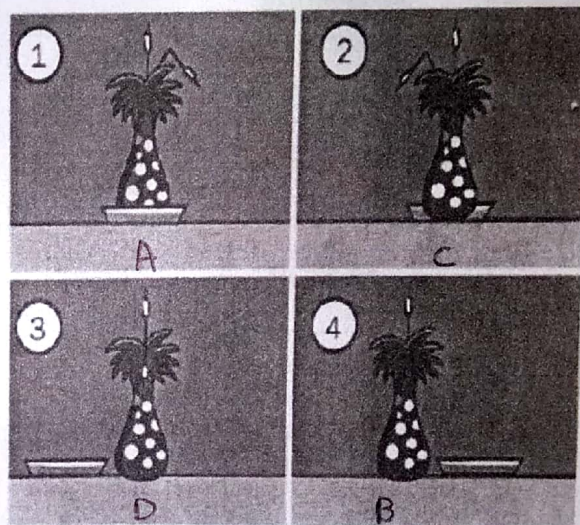
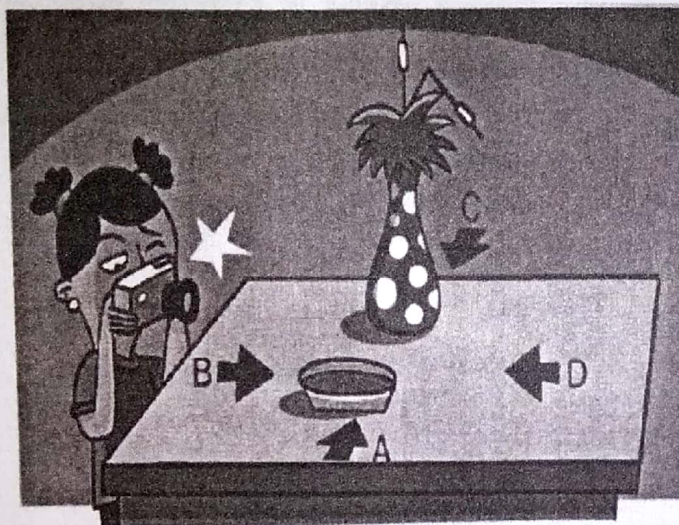
Por ej: Al trabajar el cubo, se recurre a actividades de armar la red del cubo, a construirlo con materiales como palillos y plastilina e identificar sus características.

3- Sí, se ha abordado dibujada para identificar sobre todo número de lados, vértices y el área de la figura.

D<sub>1</sub>

## Anexo 3 – Tarea 1a)

¿Desde qué posición se ha tomado cada una de las fotografías que ves a la derecha? Justifica tus respuestas.



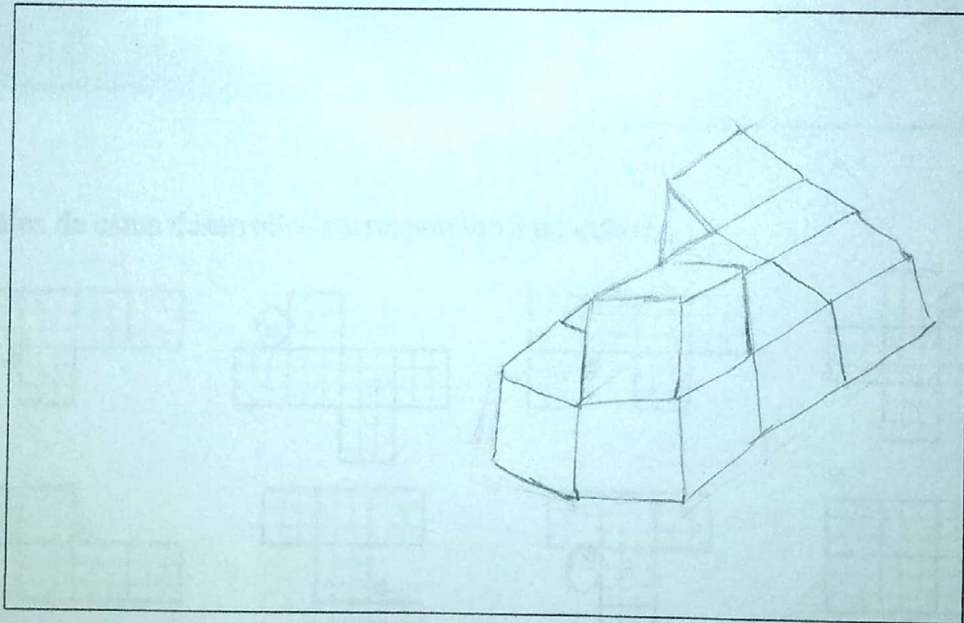
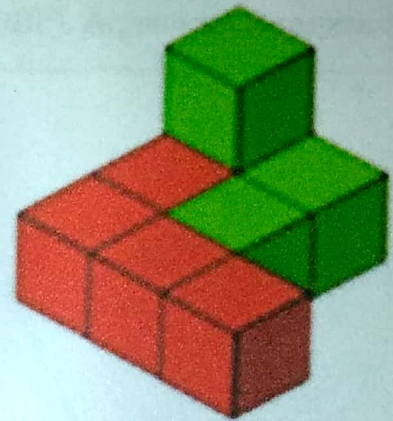
- 1- Desde la posición A, porque se ve en primer plano el plato, dando la impresión que el florero está encima del plato.
- 2- Foto tomada desde la posición C porque el plato está en segundo plano y pareciera ser que el plato está detrás del florero.
- 3- Tomada desde la posición D porque el plato queda ubicado a la izquierda del florero.
- 4- Tomada desde la posición B porque el plato queda a la derecha del florero.

D<sub>1</sub>

Anexo 4 – Tarea 1b)

La figura corresponde a un edificio, observado desde un ángulo de perspectiva tal, que muestra el alzado frontal y la vista lateral derecha.

Dibuja la perspectiva del edificio, si lo observas desde el ángulo generado por la vista alzado posterior y frontal derecha



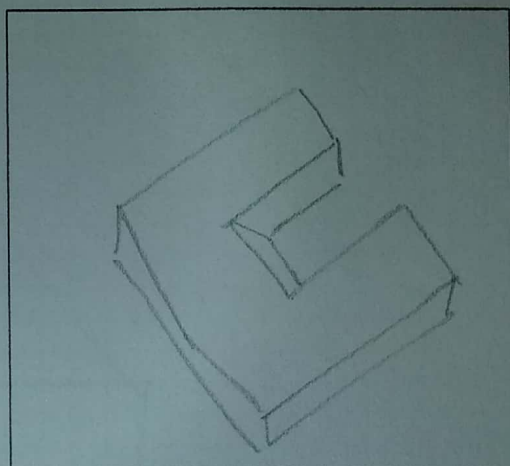
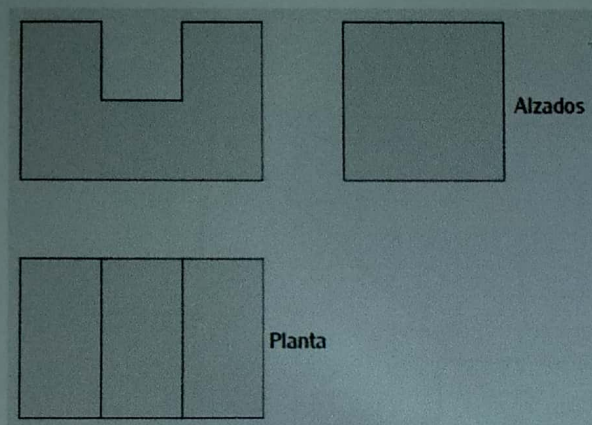
¿Cuáles son los conocimientos que se necesitan para dar solución a la tarea 1a? ¿Y a la tarea 1b?

- Latencia.
- Ubicarse con respecto a un punto de referencia (Ubicación espacial).
- Rotación.
- Representación de una figura 3D en forma plana.

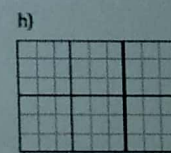
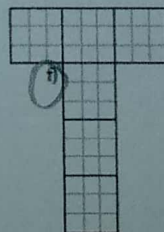
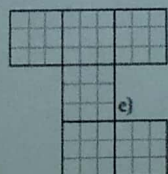
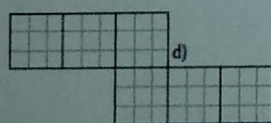
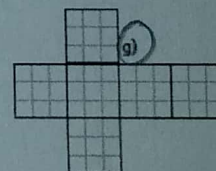
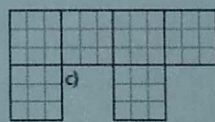
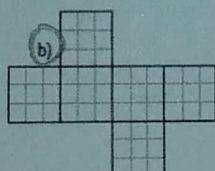
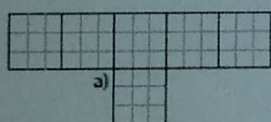
D<sub>1</sub>

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

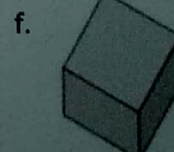
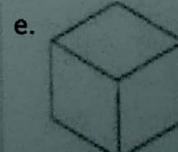
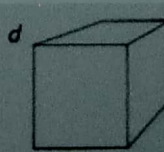
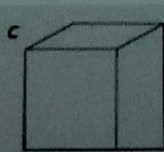
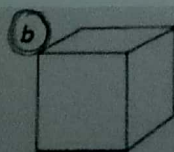
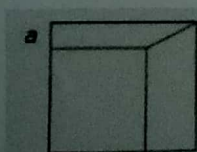
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?

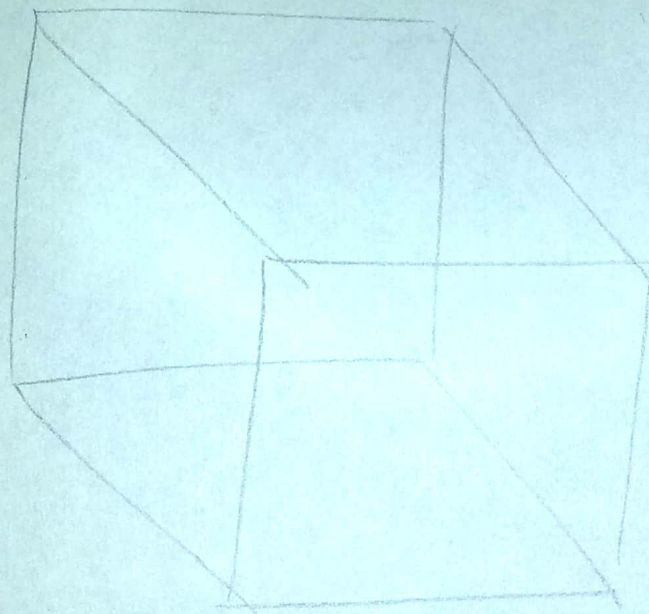


3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.



D<sub>1</sub>

Anexo 11 – Cómo representa un cubo en una hoja en blanco

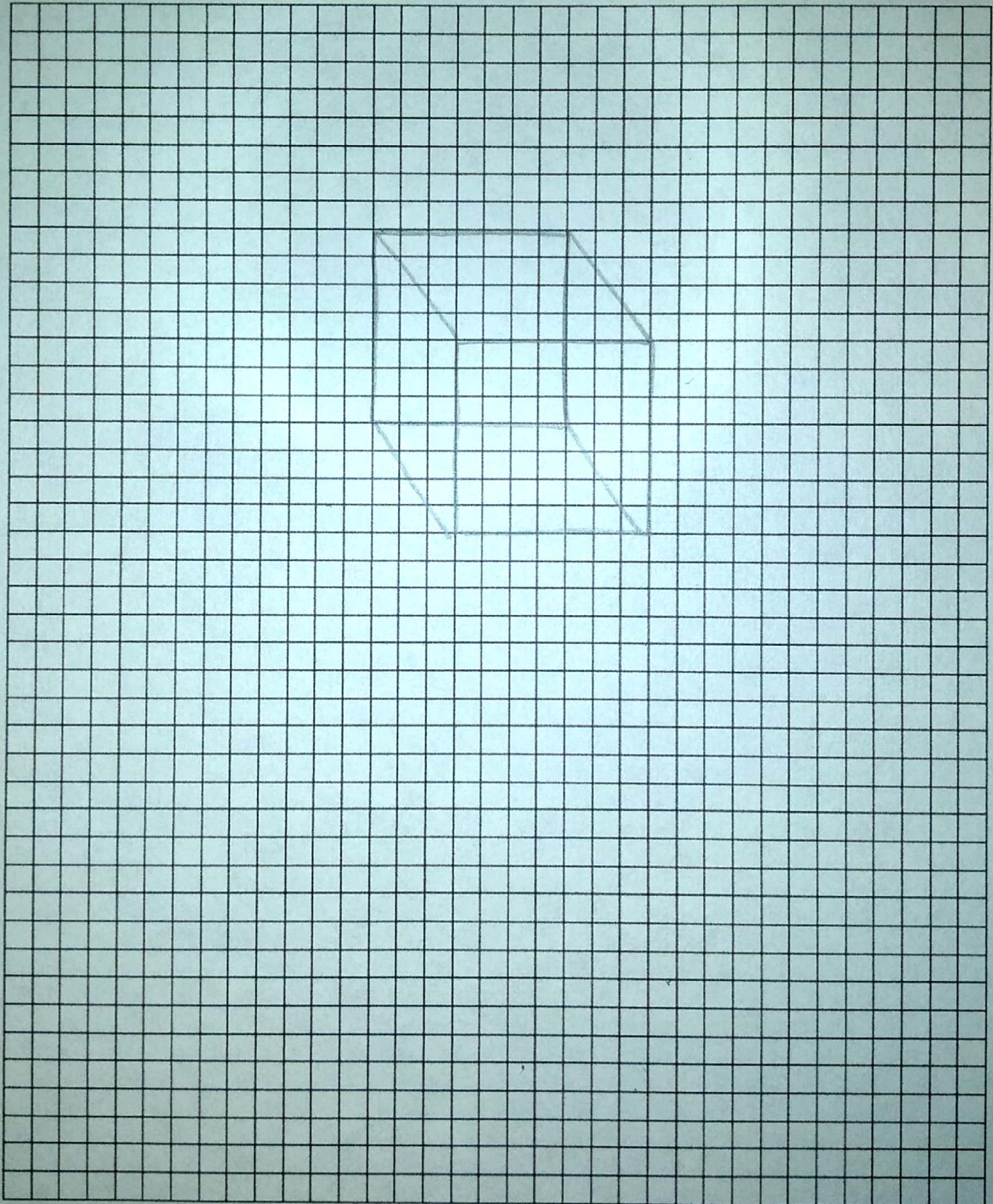


D<sub>1</sub>

Anexo 12 - Como representa un cubo en una malla ortogonal

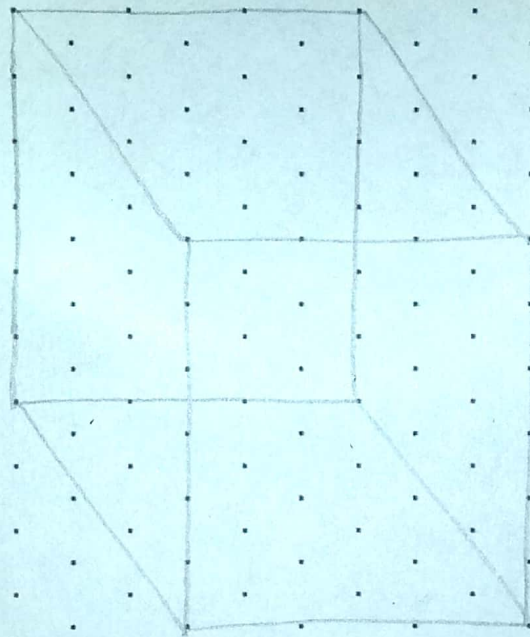
Papel Cuadriculado

Líneas negras cada 0.5 centímetros.



Anexo 13 – Trama isométrica de puntos

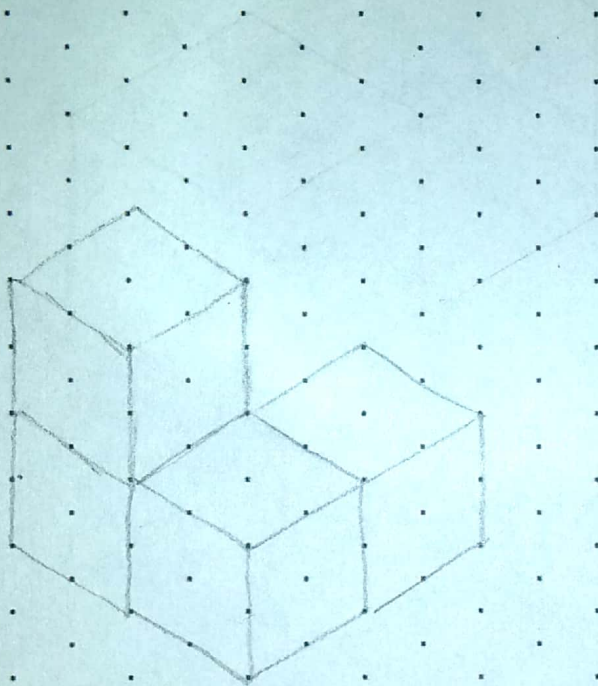
Papel Punteado Isométrico



D<sub>1</sub>

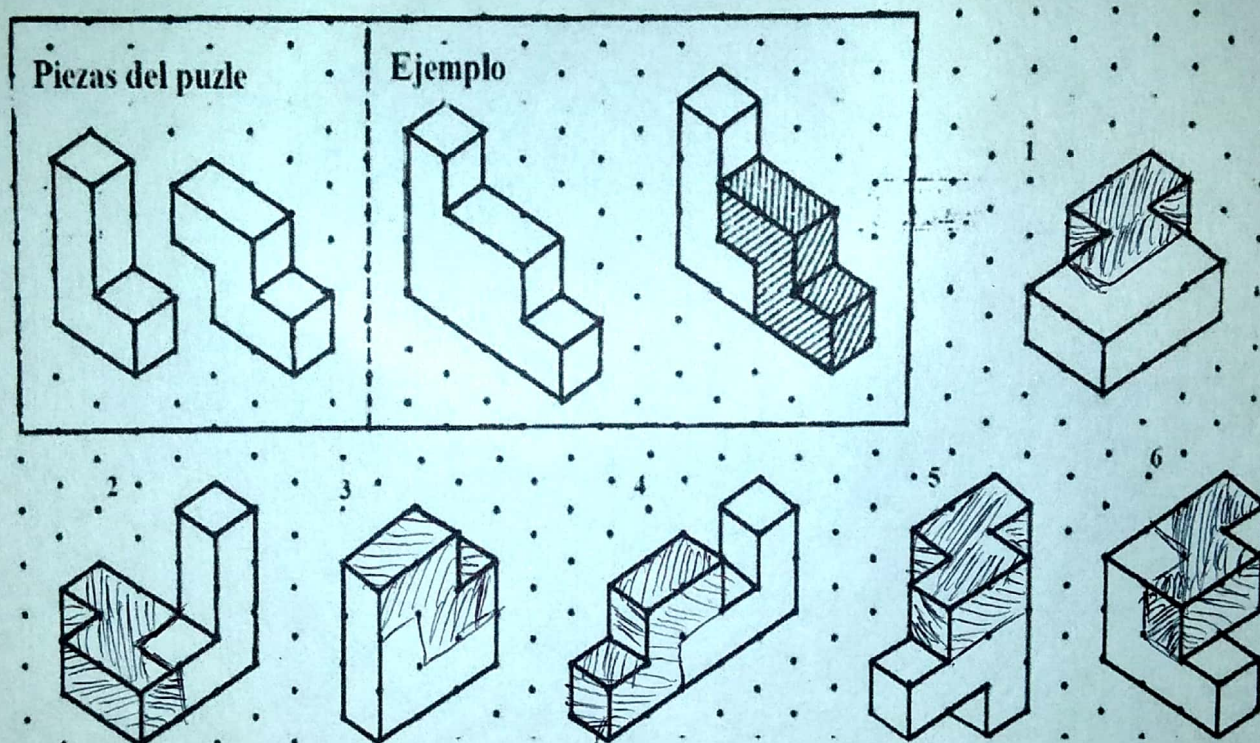
Anexo 15 – Representación del cubo y de los tetracubos

Papel Punteado Isométrico



Anexo 17 – Profundicemos en visualización

Al juntar el tetracubo “Z” y “L”, se generan otros sólidos; la tarea consiste en identificar estos dos tetracubos en cada uno de los sólidos numerados del 1 al 6, rayando la pieza “Z”



¿Pueden los niños de alguno de los grados de Ciclo I de Básica Primaria (CIBP), resolver esta tarea sin mediación de los tetracubos en madera, icopor u otro Material Didáctico?

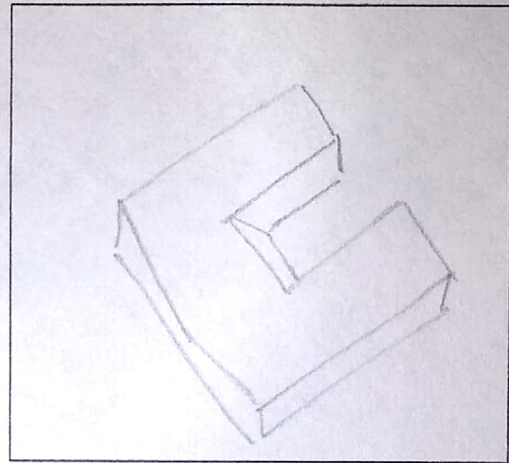
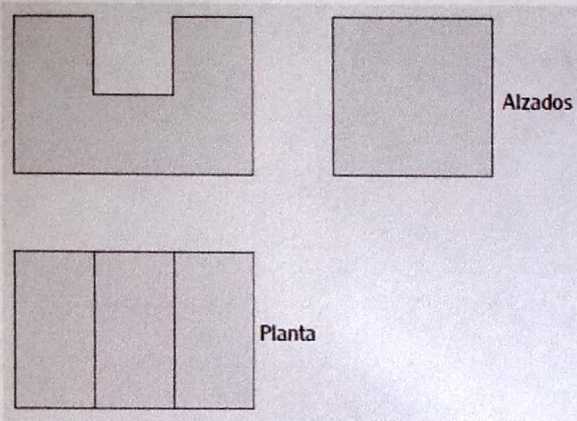
(Es decir, sin uso de ningún Material Didáctico o en ausencia de alguno de ellos)

*Es importante que el estudiante tenga material de manipulación*

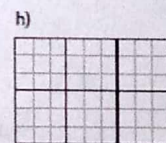
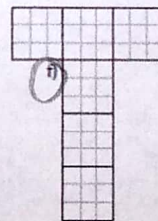
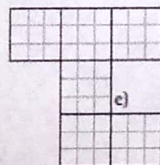
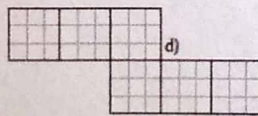
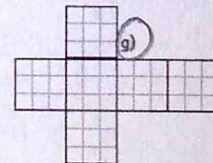
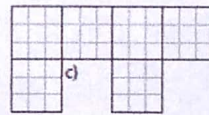
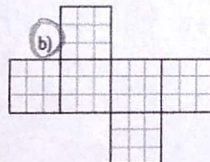
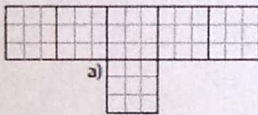
D<sub>1</sub>

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

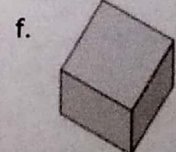
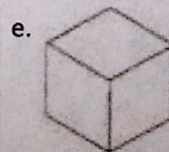
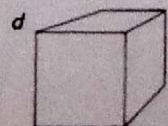
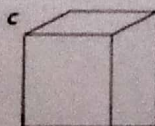
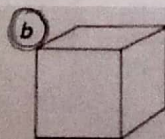
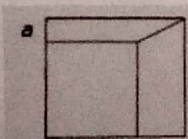
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.

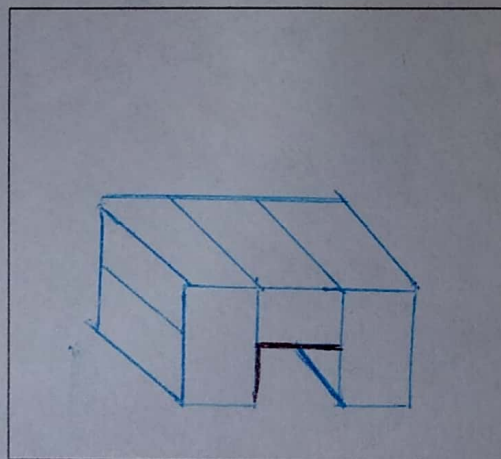
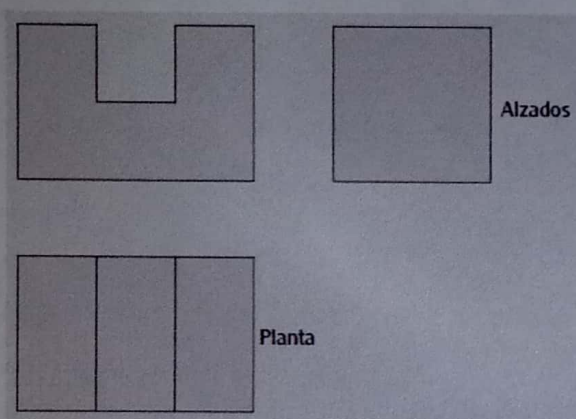


Grupo 2

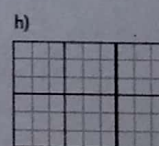
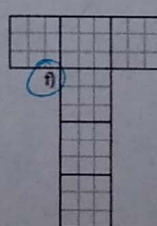
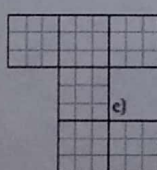
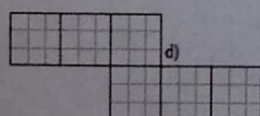
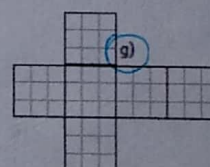
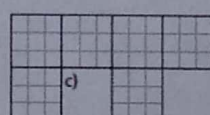
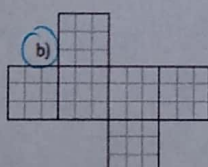
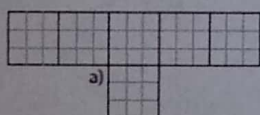
D<sub>2</sub>

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

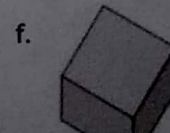
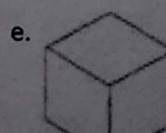
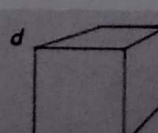
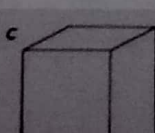
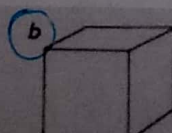
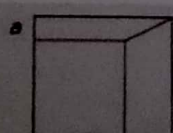
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?

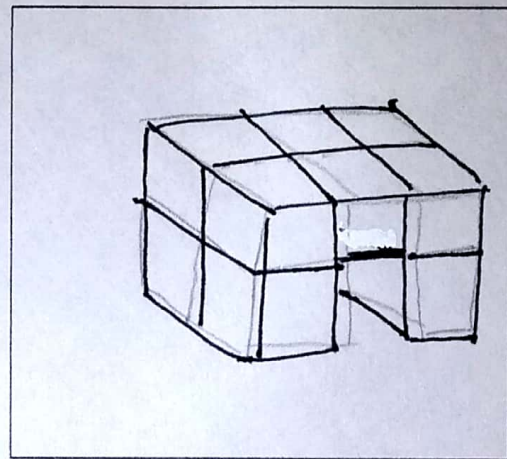
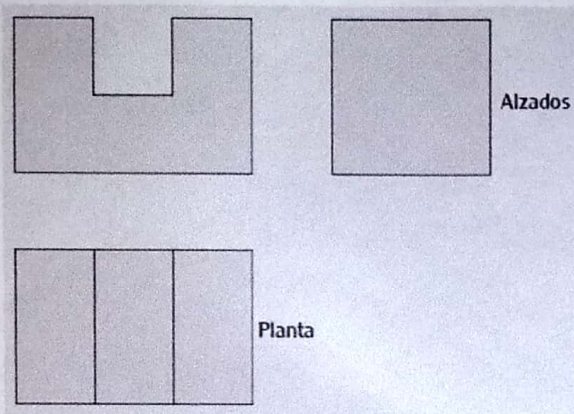


3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.

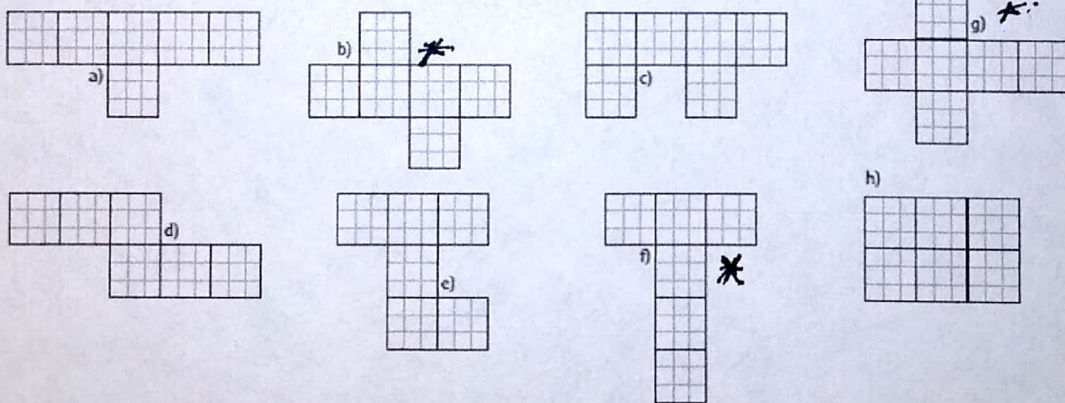


Anexo 6 – ¿Visualizamos?

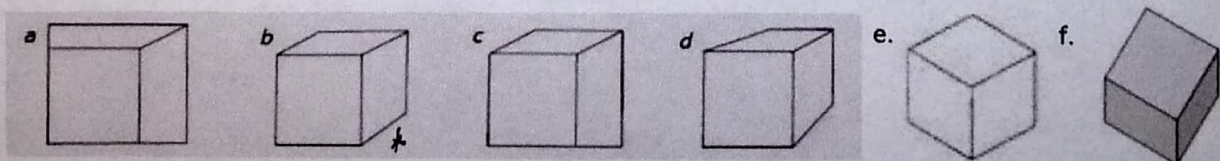
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.

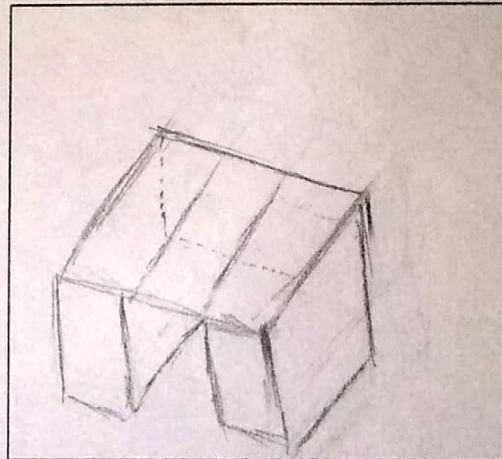
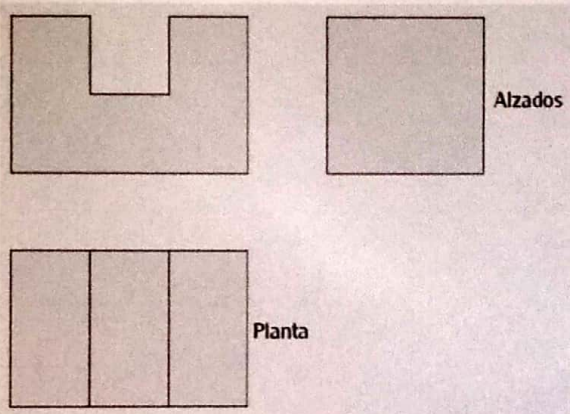


D4

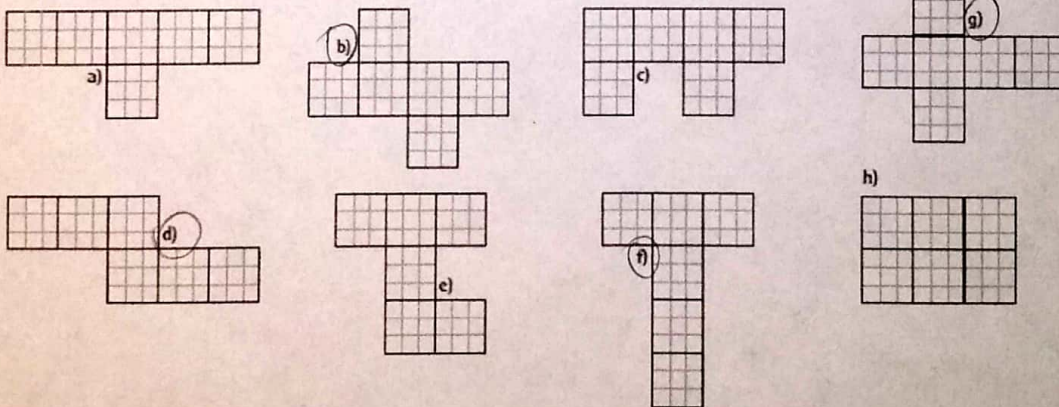
Mesa 1

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

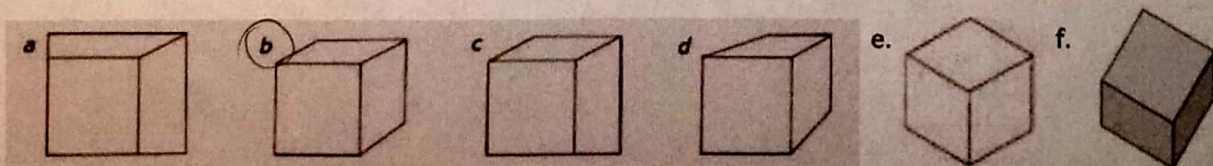
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.

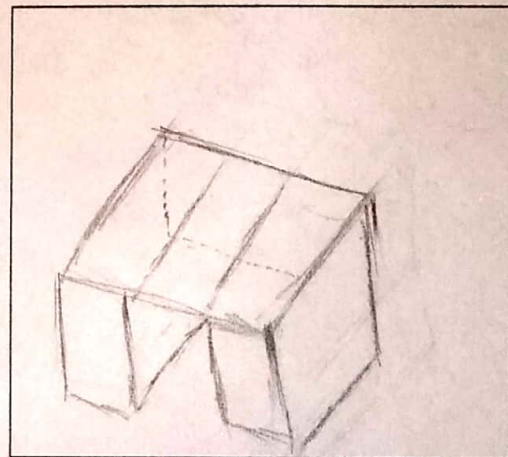
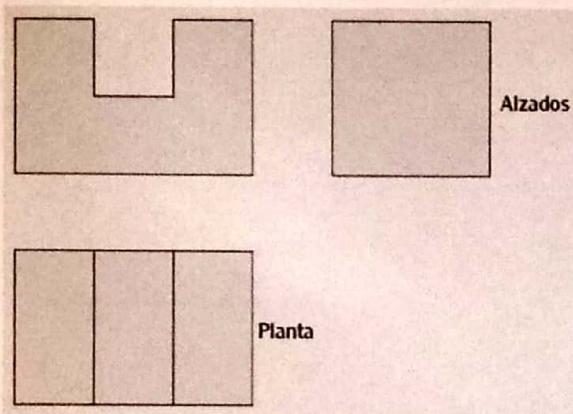


D4

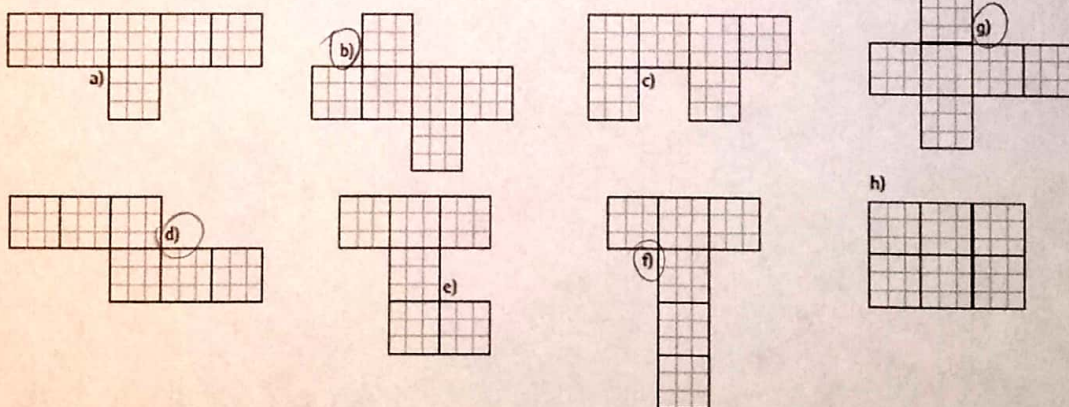
Mesa 1

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

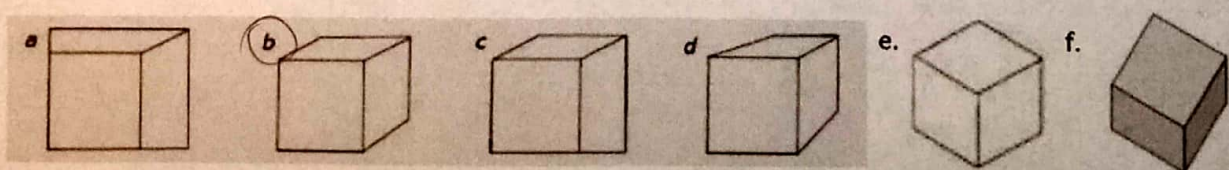
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



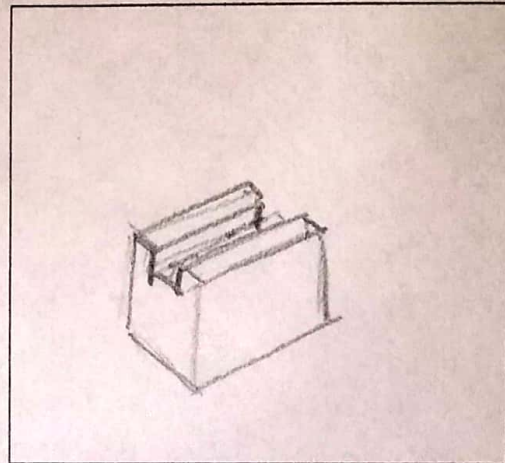
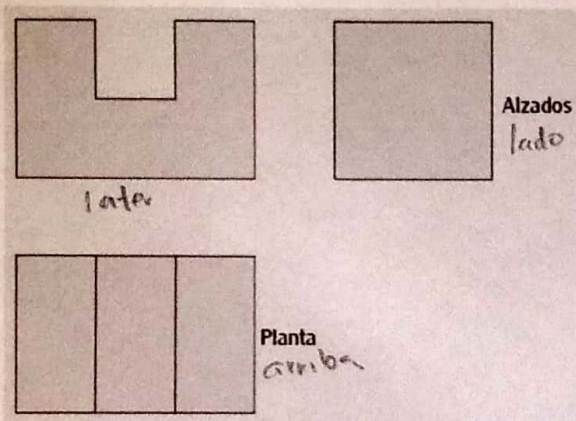
3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.



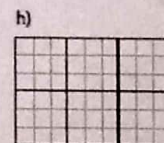
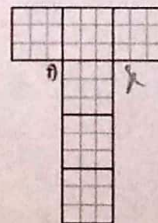
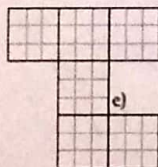
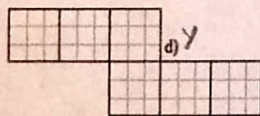
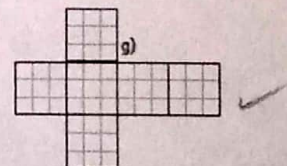
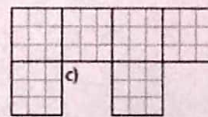
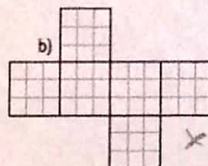
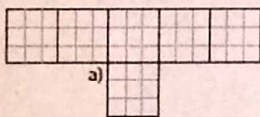
D5

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

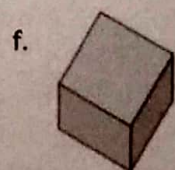
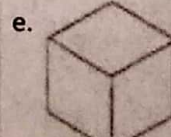
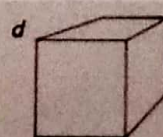
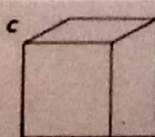
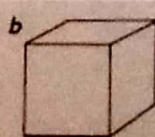
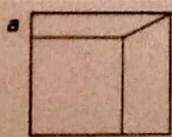
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?

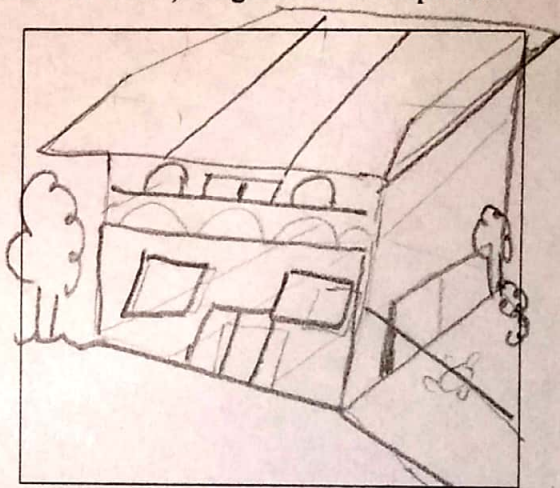
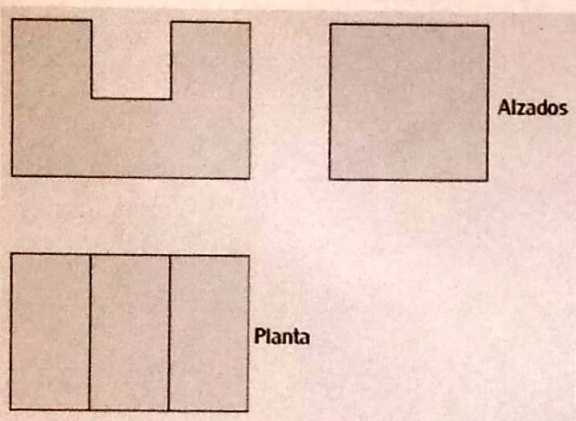


3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.

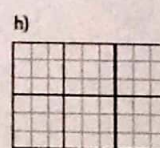
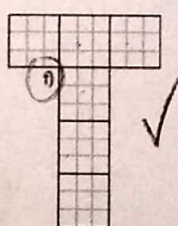
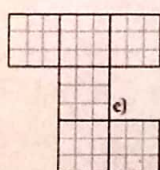
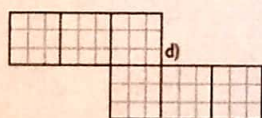
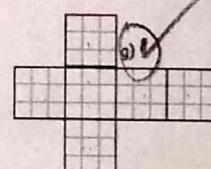
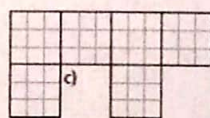
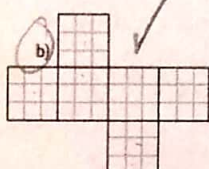
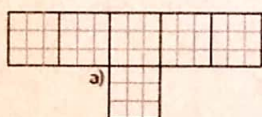


Anexo 6 – ¿Visualizamos?

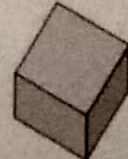
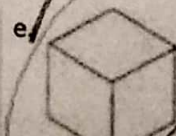
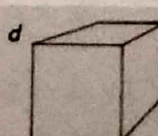
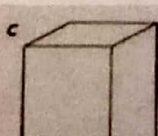
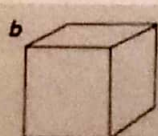
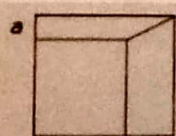
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



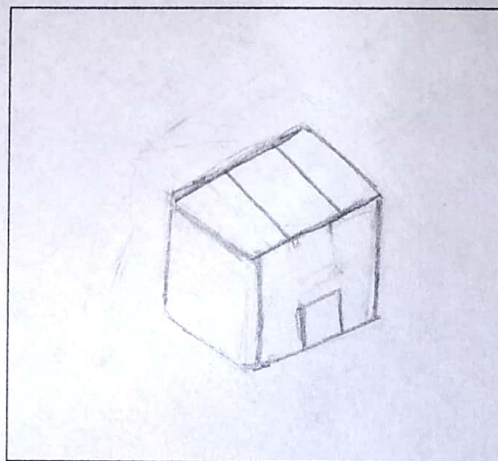
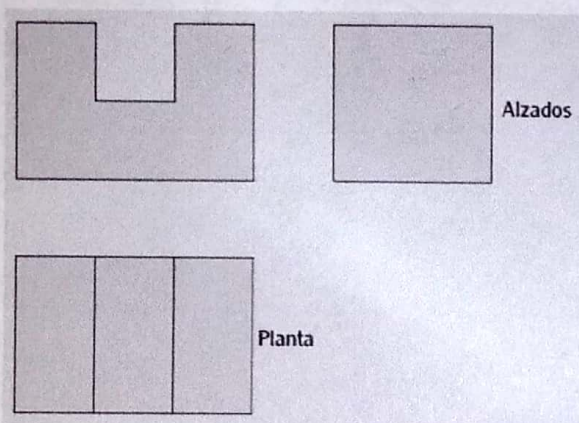
3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.



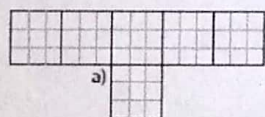
D7

## Anexo 6 – ¿Visualizamos?

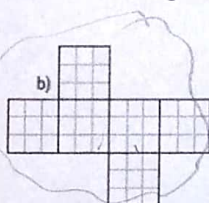
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



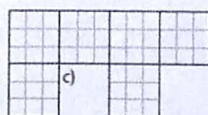
2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



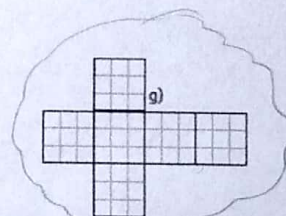
a)



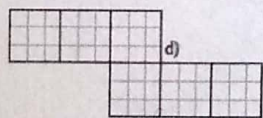
b)



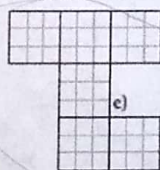
c)



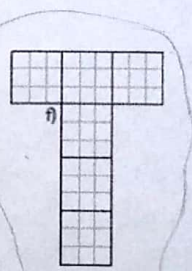
g)



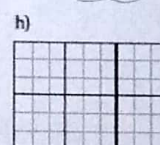
d)



e)

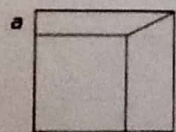


f)

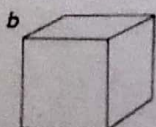


h)

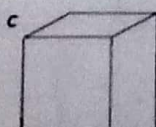
3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.



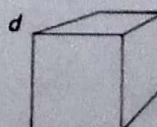
a



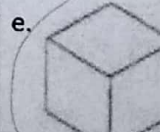
b



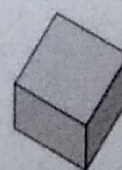
c



d



e

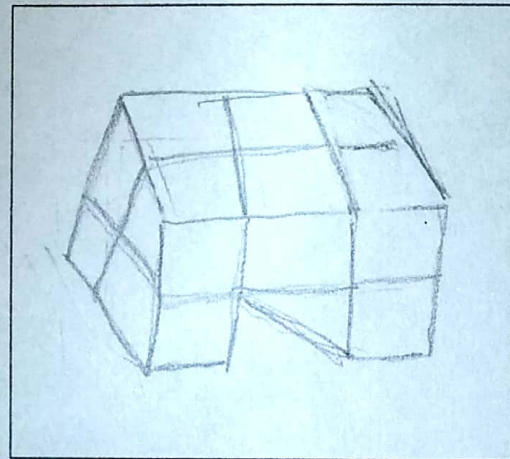
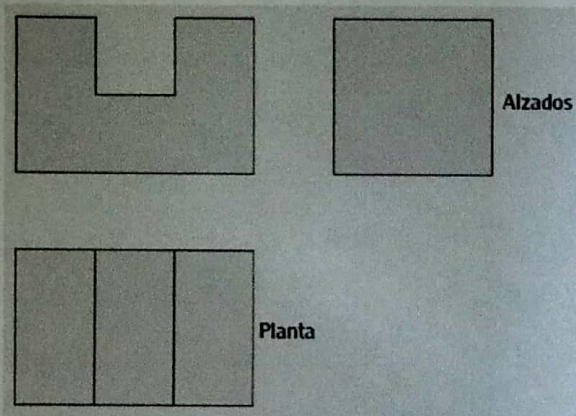


f

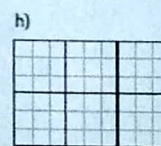
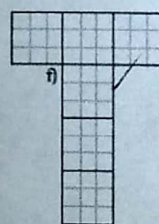
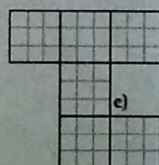
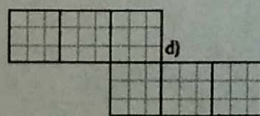
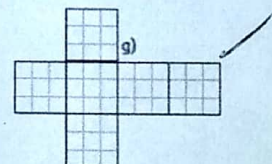
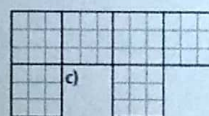
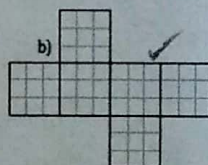
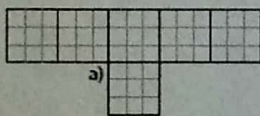
D9

Anexo 6 – ¿Visualizamos?

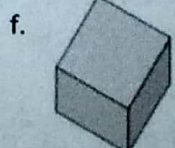
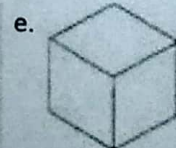
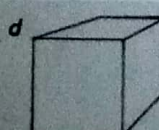
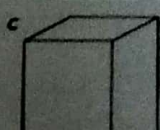
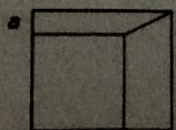
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.



#3

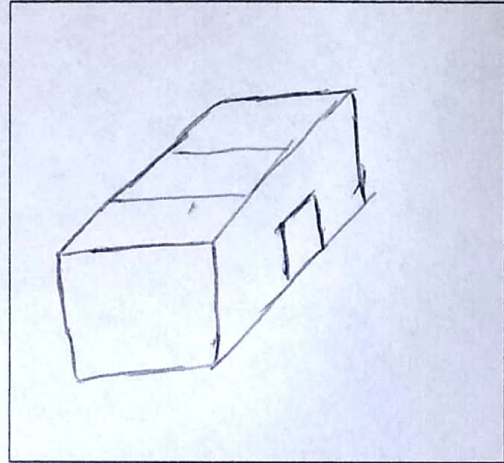
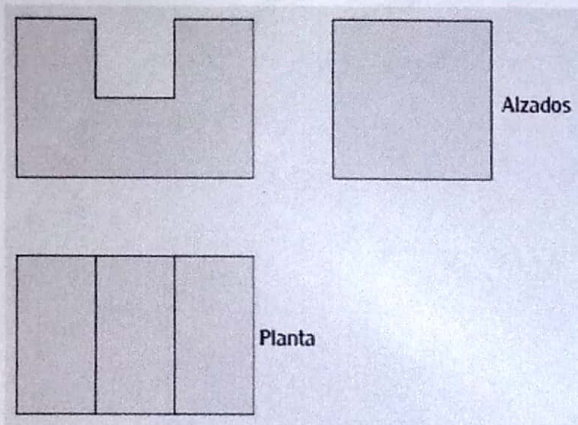
P10

Instituto de Educación y pedagogía

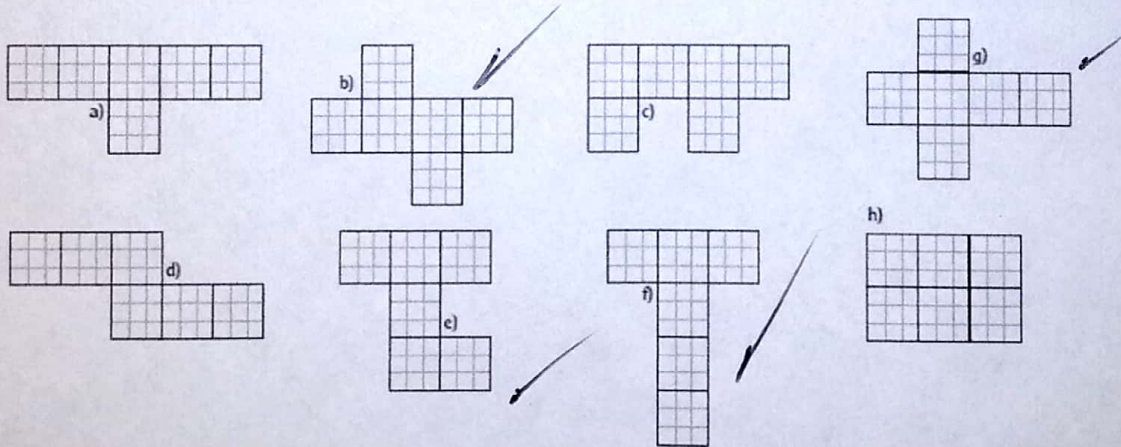


## Anexo 6 – ¿Visualizamos?

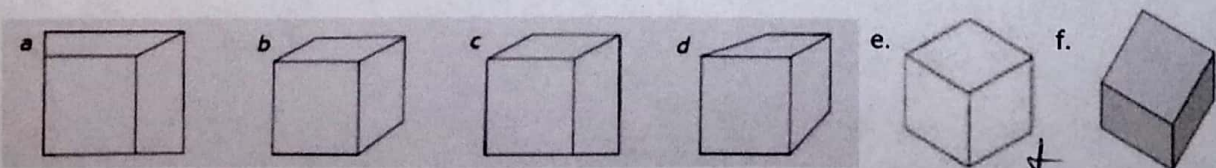
1. Dibuja en el recuadro, el objeto que tiene estas vistas. (Coordinar e integrar las vistas de objetos conocimiento especializado para docentes de CIBP). Argumenta la respuesta.



2. ¿Cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo?



3. Selecciona la opción que consideras es la mejor representación de un cubo.



Grupo N° 1

Grado 2

D1.

Anexo 5 – Formato de planeación institucional (AS)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| Sede: Miguel Ángel Zúñiga                                                                                                                                                                                                                                                                 | Jornada: Mañana                                                                                            | Docentes: _____                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| Área: Matemáticas                                                                                                                                                                                                                                                                         | Área: Matemáticas                                                                                          | Grado: 2º                                                                                                                                                         | Periodo: IV                                                                              | Fecha Inicial:<br>Fecha final: |
| <b>ESTÁNDAR:</b><br>Dibujo y describo cuerpos y figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.<br><b>DBA N° 6</b><br><i>Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas 2d y 3d</i> |                                                                                                            | <b>OBJETIVO DE APRENDIZAJE:</b><br>Representar los poliedros generados por los tetracubos de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. |                                                                                          |                                |
| <b>INDICADORES DE DESEMPEÑO:</b><br>- Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.<br>- Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo dado.<br>-                                                           |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| <b>RÚBRICA CRITERIOS DE EVALUACIÓN</b>                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| <b>SUPERIOR</b>                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>ALTO</b>                                                                                                | <b>BÁSICO</b>                                                                                                                                                     | <b>BAJO</b>                                                                              |                                |
| Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                                                                                                                                           | Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta algunas de sus propiedades geométricas. | Representa el tetracubo de forma bidimensional, sin tener en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                  | No representa un tetracubo de forma bidimensional.                                       |                                |
| Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo específico, argumentando su respuesta.                                                                                                                                                                          | Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo específico.                      | Identifica algunas representaciones bidimensionales correspondientes a tetracubos específicos.                                                                    | No identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo específico. |                                |
| <b>ACCIONES PARA LA(S) CLASE(S)</b>                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| <b>Revisión disciplinar:</b><br>- Representar<br>- Medidas de longitud<br>- Ubicación espacial<br>- formas<br>- figuras geométricas                                                                                                                                                       |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |

*[Handwritten signature]*

### MOMENTO 1. EXPLORACIÓN

- Canción: El pollito.
- Organizados en grupos, cada uno representará el pollito visto desde los distintos ángulos que menciona la canción: por delante, por detrás, por un lado (derecho) y por el otro lado (izquierdo).
- Preguntas de descripción:

### MOMENTO 2. ESTRUCTURACIÓN

- \* Cómo es el pollito por delante? etc...
- Presentación del sólido geométrico: El cubo.
- Representarlo bidimensionalmente identificando sus características: n° de lados, forma (cuadrada), vértices y ángulos.
- Juegos de construcción con cubos.
- Preguntas: \* Por qué construiste esa figura y no un carro por ejemplo?
- \* Qué objetos se facilitan más construirlos usando cubos? Por qué?

### MOMENTO 3. TRANSFERENCIA - VALORACIÓN - CIERRE

- Dada una figura 3D representada bidimensionalmente, representarla usando los cubos.
- Actividad: Representar bidimensionalmente el edificio de la escuela. o su casa.

### RECURSOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS USADOS

*[Handwritten signature]*

Anexo 21 - Planeación conjunta para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros (AZ1-V1)

D1

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| Sede: Miguel Ángel Zúñiga                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Jornada: Mañana                                                                                            | Docentes: Colectivo de docentes de CIBP                                                                                                                           |                                                                                          |                                |
| Área: Matemáticas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Área: Matemáticas                                                                                          | Grado:                                                                                                                                                            | Periodo:<br>IV                                                                           | Fecha Inicial:<br>Fecha final: |
| <b>ESTÁNDAR:</b><br>Dibujo y describo cuerpos y figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.<br><b>DBA N° 6</b><br><i>Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.</i>                                                   |                                                                                                            | <b>OBJETIVO DE APRENDIZAJE:</b><br>Representar los poliedros generados por los tetracubos de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. |                                                                                          |                                |
| <b>INDICADORES DE DESEMPEÑO:</b><br>- Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.<br>- Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo dado.<br>-                                                                                                                                         |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| <b>RÚBRICA CRITERIOS DE EVALUACIÓN</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| <b>SUPERIOR</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>ALTO</b>                                                                                                | <b>BÁSICO</b>                                                                                                                                                     | <b>BAJO</b>                                                                              |                                |
| Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                                                                                                                                                                                                                         | Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta algunas de sus propiedades geométricas. | Representa el tetracubo de forma bidimensional, sin tener en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                  | No representa un tetracubo de forma bidimensional.                                       |                                |
| Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo específico, argumentando su respuesta.                                                                                                                                                                                                                                                        | Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo específico.                      | Identifica algunas representaciones bidimensionales correspondientes a tetracubos específicos.                                                                    | No identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo específico. |                                |
| <b>ACCIONES PARA LA(S) CLASE(S)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |
| <b>Revisión disciplinar:</b><br>- Sólidos geométricos, destacando los poliedros y llegando al cubo.<br>- Características y propiedades geométricas del cubo: vértices, aristas, caras, formas, paralelismo y perpendicularidad.<br>- Caracterización del tetracubo y modelos de tetracubos.<br>- Representación del cubo y el tetracubo bajo la perspectiva isométrica. |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                          |                                |

*[Firma]*

### MOMENTO 1. EXPLORACIÓN

- Construcción de alguna figura con los 16 cubos entregados al grupo de 4 estudiantes (4 cubos x estudiante).
- Construcción de la figura, limitando la actividad a 4 cubos, relacionándolo con imágenes de su entorno.
- Proporcionando imágenes de la casa container, se les pedirá que armen la casa de acuerdo a la fotografía asignada (una imagen x grupo).
- Reconocimiento del tetracubo y comparación con otros poliedros.

### MOMENTO 2. ESTRUCTURACIÓN

- Cómo diseñas tu casa?: Organizados en grupos de 4 estudiantes, cada uno armará su casa teniendo en cuenta las sgtes partes: 2 habitaciones, sala y cocina. Se buscará que las 4 casas representadas en el grupo sean diferentes.
- Expliación: Determinar que casas se construyeron, socializando los modelos armados. Identificación tetracubos cóncavos y convexos.
- Orientación dirigida: ¿Cómo dibujas tu casa? En la hoja isométrica se darán orientaciones para representar la casa armada iniciando con la representación del cubo (bajo la perspectiva isométrica), hasta llegar a la representación de su modelo de casa (tetracubo).

### MOMENTO 3. TRANSFERENCIA - VALORACIÓN - CIERRE

- Orientación libre:  
Intercambio de casas entre el grupo, para que cada estudiante represente un tetracubo diferente, sin orientación del docente.
- Integración: Sintetizar concepto de poliedro, cóncavo y convexo y tetracubo.

### RECURSOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS USADOS

- Cubos en icopor.
- Imágenes (Fotografías) de las casas container.
- Hojas isométricas

*[Handwritten signature]*

Anexo 21 - Planeación conjunta para la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros

(A21-1/2)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                    |                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------|
| Sede: Miguel Ángel Zúñiga                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Jornada: Mañana - tarde                                                                                    | Docentes: Colectivo de docentes de CIBP                                                                                                                           |                                                    |                      |
| Área: Matemáticas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Área: Matemáticas                                                                                          | Grado: 2°                                                                                                                                                         | Periodo: IV                                        | Fecha: 4 – 12 - 2017 |
| <b>ESTÁNDAR:</b><br>Dibujo y describo cuerpos y figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.<br><b>DBA N° 6</b><br>Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas, para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                            | <b>OBJETIVO DE APRENDIZAJE:</b><br>Representar los poliedros generados por los tetracubos de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. |                                                    |                      |
| <b>INDICADORES DE DESEMPEÑO:</b><br>Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                    |                      |
| <b>RÚBRICA CRITERIOS DE EVALUACIÓN</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                    |                      |
| <b>SUPERIOR</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>ALTO</b>                                                                                                | <b>BÁSICO</b>                                                                                                                                                     | <b>BAJO</b>                                        |                      |
| Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta algunas de sus propiedades geométricas. | Representa el tetracubo de forma bidimensional, sin tener en cuenta sus propiedades geométricas.                                                                  | No representa un tetracubo de forma bidimensional. |                      |
| <b>ACCIONES PARA LA(S) CLASE(S)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                    |                      |
| <b>Análisis conceptual - Sentido espacial, visualización y representación.</b><br>Se trabajarán elementos de la <b>ubicación espacial</b> relacionados con las nociones básicas, trasladando con mayor rigor al estudiante del espacio vivido al espacio gráfico. Frente a las <b>relaciones geométricas</b> , se partirá del cubo para la composición de los tetracubos y cómo pueden representarse bidimensionalmente para que sigan pareciendo tridimensionales. En relación con los <b>elementos geométricos</b> , se trabajarán las <b>propiedades de forma</b> , estableciendo las características de los tetracubos como poliedros diferentes a otras familias, para que puedan identificarlos y relacionarlos con elementos de su entorno, a través de las casas container. Para esto se trabajará puntualmente los siguientes aspectos:<br><ul style="list-style-type: none"><li>- Caracterizar los modelos de tetracubo como representaciones de poliedros, destacando los aspectos relevantes como caras, vértices, aristas, lados paralelos, perpendiculares y número de cubos que lo conforman; también se retomarán propiedades relativas a ser cóncavo o convexo, y como el cambio de posición no altera su condición de poliedro tetracubo. Se presentarán ejemplos y contraejemplos físicos que les permitan caracterizar el tetracubo como poliedro desde la noción <b>intuitiva de figura sólida</b>.</li><li>- Establecer la tridimensionalidad de un tetracubo, analizando sus tres dimensiones, utilizando términos cercanos al estudiante, como son alto, ancho y profundidad, en término de unidades correspondientes al ancho de la cara de un cubo, para poder determinar estas características posteriormente en las representaciones bidimensionales que se elaboren en el papel isométrico.</li><li>- Representación bidimensional del poliedro: se trabajará en la proyección oblicua como otro punto desde donde se puede mirar un objeto para dibujarlo, utilizando la perspectiva isométrica. Para tal fin se propone el uso del papel punteado isométrico, buscando favorecer el tránsito de la proyección ortogonal a la oblicua.</li></ul><br>En cada una de las fases se favorecerán procesos de visualización, tales como <i>componer y descomponer un objeto tridimensional, rotar un objeto mentalmente y coordinar e integrar vistas de objetos</i> . |                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                    |                      |

*[Firma]*

### MOMENTO 1. EXPLORACIÓN (Fase de indagación)

**1. Fase de indagación:** *¿Qué puedo hacer con cuatro cubos?* Se organizarán 8 grupos de 4 estudiantes; se entregará a cada alumno cuatro cubos para que los exploren y reconozcan. Luego se les invitará a que traten de armar algo con todos los cubos del grupo, para que se familiaricen con el material. Seguidamente se les dirá que vuelvan a tomar en forma individual los cuatro cubos y que relacionen la figura del cubo y las posibles construcciones de los 4 cubos, con elementos que están en su entorno o que ellos conozcan aunque no estén allí. Se les suministrará una hoja cuadriculada para que dibujen uno de los cubos o algo que hayan armado con ellos.

### MOMENTO 2. ESTRUCTURACIÓN

**2. Fase de orientación dirigida:** *¿Qué es un tetracubo?* Se entablará un breve dialogo sobre las casas, cómo han evolucionado y son ahora, hasta llegar a las casas container, las cuales ya se empiezan a ver en nuestra ciudad, apoyándonos además en imágenes presentadas en el TV. Luego se entregará a cada grupo una imagen de casa *container*, para que cada estudiante la arme con sus cuatro cubos (las imágenes serán diferentes en cada grupo). Se pretende finalizar estableciendo con los estudiantes que el nombre de las figuras armadas es el de *tetracubo* por tener cuatro cubos, así como qué son y cómo se forman los tetracubos; se propone comparar el tetracubo con otros que no lo son, a partir de la yuxtaposición de cubos (bicubos, tricubo, pentacubo...).

**3. Fase de orientación dirigida:** *¿Cómo diseñarías tu casa container?* Se proporcionan a cada niño 4 cubos, indicándoles que uno de ellos es la habitación de los padres, otro la habitación de los niños, otra la sala-comedor y el último la cocina. La instrucción que se les dará es que armen su casa, teniendo en cuenta que deben ir organizado los cubos cara con cara, buscando que entre los miembros del grupo las casas sean diferentes y que el cambio de posición de la casa o el orden de las habitaciones no cuenta para diferenciarlas. Cuando se haya verificado que son diferentes, se suministrará a los grupos pegante para que cada niño proceda a armar el modelo de casa que corresponderá a un tetracubo.

**4. Fase de explicitación:** *¿Qué hicimos?* En este momento se invitará a los estudiantes a verbalizar frente a la tarea desarrollada, parafraseando la actividad y revisando las construcciones para determinar cuáles casas se armaron; posteriormente se guiará a los estudiantes para llegar a concluir que son ocho tetracubos, ya que los estudiantes pueden pensar que una misma figura en diferente posición es otro tetracubo. En este punto, a través del lenguaje se debe procurar acompañar al estudiante a precisar que son modelos de tetracubos y que se pueden representar con diversos materiales, en forma tridimensional o incluso plana; también se deben comparar los tetracubos entre sí para determinar las **características más relevantes**, relacionadas con que deben tener 4 cubos, caras, aristas y vértices, deben estar pegados cara con cara, que siguen siendo el mismo sólido así cambien de posición, y **de otras irrelevantes** pero que pueden confundirlos, como lo son que algunos son convexos y otros cóncavos. Esto permitirá establecer generalidades sobre cuando los sólidos son cóncavos y cuando convexos, llevándolos a que lo expresen de forma oral.

**5. Fase de orientación dirigida:** *¿Cómo dibujas tu casa?* Se le dirá a los estudiantes que cada uno va a representar la casa construida en un dibujo, que permita entender a quien lo mire, que es el modelo de un sólido y por tanto, se visualizará que tiene tres dimensiones; además que para eso utilizarán un papel con puntos organizados especialmente para tal fin, llamado papel isométrico. Se entregará a cada estudiante una trama de puntos isométrica de 1 cm de distancia, para iniciar con la representación de un cubo. Se empezará a dibujar la arista vertical central y a partir de allí las aristas que configuran las otras caras, a la par en que visualizan el cubo en proyección oblicua, para que establezcan fácilmente la perspectiva isométrica del cubo en el papel. Luego se empezará a agregar otros cubos, aclarando que las caras son opacas, que todas las aristas o caras no son visibles o se ven diferentes y que esto depende del punto de vista del observador que representa. De esta forma representarán su modelo de casa, es decir un tetracubo.

*[Firma]*

### MOMENTO 3. TRANSFERENCIA – VALORACIÓN – CIERRE

**6. Fase de Orientación libre:** *Dibujemos otro tetracubo.* En este punto los estudiantes van a intercambiar su tetracubo con el de un compañero y lo representarán también en la hoja isométrica, pero esta vez sin la orientación del docente, con el fin de establecer la calidad de la representación, escuchar algunos diálogos entre los estudiantes y establecer si requieren otras actividades para profundizar en el proceso de representación de un tetracubo en perspectiva isométrica.

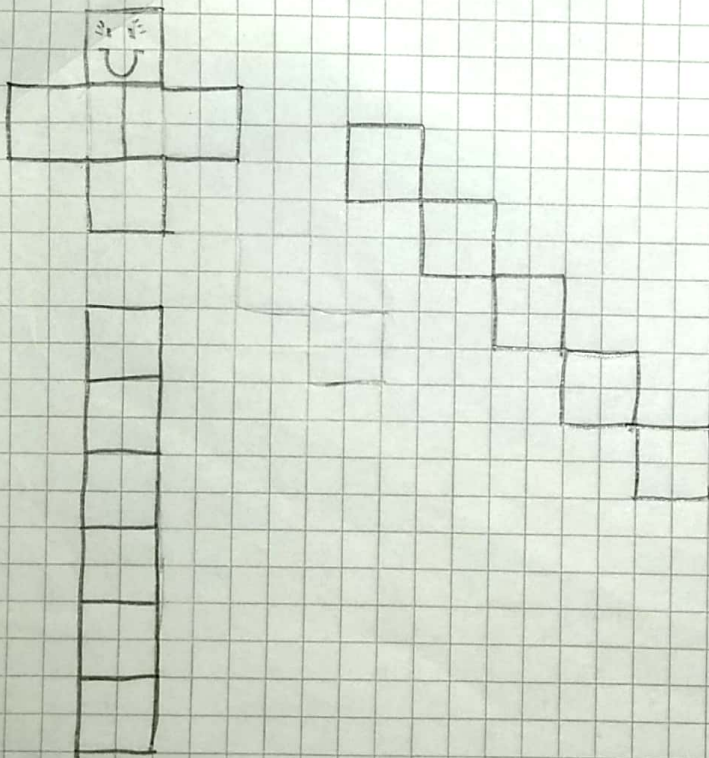
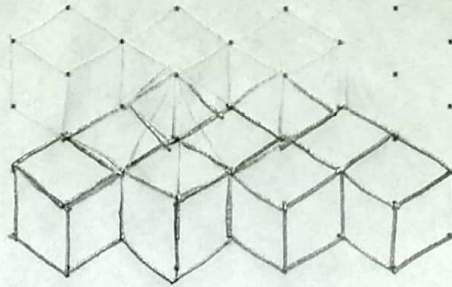
**7. Fase de Integración:** *¿Qué es?* Para finalizar se va a sintetizar la definición de tetracubo como un poliedro que está compuesto por cuatro cubos, del cual existen ocho posibles modelos, que pueden ser cóncavos o convexos. Además, que un tetracubo, como otros poliedros, tiene caras, aristas y vértices, el cual se puede representar de forma plana para que se identifique su ancho, largo y profundidad.

### RECURSOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS USADOS

- Cubos de icopor de 10 cm x 10 cm x 10 cm
- Cubos de madera de 2 cm x 2 cm x 2 cm
- Tetracubos en icor y origami
- Hojas cuadriculadas e isométricas
- Imágenes de las casas containers

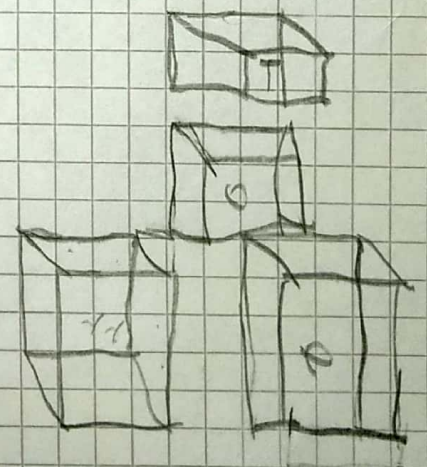
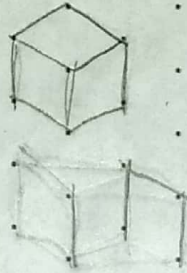
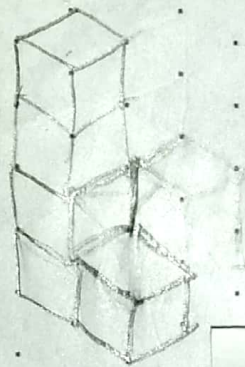
*[Handwritten signature]*

## Papel Punteado Isométrico



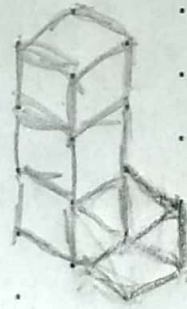
LORANZO LOPEZ

## Papel Punteado Isométrico



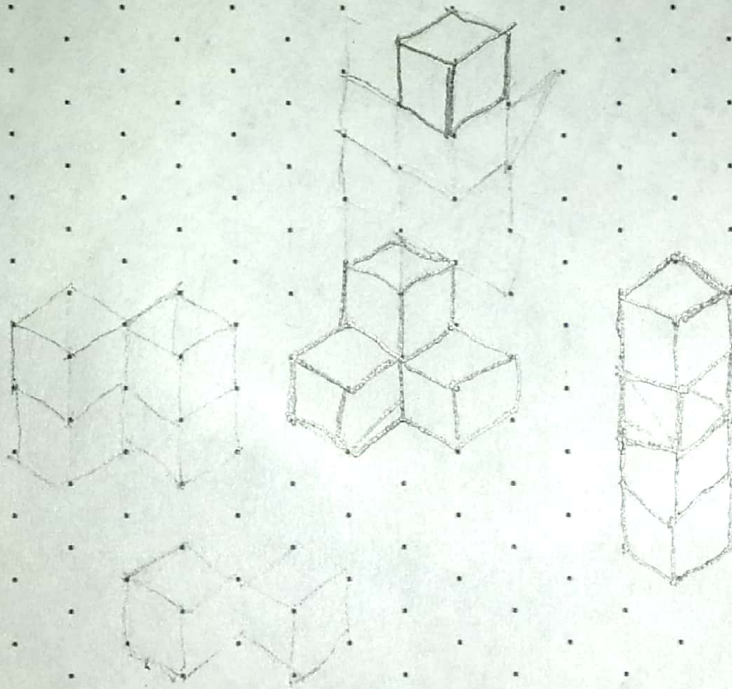
Juan David

## Papel Punteado Isométrico



Juan David  
JUNES 30 de diciembre 2.077

## Papel Punteado Isométrico



Juan camilo

lunes 04 de diciembre Juan C

cruz

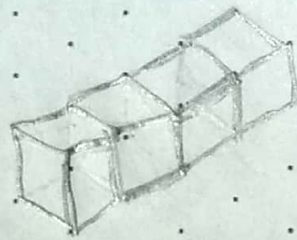
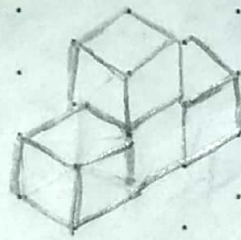


Lunes, 04 de diciembre del 2017  
Selenia

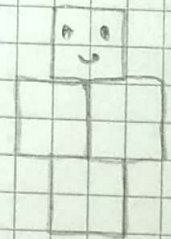
Instituto de Educación y pedagogía



## Papel Punteado Isométrico

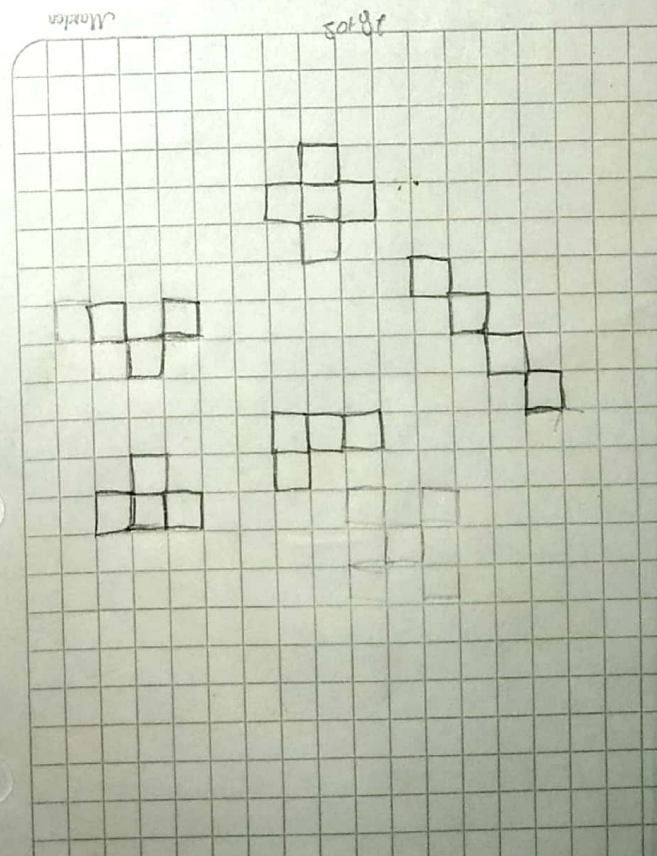
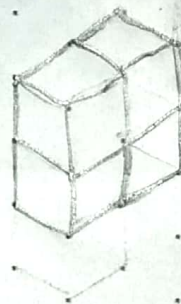
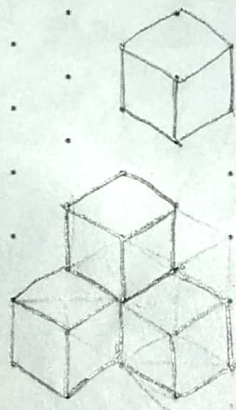


Lunes, 04 de diciembre del 2017  
Selenia

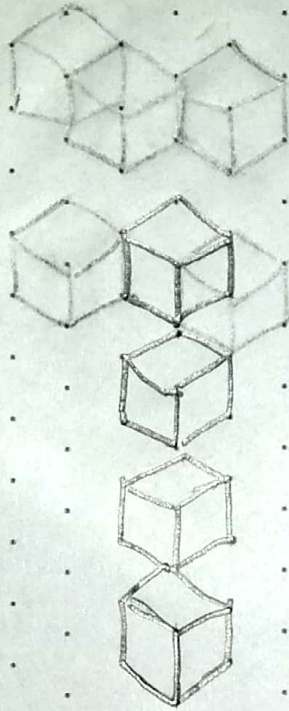


30792

## Papel Punteado Isométrico

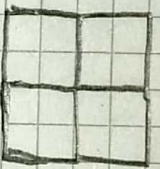


## Papel Punteado Isométrico



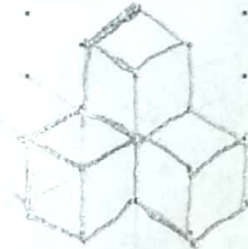
Anyelina Obispo

a.

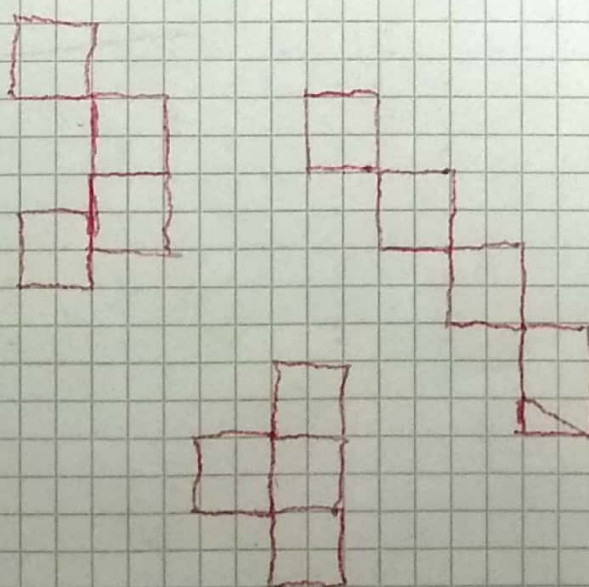


Lunes, 04 de diciembre del 2011  
Anyelina

Juan M. Papel Punteado Isométrico



Juan microwel



04-Dic-2017.

Docente.Obs: Diana Álvarez. Á

Instituto de Educación y pedagogía



Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora     | Evidencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7:50 am  | Saludo; Obj de Aprendizaje, Asignación de roles.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 7:52 am  | Entrega de material. (bolsa de cubos) - Armazón de torre                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 7:56 am  | Los estudiantes cuentan la experiencia del lo armado.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 7:58 am. | Exp libre: Con 4 cubos armar una figura.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 8:01 am  | Los estudiantes representan la figura diseñada con los cubos en hojas cuadrículadas de cuaderno.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 8:06 am  | Se comparte exp de la figura que se armó, haciendo énfasis en el diseño horizontal $\rightarrow$ y Vertical $\updownarrow$                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 8:08     | Se muestran imágenes casas container y se da la intervención de los est sobre diseños de casas. y                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 8:12 am  | Se entrega imagen $\rightarrow$ Diseñar con 4 cubos la casa container (modelo) asignada al grupo; posteriormente se presenta al resto de compañeros el diseño asignado empleando cubos grandes.<br>- los estudiantes comparan y participan en el diseño realizado por los compañeros.                                                                                                                                   |
| 8:26 am  | Retroalimentación por parte de la docente en el reconocimiento de diferentes poliedros $\rightarrow$ tetra, tri, penta y tetra cubo.<br>- Los estudiantes reconocen las figuras del tetracubo en otros escenarios.                                                                                                                                                                                                      |
| 8:29 am  | - Se pide armar un modelo de cara $\rightarrow$ 4 cubos y pegarlos.<br>- Se presenta al salón el modelo representado y pegado.<br>- La docente explicita con ayuda de los est los diferentes diseños formados con el tetracubo, además, de mostrarles imágenes reales los estudiantes muestran asombro, agrado.<br>- Se identifican las partes - características del cada tetracubo (Se construye con los estudiantes)* |

## Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora    | Evidencia                                                                                                                                                                                             |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8:50 am | Los estudiantes representan el cubo en hojas isométricas.                                                                                                                                             |
| 9:00 am | La docente con ayuda de los estudiantes hacen el diseño en el tablero simulando la hoja isométrica.<br>Se hace énfasis en la representación bidimensional.                                            |
| 9:03 am | Cada estudiante hace la representación bidimensional de tetracubo que diseñarán de manera individual.<br>- La docente apoya y direcciona la representación de los estudiantes en el papel isométrico. |
| 9:13 am | Se hace la explotación y conceptualización de un tetracubo concreto y concreto                                                                                                                        |
| 9:17    | Se construye el concepto y características de un tetracubo                                                                                                                                            |

Anexo 22 - Registro de la práctica de aula

Diciembre. 4/12

| Hora     | Evidencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7:50 am. | Inicio de la clase con lectura del objetivo de aprender.                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 7:52 am. | Entrega de materiales por grupo (paquete de cubos pequeños de madera) para que los estudiantes los exploren y construyan formas libremente, para posteriormente socializarlo.                                                                                                                                          |
| 7:56 am. | La docente dirige la actividad para que solo con 4 cubos representen una forma de su contexto.                                                                                                                                                                                                                         |
| 8:02 am. | Se solicita a los estudiantes que representen el modelo elaborado en una hoja cuadriculada, se socializa la actividad.                                                                                                                                                                                                 |
| 8:05 am. | La docente presenta imágenes de casas containers y relaciona la actividad anterior con los diseños de casas vistas; en cada grupo se les entrega una imagen de las casas containers y se pide que la representen con los cubos que tienen. (4 cubos) cada estudiante realiza su modelo. Socialización de la actividad. |
| 8:25 am. | Conceptualización de tetracubo y sus características comparación con otros policubos.                                                                                                                                                                                                                                  |
| 8:27 am. | Se solicita que en cada grupo se elabore un modelo de casa diferente con cada estudiante y que esas casas tengan sus dependencias; para ello utilizan los cubos iniciales (4) y pegan sus corras. Socialización del trabajo.                                                                                           |
| 8:42 am. | Muestra de los diferentes modelos de tetracubos por parte de la docente (modelo a mayor escala), se mencionan las características del tetracubo y se comparan con otros policubos.                                                                                                                                     |
| 8:45 am. | Se dirige la actividad para que los estudiantes representen gráficamente de forma bidimensional el cubo para posteriormente representar el tetracubo que hicieron con los cubos de madera; para ello la docente                                                                                                        |

## Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

[illegible]

Angela Ma. Marn

Instituto de Educación y pedagogía



todos a aprender 2.0

Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora | Evidencia                                                                                                                                                                                     |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7:50 | La docente inicia la clase (recordando) hablando de objetivo                                                                                                                                  |
|      | seguramente pasa a recordar los acuerdos de convivencia.                                                                                                                                      |
| 7:54 | pasa el Material (cubos madera) para que los estudiantes los exploren y jueguen con ellos, la docente hace acompañamiento en las mesas de trabajo para orientar algunas formas con los cubos. |
| 7:56 | La docente pregunta a las mesas de trabajo que figura armarán, los niños dicen que una torre y pusieron penitencieras, o tres árboles de navidad – Habló el boaro de cada mesa.               |
| 7:58 | los estudiantes se reparten cuatro cubos y formar una figura de manera individual                                                                                                             |
| 8:02 | La profesora pasa la hoja cuadrada y explica a los estudiantes que dibujen sobre ella la figura que armarán.                                                                                  |
| 8:05 | los niños dicen que figura armarán con los cubos, la mayoría de los niños la armaron acostados sobre la mesa.                                                                                 |
| 8:08 | la docente presenta imágenes de nuevas cosas con cubos, se habla a los                                                                                                                        |

Anexo 22 - Registro de la práctica de aula

| Hora  | Evidencia                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | pecte del diseño de cada casa.                                                                                                                                                                                                                                                    |
|       | la docente pregunta si se puede armar una casa con los cubos que trum                                                                                                                                                                                                             |
| 8:11. | la docente pregunta una imagen con una pregunta de cómo son las casas?                                                                                                                                                                                                            |
| 8:12. | la docente pasa una ficha a cada mesa de trabajo con la imagen de una casa, la cual deben armar de forma individual. La docente visita a cada mesa de trabajo y orienta el ejercicio, la docente solicita que cada grupo modele con los cubos grandes la casa que les toca armar. |
| 8:14  | la docente se detiene a explicar cómo deben formarse una casa que hicieran mal en una mesa de trabajo.                                                                                                                                                                            |
| 8:25. | la profe explica el concepto de tetracubos                                                                                                                                                                                                                                        |
| 8:28. | se explica: Armar una casa, solo utilizando los 4 cubos y deben pegarlos, cada con cara. la profe visita las mesas para orientar la a.                                                                                                                                            |
| 8:38. | la docente elige un estudiante x mesa para mostrar el modelo de su casa, y se muestra cada una de las casas                                                                                                                                                                       |
| 8:42  | la profe explica nuevamente que se formaron tetracubos y enseña cómo de los más grandes se muestran en una escala más pequeña                                                                                                                                                     |
| 8:47  | la docente explica el cubo como se dibujó normalmente y solicita que lo dibujen en otra cara en el papel isométrico                                                                                                                                                               |
| 8:50  | Hace revisión y acompañamiento y verificación de aprendizaje<br>- introdujo el concepto de bidimensional y tridimensional                                                                                                                                                         |

tridimensional  
en forma de tetracubos y concavos  
los tetracubos en forma de concavos y convexos  
representaron los tetracubos en forma de concavos y convexos  
habla del concepto de concavos y convexos  
los estudiantes representaron los tetracubos en forma de concavos y convexos  
finalmente se

## Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora | Evidencia                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8:22 | La docente presenta el tetraedro como un poliedro, explica el porque lo es, da contrajemplos para que lo diferencien de otros poliedros                                                                                                                                                   |
| 8:30 | Los estudiantes comienzan a armar su propio tetraedro, siguiendo las instrucciones que van para con los modelos diferentes entre los compañeros del grupo. La docente pasa x cada grupo verificando que cumplan con las consignas                                                         |
| 8:38 | Inician la socialización de las cosas armadas, comparando modelos                                                                                                                                                                                                                         |
| 8:42 | La profe muestra modelos de tetraedros grandes y pequeños y los aporacha como ejemplos                                                                                                                                                                                                    |
| 8:46 | La docente informa que van a dibujarlo desde otro punto de vista, de tal forma que se vean las caras laterales y la vista central                                                                                                                                                         |
| 8:49 | Inicia la explicación de como dibujar el cubo en perspectiva isométrica. La docente evidencia en su lenguaje la apropiación de términos que le permiten un conocimiento disciplinar, al utilizar términos propios del tema. Algunos estudiantes reflexionan sobre la actividad realizada, |

Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora   | Evidencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7:50   | La docente inicia explicando el propósito de la clase y los roles de trabajo cooperativo (4 estudiantes)                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 7:52   | La docente entrega a cada grupo 16 cubos de madera)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 7:56   | Los niños cuentan que arman con los cubos, algunos jugaron, armaron casa, torre, túnel                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 7:58   | La docente le dice a los niños que tomen 4 cubos para que construyan lo que desean y lo dibujen en la hoja estructurada suministrada; la docente pasa por los grupos revisando lo que hacen son ellos. El material permite que se den interacciones entre estudiantes, que se concentren en las actividades. Se evidencia que son apropiadas, refuerza la atención     |
| → 8:05 | La docente comienza a socializar lo que hicieron                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 8:07   | Se comienza a socializar con los estudiantes como son los casos, como han establecido hasta llegar a algunos de tipo contenedor, mostramos imágenes de casas contenedor. Los estudiantes continúan atentos a la clase y han transcurrido 22.                                                                                                                           |
| 8:13   | Se entrega la imagen para que armen la casa container.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 8:17   | Al momento de socializar y ante la pregunta de la docente sobre el tetracubo i y comentan que si lo ponen en posición vertical sería el mismo en otra posición, lo que indica que ya hay un proceso de constancia de forma y rotación mental. La imagen de la casa T los generó dificultad por el anexo que tenía. La L fue más sencilla. El tetracubo de 2 pisos y la |

Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora    | Evidencia                                                                                                                                          |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7:40 am | Se define el objetivo de la clase                                                                                                                  |
| 7:50 am | Se entrega material didáctico (dieciséis cubos) a los niños por grupos, para que exploren                                                          |
| 8:03 am | Los niños plasman lo que hicieron con sus cubos en papel cuadrículado. Socializan con el grupo.                                                    |
| 8:07 am | Se observan imágenes de casas hechas con contenedores y se compara con el material que están manipulando. Los niños llegan a diversas conclusiones |
| 8:13 am | La docente hace entrega de fotos con casas Containers para que los niños la armen en grupos.                                                       |
| 8:17 am | Los niños arman su modelo con cubos más grandes y lo socializan con sus compañeros, mostrando sus puntos de vista.                                 |
| 8:25 am | La docente explica que es un tetracubo y pide a los niños que armen su propio modelo de casa con sus cuatro cubos, utilizando pegamento.           |
| 8:43    | La docente muestra otros modelos para dar claridad a los conceptos y seguidamente entrega papel isométrico para dibujar los tetracubos.            |
| 9:00    | La docente utiliza el lenguaje "técnico" de la asignatura. Se apropia de conceptos que transmite de forma clara a sus estudiantes.                 |
|         |                                                                                                                                                    |
|         |                                                                                                                                                    |
|         |                                                                                                                                                    |
|         |                                                                                                                                                    |

(9:20) Se puede representar plana y tridimensional

Instituto de Educación y pedagogía



Anexo 22 - Registro de la práctica de aula

| Hora | Evidencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|      | Esto solo un tetracubo... Este poliedro<br>No se llama Pentacubo.<br>Este que tiene 4 cubos si es un tetracubo.                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 8:27 | Vamos a armar la casa con cuatro cubos<br>Los cubos son Mágicos<br>1 cubo sola 2 lo como 3 habitación 4 habitación<br>Cada uno va a armar un modelo de casa<br>La condición para armar la casa es cada con cara.<br>(E3) <del>pa</del> porque no paga de otra manera.<br>Estos que armamos son 4 tetracubos y tendremos 5 modelos<br>diferentes... ¿Sobran cuantos modelos existen? |
| 8:43 | Los tetracubos tienen aristas, caras, Angulos.<br>Salen 8 modelos de tetracubos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 8:45 | Vamos a dibujar los cubos, con otro mirado<br>diferente a lo frontal, pero es lo vamos a<br>dibujar girado un poquito.                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 8:46 | Se llama Pope isométrico.<br>Unimos dos puntos de lo figo con una línea vertical<br>esa línea vertical que es<br>es una arista... (E4) ✓<br>Se dibujo otro arista al lado izquierdo, y otro<br>derecho... teniendo estos tres ejes<br>Es mucho mas fácil dibujar los caras visibles del<br>cubo                                                                                     |
| 9:00 | ahora cada uno va a dibujar su tetracubo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 9:00 | Algunos tetracubos son convexos y otros concavos.<br>En que se diferencian?<br>(E10) este se le ven los 4, este No<br>(E11) El de oca se le ven los Angulos<br>Este es concavo y este es convexo.                                                                                                                                                                                   |

9:17 que es un tetracubo  
tiene 4 cubos  
Se puede transformar en otro cosa  
(E13)  
(E14)

9:15 Lo puedo pasar un mano y no se choca con nada po eso es convexo  
En cambio el concavo se se choca.  
Lo diferencia es que el concavo tiene cavidades

Anexo 22 – Registro de la práctica de aula

| Hora | Evidencia                                                                      |
|------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 8:48 | objetivos de la clase                                                          |
| 8:50 | Se Reportan los Roles                                                          |
| 8:51 | Se entregan MD... Cubos de madera.                                             |
| 8:53 | Armar lo que quieran con los cubos                                             |
| 8:58 | Cada uno va a tomar 4 Cubos y construye lo que quiera, lo que ven en el medio. |
|      | Profe dibujo un "Culebra" (E1)                                                 |
|      | Armo un Cruz (E2)                                                              |
|      | Armo uno Logo de gatos Es.                                                     |
|      | Armo uno escalera (E3)                                                         |
| 8:05 | Se dibujo fue plano o se levanta de la mesa (E4) Armar una pistola             |
| 8:08 | Alguien armo una casa?                                                         |
|      | Vamos a mirar al televisor, para ver cosas Contorneas                          |
|      | Eso ya lo has visto, estan en los barco Grandisimas                            |
|      | Son contorneas, profe.                                                         |
|      | Son puro metal.                                                                |
|      | Se pueden armar cosas así con los cubos?                                       |
| 8:12 | Cada niño armo una casa con los 4 cubos.                                       |
|      | Tengan en cuenta la estructura.                                                |
|      | Armen la forma el modelo.                                                      |
|      | Donde han visto cosas Contorneas?                                              |
|      | Vamos a armar el modelo que le corresponden                                    |
|      | Estan de acuerdo Como hicieron las figuras                                     |
| 8:25 | Esas figuras armados se llaman tetraCubos                                      |
|      | (E5) Si porque se armo con cubos                                               |
|      | Este es un tetra Cubo                                                          |
|      | No... porque tiene que tener 4 Cubos                                           |

## **Anexo 2**

**Transcripción de momentos relevantes, objeto de análisis en audios  
y videos**

### Transcripción de momentos críticos del audio.

Fecha: 17 de Noviembre de 2017

Hora: 9:10 am a 9:30 am

El propósito de esta tarea, era identificar las ideas que tienen los profesores de matemáticas, acerca del uso de Materiales Didácticos en la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de poliedros. La actividad la desarrollan las docentes D1, D4 y D5, elaborando la planeación para grado segundo (consolidada en el Anexo 5 – A5). En el audio se relacionan todas las categorías.

### Momento 1 – Indagación y exploración de saberes previos. Dialogo entre tres docentes que planean una clase. Registrado en audio

Lectura de los Referentes Nacionales Curriculares, identificación del propósito de la clase. (Diálogo entre docentes)  
Minuto 1:00

T<sub>2</sub>: De todas maneras ustedes al leer el DBA y ese estándar que está ahí, ustedes ya se van dando una idea de cómo más o menos deben de dirigir la clase. A nosotros más que nada nos interesa es saber ¿Qué van a hacer ustedes? Qué van a hacer en el inicio, en el desarrollo, como van a evaluar.

D<sub>1</sub>: (Leyendo el estándar y el DBA del planeador suministrado). Dibujo y describo cuerpos y figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños. Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas, para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales. Está enfocado es en lo contrario que uno hace, a veces es representar lo 3D en forma plana y no que uno al trabajar pase de 2D a 3D.

D<sub>4</sub>: Claro

D<sub>5</sub>: Representar los poliedros generados por los tetracubos de forma bidimensional, esto...

D<sub>4</sub>: Ahí que hay que poner (refiriéndose al objetivo de aprendizaje).

D<sub>5</sub>: Teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. Ahí dice que si queremos proponer algo más.

D<sub>1</sub>: Lo importante son las acciones. Pero entonces miremos los indicadores de desempeño “Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. Identifica la representación bidimensional correspondiente a un tetracubo”. Todo es representación bidimensional. Para estar en Superior, “Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas.” Alto, “Representa un tetracubo de forma bidimensional, teniendo en cuenta algunas de sus propiedades geométricas.” Básico “Representa el tetracubo de forma bidimensional, sin tener en cuenta sus propiedades geométricas.” Bajo “No representa un tetracubo de forma bidimensional.”

D<sub>5</sub>: Nosotras quedamos en bajo

D<sub>1</sub>: No representa....Es que la representación

D<sub>5</sub>: Es dura

D<sub>4</sub>: Entonces la clase sería que ellos pudieran representar esa figura, ese tetracubo en un plano.

Reconocimiento de la importancia del uso de MD. (Diálogo entre docentes)

Minuto 2:30

**D1:** Docente estudio de caso

D<sub>1</sub>: Pero entonces, cómo vamos a llevarlos a hacer esas representaciones, apoyándonos, por que miren que hasta nosotras que somos adultas nos tuvimos que apoyar en material didáctico.

D<sub>4</sub>: Si, hay que utilizarlo y con ellos mucho más.

D<sub>1</sub>: Porque no estamos acostumbrados a hacer este tipo de actividades con ellos.

D<sub>4</sub>: Habría que traerles la figura ya hecha y tener en cuenta en hacerles énfasis en la lateralidad, para que ellos sepan desde donde es que tienen que estar mirando la figura, para mirar los diferentes puntos, como se ve.

Ideas sobre la enseñanza de la representación bidimensional de tetracubos. (Diálogo entre docentes)

Minuto 3:12

**D1:** Docente estudio de caso

**D1:** Y también tratar desde la representación identificar las propiedades por ejemplo del cubo, porque si lo hacen en forma plana y no tienen en cuenta cuantas caras tiene o la perspectiva donde estén mirando el cubo, que solamente van a quedar visibles estas dos caras o la mitad de esta cara.

D5: El ángulo desde donde se mira.

**D1:** Entonces pues primero identificar eso y cuál es el número de lados, para que ellos se fijen en todas esas propiedades a la hora de hacer la representación.

Exploración de saberes previos, en referencia a cómo abordan el proceso de planeación, que conocen sobre representación bidimensional de poliedros y como usan los MD. (Diálogo entre docentes)

**Minuto 3:42**

**D1:** Docente estudio de caso

T2: Porque miren lo que dice aquí el estándar, qué es lo que deberían hacer los niños, uno clasificar, después...

**D1:** Describir

T2: Entonces de qué manera uds los van a llevar a esto

**D1:** Primero, antes de representar

T2: Y finalmente

**D1:** A representar ¿Sí? Entonces hay que empezar como desde lo más básico que es propiedades.

D4: Describir la forma

D5: Conocerlos

D4: Propiedades de la forma.

**D1:** Clasificar y describir, pero entonces sabiendo eso cual sería la actividad de exploración,

D5: Jugar con los cubos y armar cosas con los cubos.

T2: Aja.

D5: Esa es una. Juegos de construcción con cubos.

D4: Si.

**D1:** Si, hacer...realizar juegos de construcción. Entonces juegos de construcción con cubos.

D5: Si sería para la primera

D4: Si, que reconozcan la figura que queda. Allí se les podría generar preguntas. Si tienen un cubo porque no pueden construir un bote de basura, una figura redonda, como para que empiecen a diferenciar las características que tiene la figura.

**D1:** Respecto a otros sólidos,

D4: Si. Que por que este tiene las figuras rectas, planas, entonces no se puede construir.

Valoración de la planeación en equipo (Diálogo entre docentes)

**Minuto 5:38**

**D1:** Docente estudio de caso

D5: Ahí sería que con preguntas claves, generar las características

D4: Reconocer las características. Así debería uno construir las clases.

D5: Ud si se acuerda que en la Escuela existe eso, alguna se acuerda que está en transición la lona esa de las figuras.

D4: Donde, ah si la que nos dieron en la capacitación.

D5: Eso está en transición, acuérdense que eso está en transición, uds no se acuerdan que eso existe. Yo si la he utilizado. Creo que hay que socializar porque hay gente que ni conoce eso.

**D1:** Así uno debería construir las clases

D4: Si, discutiendo de pronto que se puede hacer, generando esa discusión, porque hay ideas muy buenas entonces la otra persona ayuda a complementar

**D1:** Es que si, el trabajo así entre varios facilita que nos enriquezcamos más

D4: Sino que siempre necesita mucho tiempo

Expectativas de aprendizaje por parte de los docentes, uso de ejemplos y contraejemplos en la enseñanza de la geometría espacial

**Minuto 6:56**

**D1:** *Docente estudio de caso*

**D1:** Si. Entonces preguntas para encontrar características del cubo y diferenciarlo de otros sólidos geométricos, ejemplo: por qué construiste esa figura, porque yo me imagino que lo primero que van a construir los niños es por ejemplo una casita.

**D4:** Una casa, si.

**D1:** Entonces por qué construiste esta figura y no otra, por ejemplo, para que ellos vean mm...

**D4:** El contraste; un carro que tiene llantas redondas

**D1:** y no un carro. Algo que sea redondo o que tenga forma de pirámide.

**D4:** Un cono o una pirámide, también.

**D1:** ¿Qué otros objetos podrías construir usando estos cubos? O ¿qué objetos se facilitan más construir usando cubos?

**D4:** Si, mejor esa pregunta.

**D1:** Porque ya son niños de segundo

**D4:** Justifica. Entonces ese es el momento de exploración.

**D1:** La estructuración ya es de reconocer las características.

**D4:** Las características y propiedades de la figura que se están trabajando, del cubo si.

**D1:** Entre ellas por ejemplo, número de lados

**D4:** Forma de los lados

**D5:** Los ángulos que forma la sombra del cubo

**D1:** El número de vértices, ángulos, número de lados, relación del cubo con el cuadrado, hay que llevarlos a la relación de la figura plana

**D4:** Ah si, del sólido a la figura plana. Llevarlos a plasmar primero el cubo sólo en el papel, para que vean que dibujándolo no se le ven todas las partes que tiene el cubo, para que ellos desde ahí extraigan eso.

**D5:** Mmm desde uno solito.

**D4:** Claro desde uno solo.

**D1:** Entonces representación gráfica inicial.

**D4:** Claro que primero deberían observar algo, habría que ponerlos a mirar la figura.

**D1:** Que tal que los pongamos entonces a representar la figura que ellos construyeron primero, porque va a ser una figura más simple me imagino yo, la casa o así, antes de la difícil

**D4:** Ah si claro. A representarlo desde diferentes puntos de vista, desde los diferentes lados y los diferentes ángulos.

**D5:** Y no se puede hacer también al contrario. Darles la figura concreta y que la representen y darles la figura gráfica y que lo representen con cubos.

**D4:** Sino que es más significativo lo que ellos acabaron de hacer que ellos lo representen.

**D5:** Pero después de esa experiencia puede hacer las dos cosas. Tanto darla concreta para que la representen y darla ya gráfica para que lo representen en cubos.

**D4:** Pero es que es más fácil representarla con los tridimensionales es más difícil representar lo tridimensional en el papel.

**D1:** Sino que le serviría como entrenamiento que la vean dibujada y la representen. Ya al menos dibujada van a ver un modelo para cuando ellos la tengan que dibujar, esta buena, esa serviría como exploración

**D5:** Vienen juegos que son fichitas y traen los bloquecitos y ud de acuerdo a esa representación gráfica tiene que armar. Aquí no hay, yo creo que allá en el CEET teníamos ese tipo de juegos y eso le ayuda mucho a los niños.

**D4:** Pero aquí toca darles la clase

**D5:** Para eso están las representaciones, se les da la lámina y las piedritas y hágale, con los cubos.

**D1:** me gusta, como otra actividad de exploración

**D4:** Eso. Póngala ahí abajito o ahí arribita, que tiene un poquito de espacio.

**D1:** Esa sería un momento

**D4:** Que representen un tipo...

D<sub>5</sub>: Dado el nivel gráfico que representen también a nivel de con cubos, diferentes figuras, una sola, diferentes figuras

La planeación es abordada principalmente desde las categorías del formato

**Minuto 13:24**

**D1:** *Docente estudio de caso*

**D1:** Bueno, entonces ya hablamos en la estructuración de las características del cubo, representación gráfica de la figura construida en el momento de la exploración, y ya sería la transferencia entonces, ¿Cierto?

D<sub>5</sub>: Si porque ya están las características, ya están describiendo, ahora si tienen que representar

D<sub>4</sub>: Ahorita representan, representan entonces bidimensionalmente. Pero como los vamos a llevar a esa representación, se lo vamos a presentar el edificio en forma plana o en forma....

**D1:** No, hay que traérselo en forma concreta. Mire la dificultad tan grande que fue para nosotros mirar el dibujo para poder plasmarlo así. Ellos hay que traerle en forma concreta, nosotros tuvimos que traer los cubos para poder mirar. Representar bidimensionalmente...

D<sub>4</sub>: Pero ellos deben empezar de una forma simple, como la que se dijo, que ellos construyeron primero, el cubo también solo que empiecen a ver que no es lo mismo lo que se ve allí como todo el conjunto, a lo que se ve si yo me paro aquí desde este punto, es muy diferente a si me paro desde la izquierda, desde la derecha.

**D1:** Pero aquí no les hemos hecho caer en cuenta de eso

D<sub>4</sub>: Esa actividad también hay que hacerla antes, previa, que representen una sola forma, o el cubo solo.

D<sub>5</sub>: Eso no lo había escrito ya

**D1:** Representación gráfica de la figura construida

D<sub>5</sub>: Ella ya lo había dicho, que decía representación gráfica solamente por un lado, ya después de los otros cubos

D<sub>4</sub>: Si por que este mismo cubo no se le ven todas las partes a la hora de representarlo, pues el dibujo, desde otro punto de vista

**D1:** Pero yo digo, como ellos son tan pequeños, otra actividad antes como la del florero (haciendo alusión a la del anexo 3, tarea 1ª del Instrumento de prediseño), que lo lleve a uno a mirar que desde la perspectiva en que vea las cosas

D<sub>4</sub>: No con el cubo sino con otra cosa

**D1:** Con otra cosa, pensando en que son niños

D<sub>4</sub>: Con ellos mismos.... con ellos mismos, porque si ellos miran de frente van a ver el rostro, si lo miran de atrás no van a poder ver la cara, ellos mismos

**D1:** Ellos mismos, pero yo digo una actividad antes de, ahí nos falta esa

D<sub>4</sub>: Sabe por qué yo digo que ellos mismos, porque lo que es la parte delantera y la parte trasera son dos partes diferentes, entonces ellos van a establecer esa diferencia que hay entre el lado delantero y el posterior

**D1:** Frontal y posterior y cuando uno mira de lado, que solo se ve un ojo, cuando nosotros les dibujamos en el tablero y solo le dibujamos un solo ojo, los niños saben que los estamos mirando de lado, entonces no se le ven los dos ojos.

D<sub>5</sub>: El perfil

D<sub>4</sub>: Ahh si, si.

**D1:** No se le ven los dos ojos. Es una actividad de ese tipo. Pero entonces que, un dibujo.

D<sub>5</sub>: Un dibujo de algo concreto que haya en el salón

D<sub>4</sub>: Si un dibujo. Porque si la actividad se trata de representar, empezar a representar, entonces tienen que empezar a dibujar.

**D1:** Entonces, sería representa tu compañero, organizados en parejas.

D<sub>4</sub>: Eso también es de exploración

**D1:** Eso tendría que ser de exploración

D<sub>5</sub>: Eso no sería más de aquí (refiriéndose al momento de estructuración)

**D1:** Estructuración...

D<sub>4</sub>: Pues a mí no parece

D<sub>4</sub>: Si porque es ya la representación gráfica

**D1:** Esa es exploración, en cambio una de estas, ya con el cubo en si ya es estructuración,

D<sub>4</sub>: La dos sería de aquí.

**D1:** Organizados en parejas, hay alguna canción, algún cuento que podríamos utilizar como para yo llevarlos a dibujar.

**D4:** Si, debe haber.

**D5:** ¿Y un objeto del salón?

**D4:** No, el objeto en si para representar no es tanto, que no quede así como tan impuesto...una conexión.

**D1:** Tan suelto. Una canción... (empieza a cantar) Iba un pollito para la escuela...Dibujen el pollito que iba para la escuela, si lo ven de frente, ven un pico

**D5:** Y si se da por mesas de trabajo, ustedes van a dibujar el pollito que va de frente, ustedes el pollito que va detrás, pollito por diferentes...

**D4:** Pero entonces habría que traer el pollo

**D1:** Un peluche

**D5:** Que ellos se lo imaginen ahí

**D4:** Ahhh. Es mucho más difícil, nosotros nos dimos cuenta de eso cuando trabajamos en la huerta, es mucho más difícil.

**D5:** Entonces con algo concreto

**D1:** Iba un pollito para la escuela, me gusta porque iba para la escuela. Si lo vemos venir el pollito, dibújalo, si estamos por detrás y lo vemos pasar como lo dibujarías.

**D5:** Diferentes consignas, por ejemplo ustedes lo van a dibujar que si lo ven de lado, ustedes cuando viene de frente, ustedes que por detrás.

**D1:** Y la canción del cocodrilo, el cocodrilo Dante camina pa'delante, el elefante Blas camina hacia atrás, el pollito Lalo camina de costado...

**T1:** ¿Cómo van?

**D1:** Tenemos varias actividades de exploración, nos toca ahora definir. Esa esta buena también sino que son varios animales, no podríamos hacer el contraste de uno solo, ¿No importa?

**D4:** Se canta con un solo animal

**D1:** No porque no rimaría, como dice la canción.

**D4:** El cocodrilo Dante camina pa'delante, el cocodrilo Blas camina para atrás, el cocodrilo Lalo camina de costado y yo en mi bicicleta voy para el otro lado. A si, por que lo que cambia es el nombre.

**D1:** Entonces sería esa pero con un mismo animal. Para poder representar.

**D4:** O el pollito

**D5:** Estamos hablando de la representación de otra cosa desde diferentes ángulos, de frente, de lado, atrás

**T1:** Si porque en la canción si son varios animales

**D1:** O con un pollito que es más fácil de representar por delante, por detrás y por un lado, que sólo se le vera el pico. Entonces primero la canción.

**T2:** Tiempo...pero vamos a aumentar 3 minutos más.

**D1:** La exploración sería canción, el pollito....

**D5:** El pollito Dante, el pollito con diferentes nombres

**D4:** Los pollitos, el baile de los pollitos póngale

**D1:** Bueno entonces la estructuración va a ser la canción y que representen el pollito...

**D4:** Visto desde los diferentes ángulos

**D1:** El pollito lo voy a dejar. Organizados en grupos. Cada grupo representará cierto.

Diferencia entre ciclo de aprendizaje y momentos de una clase

**Minuto 21:25**

**D1:** Docente estudio de caso

**T2:** Yo les quiero hacer una pregunta. ¿Uds creen que esto lo van a desarrollar en cuánto tiempo? ¿Ya hablaron de eso con la T1?

**D1:** ¿La clase? No

**T2:** Pero ustedes suponen qué, cuánto

**D1:** Pues depende de las actividades que estamos planteando, son cortas, ¿cierto?

**D4:** Pero una hora no se va, se va más de una hora

T<sub>2</sub>: Ah bueno. Es que hay que tener en cuenta que el ciclo de aprendizaje es uno y otro es el desarrollo de la clase. Toda clase que ud haga siempre debe de tener un inicio, un desarrollo y un cierre. Pero en el ciclo de aprendizaje, usted se le puede ir, por ejemplo en exploración, ud se puede ir unas dos clases haciendo exploración, en estructuración tres clases.

D<sub>1</sub>: De eso si nos ha hablado la T<sub>1</sub>.

T<sub>2</sub>: Pero a cada una de esas clases hacerle un inicio, un desarrollo y un cierre, siempre tratar de hacer eso. Entonces esto no hay que sacarlo en una clase, esto es un ciclo de aprendizaje, uds van a dejar unas actividades allí enmarcadas de lo que uds creen deben hacer para enseñar, para dar esta clase.

D<sub>1</sub>: No significa que es en un momento,

D<sub>4</sub>: Entonces tocaría extraer de allí algunas actividades para poder formar la clase.

D<sub>1</sub>: Organizados en grupo, cada uno busca...

D<sub>4</sub>: Grupos de 4, se pueden porque uno lateral, otro lateral, otro adelante, otro atrás.

D<sub>1</sub>: Representar un pollito...

D<sub>4</sub>: Visto de diferentes ángulos.

### **Transcripción fragmento de video 17 de noviembre de 2017**

#### **Reflexiones de los docentes acerca de la representación bidimensional plana de poliedros. Dialogo entre docentes y tutores.**

#### **Momento 1 – Indagación de saberes previos**

#### **Minuto 0:48 a minuto 7:10**

T<sub>2</sub>: Vamos a reflexionar en torno a la primera pregunta, profe (dirigiéndose a D<sub>5</sub>) nos hace el favor de leernos la primera pregunta que es para todos

D<sub>5</sub>: ¿Fue para usted fácil esbozar una actividad para la enseñanza de la representación bidimensional utilizando el tetracubo? ¿Por qué?

T<sub>2</sub>: Aquí vamos a hacer la reflexión

T<sub>1</sub>: Quién nos quiere contar, a ver.

D<sub>2</sub>: (Levanta la paleta para intervención) Ehhh, no fue fácil, pero yo creo que hubo en parte que el tiempo no se hubiera extendido, el hecho de someterse ya a pensar en algo y que de verdad tenga una trascendencia y que de pronto tenga en cuenta unos conocimientos previos que abarquen diferentes elementos, nos lleva de pronto en algunos momentos como a divagar y en otros a perder de pronto como ese objetivo que se estaba planteando, entonces hace que de pronto el hecho de esbozar este proceso esta clase que no se extienda y que no sea tampoco tan sencillo, como te decía anteriormente por los elementos que se deben tener en cuenta y el direccionamiento que se le tiene que dar a la misma.

T<sub>1</sub>: A realizado usted alguna vez una actividad de esta en su práctica pedagógica (dirigiéndose a D<sub>2</sub>)

D<sub>2</sub>: He hecho acercamientos gracias a la tutora, en algún momento ella ha entrado a las aulas, y nos ha explicado, ha observado las clases, entonces yo pienso que a mi personalmente me sirvió, digamos que dentro del enfoque o de lo que se está buscando, ahondar esas pautas si me ha permitido en el campo de ciencias que era alguno que estaba trabajando y digamos como mi fuerte, entonces desde ahí comencé a abordar estos parámetros, primero en algo donde yo me sentía cómoda, en la medida en que yo afianzo algo que sea que en lo que yo sé me va a hacer más fácil planear la clase y no va a ser tan tedioso y desde allí cojo la práctica para poder hacerlo con otras áreas entonces no va a ser tan desfasado, digámoslo así.

T<sub>1</sub>: Listo, muy bien. Entonces otro grupo que quiera participar. De la primera pregunta.

D<sub>6</sub>: Bueno, nosotras acá analizando tendríamos que haber...nos pusimos a reflexionar desde el mismo término tetracubo, arrancamos desde ahí, desde primero a contextualizar esa palabra y mirara a ver si la manejábamos y si hacíamos actividades pero no éramos conscientes de que era ese tema. Pero entonces llegamos a la conclusión de que no lo hemos llevado al aula de clase, no lo hemos trabajado así propiamente.

T<sub>2</sub>: De qué manera se han acercado un poquito

D<sub>6</sub>: Con los sólidos geométricos y el manejo del cubo

T<sub>2</sub>: Pero hasta qué punto llegan ustedes con ese sólido, que es lo que hacen ustedes con esto sólidos de los que ustedes me hablan, si lo charlaron o no.

D<sub>6</sub>: Pues, máximo uno ve la relación con el entorno del estudiante, relacionando esa forma del sólido con lo que ellos pueden ver alrededor del salón, en sus casas, con algunos juguetes

T<sub>2</sub>: O sea que se cayó un balón, entonces que forma tiene....

D<sub>6</sub>: (Asiente con la cabeza en forma afirmativa)

D<sub>8</sub>: Que su entorno está constituido por figuras geométricas, que muchas veces todo lo que vemos no lo valoramos y si vamos a mirar cualquier cosa hasta la estructura del salón es una figura geométrica.

T<sub>2</sub>: Ya claro, por supuesto. Muy bien. Entonces Ustedes ponen a reflexionar a los niños frente a eso. En torno a esas situaciones que ellos ven.

D<sub>6</sub>: Si, la idea es esa.

T<sub>2</sub>: Bueno.

D<sub>3</sub>: De pronto frente a la pregunta si se desarrolla o no, personalmente lo trabajo mucho desde la transversalidad por ejemplo con el asunto de la maqueta, desde el entorno, cuando elabora la maqueta de la escuela todo lo que es la parte geométrica se trabaja mucho, pero entonces y de igual manera pues llevárselo como a un primer orden al muchacho, como una...después de verlo bidimensional llevar a lo tridimensional o muchas veces después de tenerlo tridimensional, trabajarlo en la maqueta en el plano ah se desarrolla. Hay algo para mí es muy importante y es que lo recuerdan mucho, la realidad aprendí mucho desde el manejo en geometría con cubo soma Para trabajar todo lo que son figuras, figuras desde la parte bidimensional les gusta mucho, tiene la relaciona desde artística y geometría y las matemáticas y de las materia que estoy trabajando .les gusta y aprenden.

T<sub>2</sub>: Muy bien, entonces nos comenta que el caso suyo, usted si llega a la representación, pero esa representación se queda en lo tridimensional, ¿verdad?, porque es representar en una maqueta.

D<sub>3</sub>: también lo bidimensional llevándola a plasmar

T<sub>2</sub>: ahhh! Muy bien.

¿Y ustedes?

D<sub>1</sub>: nosotros reconocemos que no fue fácil esbozar la actividad, ya que este tipo de actividades pues no teníamos no le damos pues la prioridad en el aula de clase por lo general nosotros trabajamos la geometría sobre figuras planas y cuando trabajamos una representación de un objeto tridimensional, por ejemplo cuando ponemos a representar una casa o algo, por lo general también se hace de una forma plana; entonces empezar a reconocer, digamos llevarlos a reconocer ciertas características con lo que ellos dependiendo del punto en que están mirando el objeto así lo deben dibujar, llevarlos a identificar esto nos tomó tiempo para pensar unas actividades por ejemplo de exploración en este sentido, pero pues si con este tipo de actividades nos vamos haciendo más conscientes de la necesidad de representar los 3d en forma bidimensional y así reconocer otras características de los solidos por ejemplo.

## **Momento 2 – Proceso de conceptualización, intervención de parte de los tutores. Dialogo entre docentes y tutores. Transcripción de audios.**

Fecha: 23 de Noviembre de 2017

Hora: 10:00 am a 12:05 pm

El propósito de esta momento era el de propiciar un encuentro de conocimientos entre docentes, tutores y la DM, alrededor de la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos.

Transcripción de momentos críticos del audio

Importancia del papel isométrico

Min: 14:56

T1: Aquí tenemos los ejes de la isométrica, están todos a igual distancia; en la caballera entonces hay una alteración en los ejes; en la perspectiva militar, mire que en la perspectiva militar da prioridad a la planta, la cónica parece una pirámide truncada, porque esta base parece más grande que la otra. Entonces si yo voy a trabajar con mis niños de ciclo I de básica primaria, la representación cónica les puede generar más obstáculos que ventajas sobre el aprendizaje, porque apenas están empezando a reconstruir esas representaciones, por eso la más recomendada para avanzar es la isométrica; en la isométrica la representación conserva muchas características del objeto, pero allí en esa representación isométrica, es independiente la proporción de lo que voy representar, ósea yo quiero que quede lo mejor representado posible, pero cuando yo empiezo a hacer representaciones isométricas el tetracubo no tiene que quedar como el mismo, más largo cada uno de sus lados, pero lo que yo busco es que me represente la forma del tetracubo y que se vea que aquí es más largo, que hay tres, pero que aquí solo hay una unidad, cuando lo voy a representar, entonces la más recomendada es la isométrica, pero ustedes se imaginan hacer esas representaciones isométricas con nuestros niños de ciclo I de básica primaria, con hojas blancas o con hojas cuadriculadas, nos genera dificultad, entonces con ¿cuál creen ustedes que se nos va a facilitar más ese proceso de representación?

D3: con el papel isométrico

T1: con el papel isométrico

D3: Algo. De pronto un paréntesis, algo que de pronto he notado, que se debe trabajar mucho desde artística y yo ahí le doy mucho de esa connotación a los estudiantes para poder llegar a eso, porque al comienzo ellos no trabajan mucho esa parte entonces refuerzo mucho desde las cuadrículas la parte de la isometría, comienzo desde artística y luego se van viendo los resultados (::::::::::) y ellos la proyectan

T1: ósea que aquí tenemos la oportunidad de integrar y hacer transversalidad

Se pregunta por la importancia de las representaciones bidimensionales

Minuto 31:28

T1: ¿Será que siempre tenemos representaciones tridimensionales para informar, visualizar, manipular y razonar?...¿Siempre tenemos representaciones tridimensionales?

D1: Si

T2: ¿Siempre?

D1: Pues nuestro entorno es tridimensional

T1: pero por ejemplo cuando los chicos se enfrenta a actividades que nosotros llevamos, en los libros, en el computador, ¿siempre está el cubo?, por ejemplo hoy porque le trajimos los chancuquitos, pero esa tareíta de los doce edificios ustedes...¡no! algunos decían ¿yo puedo coger esa hoja y mirarla al revés?, las profes lo voltearon le dibujaron la muñequita

D6: hicimos el ejemplo del espejo

D1: y ¿al final cual era?

T1: ¡Exactamente! Ha pues ahí la intención era que ustedes movilizaran conocimiento. Ya yo creo que a partir de lo que hemos visto, si los ponemos a hacer ese tetracubo, ya va a ser más sencillo hacer el dibujo, ¿cierto? Y más en esta hoja, pero inicialmente era que formalizáramos un poquito ese saber.

T2: En ese orden y frente a la primera pregunta que lanza la T1, viene esta segunda pregunta ¿Es fácil representar bidimensionalmente un sólido geométrico sin la ayuda del material didáctico?

D6: ¿Es fácil representar bidimensionalmente un sólido geométrico sin la ayuda del material didáctico?

D1: no es fácil, necesitamos el modelo

T2: ¿consideran que al aula deberíamos llevar siempre Material Didáctico?

D1: si

T1: ¿Qué se conserva y que cambia cuando se pasa de lo tridimensional a lo bidimensional en términos de las propiedades geométricas y los materiales didácticos trabajados?

T2: ¿Qué se conserva y que cambia cuando se pasa de lo tridimensional a lo bidimensional?

D1: cambia la profundidad

T2: cambia la profundidad

D2: Cambia la forma

T1: Cambia la forma...y más en ciclo I de básica primaria, aquí nos interesa más que ellos representen eso, más pensados en la forma que en la longitud, que en la medida de los ángulos, porque ¿ustedes se imaginan generar los ejes isométricos sin apoyo del papel? O sea empezara medir, que estén a 120 grados, con ellos chiquiticos, “coja el transportador, y hágale pues”, se pierde el objetivo que es representar y yo me voy por lo Euclidiano se pierde el propósito

Pregunta por qué es importante dominar las representaciones bidimensionales.

Minuto 41:40

T1: ¿Por qué es importante dominar las representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales y enseñarlos? Estas son dos preguntas que nos van a direccionar el trabajo de cierre ¿Por qué es importante dominar las representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales y enseñarlos? ¿Ustedes creen que es importante enseñar esto? ¿Qué para los niños les va a permitir avanzar en su conocimiento, en la construcción de los saberes? ¿Qué será necesario entonces tener en cuenta, para enseñar a representar bidimensionalmente un objeto tridimensional? ¿Será suficiente pesar en que yo llevo los cubos al aula, miren y dibujen? Y ¿cambiamos de tema?...después de lo que hemos visto hoy, será suficiente visualizar, dibujar o como decían esta mañana unas profes muy sinceras porque es que esa es la realidad, yo llevo un video y le muestro el video de los sólidos y ya ¿será que eso les genera comprensión?

Qué debo tener en cuenta para enseñar a representar bidimensionalmente un tetracubo

Minuto 43:00

T1: ¿Qué debo tener en cuenta para enseñar a representar bidimensionalmente un tetracubo? ¿Qué necesitamos enseñar?

D4: el manejo de conceptos

T1: eso lo vamos a plasmar en el tablero y eso es lo que vamos a tener en cuenta para la sección del 28 de noviembre, para hacer la planeación de la clase, osea ya vimos que no es solamente eso ¿Qué debo tener en cuenta para representar bidimensionalmente algo? ¿Qué necesitamos tener en cuenta para esas representaciones bidimensionales? ¿Qué será lo primero?

D1: Reconocer las características de la figura

T1: Reconocer las características de la figura. Yo creo que aquí nos falta como un título ¿cierto?

T2: y las representaciones .....

T1: ¡Exactamente! ¿Qué título le podemos colocar?

D1: Aspectos a tener en cuenta para aprender a representar bidimensionalmente

T1: Aspectos a tener en cuenta para aprender a representar bidimensionalmente un tetraedro (escribiendo en el tablero) ¿Qué es lo primero que necesitamos tener en cuenta?

T2: De lo que ustedes construyeron ahorita en esta última parte, que ya elaboraron, que ya dibujaron, que ya representaron el tetraedro ¿Qué es lo que ustedes tuvieron en cuenta para poderlo hacer? ¿Para poder hacer esa representación? Inicialmente ¿Qué?

D2: Caracterizar que es el tetraedro

T1: Conceptualizar...y para conceptualizar el tetraedro ¿que implicaría entonces?

D6: Lo primero que hicimos fue manipular

T1: Y ¿Qué manipulamos primero?

D3: Pues para construir el tetracubo, empezar por manipular el material, el cubo.

T1: Manipular el cubo (escribe en el tablero), ¿cierto? Necesitamos material didáctico; manipular el cubo y ¿solo manipularlo?

D2: Observarlo y mirar las características

T1: Observarlo, determinar características.

Qué Material Didáctico se necesita

Minuto 47:23

T2: ¿Qué material didáctico creen ustedes que se necesitan entonces?

D1: Definitivamente la hoja Isométrica, las figuras cuadradas, los sólidos

T1: Los sólidos geométricos que en este caso son los cubos ¿cierto? ¿Qué otro material didáctico? ¿Será necesario exponer a los niños a lo que hicimos nosotros?, ¿pasar por el papel plano, la malla ortogonal?

D6: Si,

T1: ¿Quieren hacer la experimentación con ellos?

D1: Inclusive esas imágenes donde se proyectaron las casas

T2: Entonces T1, en ese caso estaría pensando yo, que se necesita un material didáctico pero también se necesitan unos recursos

**Transcripción fragmentos de Video – Recuperación y reflexión sobre la clase ejecutada en el momento 3.  
Diálogo entre docentes y tutores en relación con la clase ejecutada por la docente estudio de caso. Momento 5  
de reflexión final**

Fecha: 4 de Diciembre

Hora: 10:00 am a 12:10 pm

El propósito del momento 5, se centra en reflexionar alrededor del proceso adelantado, a la luz de la clase ejecutada en el Momento 4 y planeada en el Momento 3 en el A21v2. En este video participan nueve docentes entre las cuales está la D1 estudio de caso que ejecuta la clase, cuatro docentes que estuvieron en el aula observando la ejecución (D2, D3, D4 y D6) y cuatro docentes que estuvieron en los momentos 1, 2 y 3 pero no en la ejecución de la clase (D5, D7, D8 y D9); además los dos tutores investigadores (T1 y T2). La clase fue ejecutada el mismo día, 4 de diciembre entre las 7:50 y las 9:20 am.

**Episodio 1**

Se establece uno de los propósitos del momento 5, con el cual se analiza la clase ejecutada por la profesora.

(Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 4:05 retomar la planeación

**D1:** *estudio de caso, quien orientó la clase*

T2: Yo propondría en cinco minuticos retomar la planeación y hacer un recorderis de todo lo que fue haciendo la profesora, lo que la profe hizo con los niños.

T1: si aquí tenemos nuestra planeación.

T2: entonces....miremos el objetivo de una vez. Entonces era representar los poliedros generados por los tetracubos de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. Pero vamos a mirar es el actuar de la profe, entonces tenemos que remitirnos al primer momento que era el momento de exploración. Ehh quien me quiere leer y luego mirar que hizo la profe allí y retomamos. (La D2 inicia la lectura del momento de exploración del A21-v2).

**Episodio 2**

Referencia a la ejecución del momento de exploración con los estudiantes. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 6:05

**D1:** *estudio de caso, quien orientó la clase*

T2: Bueno, la profe inició su clase, que fue algo, y fue contándole a los niños cual era el objetivo de la clase, la profe arrancó por allí. Después la profe inició su clase haciendo la exploración con ellos ¿Todo lo que dice aquí lo hizo la profe? (aludiendo al momento de exploración en el planeador A21-v2)

D3: si y hasta más

T2: Ciertamente que sí! Y uno nunca la vi leyendo, pero parecía pues que fuera en esa línea.

D2: dominaba los momentos

T2: si dominó muy bien los momentos. Si, eso fue muy interesante. Evidencias de ello (remitiéndose a leer el registro elaborado por el T2 en el Anexo 23 de registro de la práctica de aula) pues uno las iba escribiendo, se entregó el MD unos cubos de madera, cada uno va a tomar cuatro cubos y construye lo que quiera, lo que vea del medio, los estudiantes contestaban profe yo dibujé una culebra, yo armé una cruz, yo armé una escalera, esas son las evidencias que demuestran que la profe si efectivamente hizo todo este proceso, ella les dijo con cosas del medio y ellos obviamente eso es lo que ven, por ejemplo cuando hacían el primero que mira los cuatro cubitos así (el T2 hace un deíctico indicando el tetracubo “1” en posición horizontal), pues a lo que más se les parecía inicialmente era a una culebra, ellos habían podido decir un gusano o una torre

D6: otro hizo un árbol de navidad

**D1:** un láser dijo otro

T2: una niña dijo yo hice una casa, que ese fue un puntapié que a ud le sirvió luego también, esa niña que era de la esquina de allí, ella la cogió de una y ud agarró eso para poder arrancar con lo de los container.

### Episodio 3

Referencia a la reacción de los estudiantes frente al MD y el manejo de la ejecución del momento de exploración de parte de la D1. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 8:34

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T1: efectivamente se evidenció un trabajo que la profe viene haciendo con los niños, mire es que cuando los niños todo el tiempo están sentados, escribiendo y nada más pasando del tablero, y uds. les llevan material, le llevan plastilina ese día es la locura, porque es la primera vez que ellos lo manejan. Pero cuando ellos están familiarizados con el material concreto, con los MD, entonces cuando ud les lleva MD obviamente ellos se van a impactar pero de una manera más moderada, como lo hicieron ellos, ellos empezaron a jugar, ellos hicieron cosas pero siguiendo las instrucciones.

T2: eso les iba a preguntar. Cómo vieron uds. a los niños profes?

D4: ellos fueron consecuentes con lo que le había dicho la profesora, trabajen con los materiales que están ahí y todos estaban concentrados haciendo su trabajo

D2: se controlaron muy bien los espacios, los tiempos y la normatividad que se les dio frente a cada indicación, entonces permitió hacer un trabajo como muy asertivo, tanto para la profesora con respecto al objetivo, poder direccionar a cada estudiante independientemente del proceso o del nivel cognitivo en el que cada uno se halla entonces permite evidenciar como ese avance y como cada uno logra absorber y abstraer eso que ella les está dando.

### Episodio 4

Dialogo sobre el acercamiento que ha realizado la D1, entre estudiantes y materiales. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 11:04

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T2: Profe cuéntenos ud. (refiriéndose a D1) cómo ha sido ese trabajo suyo con los niños y con los materiales.

**D1:** Pues el trabajo con materiales es frecuente en el aula, nosotras las profesoras de segundo planeamos de manera compartida, porque no es conjunta pero si compartida<sup>1</sup>, entonces las clases son muy ricas en la medida en que profesoras diferentes planean áreas diferentes, entonces hay propuestas diferentes, propuestas innovadoras, por

---

<sup>1</sup> Hace alusión al hecho de asignar la planeación por áreas a diferentes docentes, para luego compartirlas entre sí. En conjunto es la denominación asignada en la investigación, que alude al momento en que los docentes planean juntos en relación con un mismo objetivo de aprendizaje.

ejemplo en la clase de artística, la profesora D4 trabaja muchos proyectos que yo traigo a mi salón de clases y eso ha ayudado a que ellos tengan una forma de administrar el material, de guardar, de sacar los materiales, de hacer un uso responsable del material, en geometría también habíamos trabajado sólidos y manipulamos también un material concreto que hay en biblioteca, de pronto no muchos sólidos, los sólidos básicos. Pero ellos ya habían tenido la oportunidad de explorar los sólidos. (No es momento crítico)

### **Episodio 5**

Indagación a la D1 sobre su experiencia orientando clases con y sin MD. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 16:44

**D1:** *estudio de caso, quien orientó la clase*

T1: lo mismo es con el uso de materiales, cuando unos los trae al aula generan el desorden de lo que hablaba ahora el T2, nos fijamos en el material, queremos jugar y no cumplir el propósito y eso hay que tenerlo en cuenta, para que ustedes no desfallezcan cuando traigan material-

T2: y hay que retomar algo que dijo la D1 y es que el material debe tener un propósito, ósea, no es cualquier material, el material debe tener una intencionalidad y esta direccionado. Y una última pregunta para la profe, y es que usted, ya antes había dado sus clases sin material, en algún momento cuando usted empezó a usar material que usaba digamos era el libro y estas herramientas como el lapicero y la regla bueno, en las clases de matemáticas ¿Qué comparación hace usted entre traerles un material concreto a los niños y de pronto solamente remitirse al cuaderno y el libro?

**D1:** Pues un aprendizaje digamos con más sentido para ellos, porque primero están manipulando, tiene la opción de manipular y más que es una clase de sólidos, para ya luego pasar a representar de una forma pues más abstracta, pero el hecho de, de tener el material facilita mucho los procesos, no es algo tan forzado, fue surgiendo de manera natural. Mire que cuando ellos leyeron el objetivo decían, yo no sé qué es eso, pero a medida que vamos usando el material y vamos avanzando en la clase ellos van a ir reconociendo todos esos conceptos y efectivamente lo hicieron, entonces potencian bastante el aprendizaje.

16:40 Andrés interviene con una pregunta a D1, buscando comparar clases sin MD que ha hecho con clases con MD, hasta el minuto 17:54

### **Episodio 6**

Intervención de una docente participante en el proceso, habla sobre visualización. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 18:09

**D1:** *estudio de caso, quien orientó la clase*

D2: algo más, de pronto que tampoco nunca hubo como una negación, por ejemplo cuando uno de los niños hizo la “T” ellos veían la “T” diferente, era de tres pisos ((haciendo movimientos deícticos))

T1: claro porque había un apoyo allí,

D2: No, Ellos no veían ya dos niveles sino tres, pero entonces tú les dijiste tienen razón, es una “T” porque no la puede negar, a pero entonces cuando llegó a la hora de la representación ellos estaban representando una T

D4: ellos iban más allá

D2: pero aún así, al final ellos ya terminan haciendo un reconocimiento, eso fue como en la mitad de la tercera actividad y ya al final llegan a reconocer que la “T” que estaban representado una era de tres pisos, y no era sino de dos niveles y que la parte superior ya era una hilera de tres, la que iba de forma horizontal. Entonces se ve primero como los estudiantes logran avanzar en esa parte de reconocimiento de la figura y también de pronto tu actitud hacia ellos ((refiriéndose a D1)) que es bastante de pronto eso de tacharlos porque simplemente no, no es, o vaya mire porque le quedo malo, entonces no se vuelve tampoco como en llegar y cuestionar el conocimiento que ellos tienen o que ellos están aportando, me pareció bien

### Episodio 7

Intervención de los tutores refiriéndose a la precisión del lenguaje utilizado por la D1. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 19:27

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T2: también se nota un conocimiento disciplinar en la profe, porque yo no sé si ustedes lo notaron, pero ustedes acá ((en el registro de observación de la clase elaborada por el T1)) nunca van a encontrar la palabra cosa, ella nunca se refirió a nada como cosa

T1: ni esto

T2: siempre tenía las palabras claves, las palabras concretas, los términos que eran

T1: y si se le iba, como se le va a uno alguna palabrita, ella inmediatamente la retomaba, por ejemplo cuando con el poliedro dijo este es convexo, no perdón cóncavo, ya.

T2: pero eso sólo sucedió una vez e inmediatamente corrigió

T1: inmediatamente

D1: fue como por cuestión de tiempo

### Episodio 8

20:10 D4 trae a colación la rotación que hacen los niños y evidencia esos elementos 20:22 (Falta transcribir, pero no es momento crítico)

### Episodio 9

Intervención de la D9 acerca de la ampliación del vocabulario y cómo esto refleja apropiación en la docente. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 22:07

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

D9: Yo creo que otra cosa que se nota, aunque no estábamos entre las que observamos la clase pero en ese tipo de situaciones hay algo que permite ver es mucho y es la ampliación del vocabulario, o sea como de algo, que de pronto, de una u otra forma no se maneja, se dio fue por el tema del vocabulario como tal, ya se ve una relación y una ampliación del vocabulario, y creo que es un punto que no se puede dejar pasar, porque ya empieza a tener uno más claro el vocabulario y se va generando como una conexión fuerte, permanente y ya estos conceptos van quedando en el lenguaje.

T1: y los niños lo hicieron también, fácil gracias a la profe.

### Episodio 10

Surgen elementos alrededor del contexto de las casas container. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 24:23

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T2: la profe les decía que tuvieran en cuenta a estructura, que miraran la forma del modelo y allí surgían cosas de los niños, de su contexto, por ejemplo un niño dijo mi casa es de guadua

T1: la mía es de ladrillo

D2: de madera

T2: ellos todo inmediatamente lo asumen (empiezan a hablar al tiempo)

T1: y cuando uno de ellos dijo que él las conocía (las casas container)

T2: que funciona como la casa en el árbol, o sea que todos los niños pueden ir a jugar allá

T1: que es una casa, que pelaron un monte, ahí trajeron un container que es metálico y todos los niños pueden jugar allí

D1: él es muy descriptivo

T1: ya empezaron a llegar, estas casas container ya no son tan ajenas porque varios niños decían “sí, nosotros también hemos ido a jugar allí”

### **Episodio 11**

Se concluye acerca de una variación que hizo la docente en la planeación elaborada categoría planificación curricular (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 31:35

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T2: es muy bueno que haya sucedido eso y que la profe lo haya traído a colación acá, porque eso es lo que siempre nos va a pasar, nosotros hacemos una planeación pero en medio de la clase, en la marcha nos damos cuenta, pero ahí es donde está lo rico de esta profesión, y es como yo voy a..., no sé si se dirá a improvisar porque tampoco puede ser una improvisación, no porque la profe no lo haya planeado, porque la profe de todas maneras tiene una experiencia, ¿Cómo la experiencia juega aquí un papel importante para usted sacar eso adelante? Porque usted lo hizo de la mejor manera.

### **Episodio 12**

Dialogo sobre la representación de parte de los estudiantes en la hoja cuadriculada e isométrica y un ajuste sugerido a la planeación (Diálogo entre tutores y docentes. Se analiza muestra de los trabajos de los estudiantes).

Minuto 33:15

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

D7: una inquietud, en la actividad de exploración, ¿hubo una actividad con la hoja cuadriculada? ¿Cierto? Tenían que dibujar

T1: Si

D7: pero me dio la impresión de que quedo como faltando algo, porque ellos exploraron ¿cierto?, dibujaron lo que hicieron y ahí quedo

D4: nos e le dio mucha trascendencia

T2: lo que pasa es que eso cobra sentido cuando le pasan la hoja isométrica, porque...miren lo que decía un niño, “se puede representar plana y tridimensional” ¿pero realmente que era lo que el niño quería decir con eso? Que se podía representar plano, porque estaba en el plano; pero se visualizaba como si tuviera una profundidad

T1: esta la hizo un niño (refiriéndose y mostrando uno de los trabajos de los estudiantes)

D7: haber comparado ese trabajo (refiriéndose a los dibujos hechos en las hojas cuadriculadas) con el que hicieron en la hoja isométrica.

D1: si porque todos los niños representaron la figura tridimensional de forma así de una sola cara

T2: plana, porque ese es el proceso que ellos vienen trayendo

D1: plana, entonces sí, me parece muy importante esa anotación de D7, porque como es una evidencia de aprendizaje y se supone que esto nos debe dar la pauta para otras planeaciones, entonces aprovechar esto para una nueva clase hacer el contraste y ver todo el proceso.

T1: que ellos mismo vean su proceso.

### **Episodio 13**

Alusión a la intervención de la docente que enseñó la representación bidimensional a los estudiantes. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 47:28

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T2: yo quisiera destacar allí, que la profe les dijo “vamos a dibujar los cubos, con otra mirada diferente a la frontal, para esto vamos a dibujar girando un poquito el cubo” ¿usted se acuerda cuando usted lo dijo así? Entonces los niños inmediatamente entendieron que era lo que usted les quería decir, y cuando usted hizo la primera línea, luego les dijo, “vamos a hacer otra línea vertical al lado derecho y otra al lado izquierdo”...ya no tuviste que hacer más nada, ya ellos inmediatamente lo visualizaron.

T1: Solos lo completaron

D2: Solamente con hacerles la primera línea vertical, la del frente, solo con hacer esa, ya ellos habían logrado visualizar, se los mostro el cubo sólido, ya se los mostro el cubo grande todos lograron identificar esa línea que usted les había mostrado...ellos de una lograron visualizarlo en su cabecita entonces cuando ella hizo esa otra línea, hacía rato habían logrado visualizarlo ¡realmente!, entonces fue muy sencillo.

#### **Episodio 14**

Dialogo sobre los propósitos alcanzados en la clase. (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 52:50

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

D3: para que el niño genere estas habilidades necesita instrucción y esa orientación. Nosotros nos maravillábamos, la profe y yo ((refiriéndose a la D6)), como ella ((la D1)) de esa manera los fue llevando y los fue llevando y los fue llevando, a cosas muy complejas, partió de algo tan sencillo como es construir. Luego empezó a introducir ya lo grueso, digamos así.

**D1:** y como los niños respondían, era muy evidente cómo iban respondiendo a este trabajo.

#### **Episodio 15**

Intervención sobre cómo favorece el uso de MD aspectos actitudinales, así como su influencia en la participación de lo conceptual y procedimental, con el uso de MD (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 54:27

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

D3: Algo que me pareció muy chévere es ver el disfrute de los niños en la actividad. No vi ningún niño aburrido, harto haciendo otras cosas...lo que tu decías ahorita con el niño, “no quiero no lo voy hacer” ahí es complicado ¿verdad? Pero, todos estaban involucrados, estaban metidos en el cuento a ellos se les fue el tiempo, cuando ya los papas estaban allá fue que se enteraron que tenían que irse.

#### **Episodio 16**

Relación docente tutor, visión de una docente del acompañamiento (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 1:02:50

**D1:** estudio de caso, quien orientó la clase

T1: ¿Qué les parece favorable? O ¿Qué les parece no tan favorable?

D6: yo comparto el sentimiento de la D1, que estamos de alguna forma acondicionaditos a que nos visiten en el aula, que nos hagan acompañamiento, a mí siempre me ha parecido un punto más bien a favor de uno, porque siempre la verdad, me he enriquecido del acompañamiento y nunca me he sentido amenazada, siempre he estado abierta, porque yo soy una persona que entiendo que uno no se las sabe todas y que es muy rico la mirada de otras personas frente a su trabajo. Y con el trabajo hecho aquí, a mí en particular, empecé hablando de videos y del proceso que hago con los niños en el aula, pues me abre mucho la visión, me doy cuenta que se puede aprovechar otros tipos de materiales, de que vale la pena, porque se ven resultados, yo lo viví, me parece que si es real, me pareció muy bonito compartir, inclusive tuve dificultad por estar aquí, pero trate de estar, porque pienso que el trabajo vale la pena.

**Episodio 17**

Intervención sobre la riqueza que brinda el trabajo en conjunto (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 1:08:05

**D1:** *estudio de caso, quien orientó la clase*

D4: Que uno A veces...yo mirando a los niños, uno a veces como que menosprecia de pronto lo que ellos pueden llegar a hacer, los subvalora sí! ...¿fue o no fue?, ¿si van alcanzar? ¿si van a comprender? como fluyo tan natural lo que se hizo con ellos, y la verdad el trabajo en conjunto hace que las clases sean mucho más rica, porque si de pronto yo no tengo algo en cuenta de algunos aspectos el compañero dice “hace falta esto” pero con esta discusión, eso es lo que se quiere y evaluar posterior mente.

**Episodio 18**

Aporte de la D1 sobre el éxito de la clase, sustentado en la planeación (Diálogo entre tutores y docentes).

Minuto 1:15:00

**D1:** *estudio de caso, quien orientó la clase*

D1: yo creo que es fue el éxito, pues el éxito entre comillas porque hay muchas cosas, pero de la clase en el resultado que vimos en los niños más es la planeación, porque es una planeación muy sólida, mire que fue fluyendo tan de forma natural, ni que yo me la hubiera aprendido de memoria sino, que todo lo que se armó salió de nosotras mismas (refiriéndose a sus compañeras de CDA).

### **Anexo 3**

#### **Rejillas de tratamiento de datos**

## Rejilla 1

### Momento 1 – Indagación y exploración de saberes previos. Dialogo entre tres docentes que planean una clase. Registrado en audio

Fecha: 17 de Noviembre de 2017

Hora: 9:10 am a 9:30 am

El propósito de esta tarea, era identificar las ideas que tienen los profesores de matemáticas, acerca del uso de Materiales Didácticos en la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de poliedros. La actividad la desarrollan las docentes D1, D4 y D5, elaborando la planeación para grado segundo. En el audio se relacionan todas las categorías.

| Información o episodios                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Análisis                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Tendencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Categoría: Uso de Materiales Didácticos (MD)</b></p> <p>Audio momento 1 – Elaboración de la planeación Anexo 5 (indagación de saberes previos, diálogo entre los docentes)</p> <p>Reconocimiento de la importancia del uso de MD<br/>Minuto 2:30</p> <p><b>D1:</b> Docente estudio de caso</p> <p><b>D1:</b> Pero entonces, cómo vamos a llevarlos a hacer esas representaciones, apoyándonos, por que miren que hasta nosotras que somos adultas nos tuvimos que apoyarnos en material didáctico.</p> <p>D4: Si, hay que utilizarlo y con ellos mucho más.</p> <p><b>D1:</b> Porque no estamos acostumbrados a hacer este tipo de actividades con ellos.</p> <p>D4: Habría que traerles la figura ya hecha y tener en cuenta en hacerles énfasis en la lateralidad, para que ellos sepan desde donde es que tienen que estar</p> | <p><b>¿Cómo concibe el docente el MD que lleva al aula para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos?</b></p> <p>En los diálogos, es posible identificar que los docentes encuentran en los MD un apoyo, que a su vez se constituye en un puente para acercar a los estudiantes al conocimiento. Se evidencia que a ellos en el momento uno de indagación, se les dificulta asumir los MD como un organizador de currículo para planear actividades, es algo que se agrega para facilitar la enseñanza de una temática; hay mayor preocupación por actividades y uso de recursos que favorezcan aspectos actitudinales más que conceptuales o procedimentales, lo cual se relaciona con el hecho de que ellos veían inicialmente el MD más como un elemento motivador que como uno promotor de aprendizajes.</p> | <p>En sus concepciones, los docentes tienden a usar de forma indiscriminada los términos Material Didáctico y recurso, asumiéndolos como conceptos sinónimos y elementos que complementan las actividades en el proceso de planificación curricular. En sus comentarios, asumen el uso de los sólidos para “verlos” y no para hacer un proceso de visualización con ellos,</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>mirando la figura, para mirar los diferentes puntos de, como se ve.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>De acuerdo con los planteamientos de Coriat (2008), existen dos escenarios en los cuales el docente usa los MD; así, es posible evidenciar que ellos enmarcan el uso de los MD en el escenario dos, “el maestro se pregunta qué materiales son más adecuados para favorecer el aprendizaje de sus alumnos” (Coriat, 2008, pág. 62). Reconocen en el proceso de planeación, la necesidad de vincular los materiales en sus clases, especialmente con esta temática, al mencionar que sin los MD el grado de dificultad aumenta, así como que su uso debe darse en mayor proporción con los estudiantes.</p>                                                                                                                                                                                                                                     | <p>lo cual minimiza el potencial formativo de los MD. Consideran que deben utilizarse MD en la enseñanza de la representación bidimensional de poliedros, al facilitar el trabajo con los estudiantes, aunque en ocasiones parecen desconocer que en las etapas iniciales se debe</p>                                                                      |
| <p><b>Categorías: Materiales Didácticos (MD) y Relación Docente tutor</b></p> <p>Audio momento 2 – conceptualización realizada entre tutores y docentes<br/>Que Material Didáctico se necesita<br/>Minuto 47:23<br/><b>D1:</b> Docente estudio de caso<br/>T2: ¿Qué material didáctico creen ustedes que se necesita entonces?<br/><b>D1:</b> Definitivamente la hoja Isométrica, las figuras cuadradas, los solidos<br/>T1: Los sólidos geométricos que en este caso son los cubos ¿cierto? ¿Qué otro material didáctico? ¿Será necesario exponer a los niños a lo que hicimos nosotros?, ¿pasar por el papel blanco, la malla ortogonal?</p> | <p>En el audio del momento dos, minuto 47:23, cuando ya ha transcurrido la conceptualización, los docentes mencionan el uso de MD como algo muy importante en el proceso de la representación bidimensional plana, en este caso las hojas isométricas y los sólidos, aunque aún no tienen cuidado en el uso de términos, al emplear de manera indiscriminada aquellos que aluden a lo bidimensional, “cuadrada”, como si fueran figuras tridimensionales.</p> <p>En el caso de la relación docente-tutor, es posible evidenciar en el discurso de los tutores la intención de dirigir a los profesores hacia una meta trazada en la investigación, guiándolos por una ruta como si fuera la única. Esta unidireccionalidad se genera por los momentos en los cuales las intervenciones del docente eran mínimas, los tiempos delimitados para</p> | <p>empezar a trabajar con figuras rectilíneas, ya que los cuerpos redondos generan dificultades en el proceso de visualización por las deformaciones que sufren desde ciertas perspectivas. Es así como se destaca el uso del contexto arquitectónico para abordar esta temática.</p> <p>Los docentes de CIBP inicialmente centran su planeación en el</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>D1:</b> Si<br/>T1: ¿Quieren hacer la experimentación con ellos?<br/><b>D1:</b> Inclusive esas imágenes donde se proyectaron las casas<br/>T2: Entonces T1, en ese caso estaría pensando yo, que se necesita MD pero también se necesitan unos recursos.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>la realización de la intervención transcurrían, lo cual se convirtió en un factor de presión para los tutores que buscaban alcanzar los propósitos planteados. Esto permite ver el carácter inductivo de algunos momentos durante la conceptualización, del proceso de formación adelantado con los docentes de CIBP y la necesidad de encuentros más extensos, que permitan a los docentes expresarse de manera espontánea y hacer transferencia de los aprendizajes adquiridos.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>diligenciamiento del formato en donde deben concretarla, desconociendo algunos elementos propios de la DM para la enseñanza de la geometría espacial en grados iniciales, como son los de naturaleza topológica y proyectiva, necesarios en la construcción del sentido espacial; la tendencia es centrarse en aspectos euclidianos. Además, los criterios de selección de las tareas escolares que se plantean los docentes, tienden a ir de la mano del juego.</p> |
| <p><b>Categorías: La representación bidimensional de poliedros y planificación curricular</b></p> <p>Audio momento 1 – Indagación (Dialogo entre docentes, elaboración A5)<br/>Ideas sobre la enseñanza de la representación bidimensional de tetracubos<br/>Minuto 3:12<br/><b>D1:</b> <i>Docente estudio de caso</i><br/><b>D1:</b> Y también tratar desde la representación identificar las propiedades por ejemplo del cubo, porque si lo hacen en forma plana y no tienen en cuenta cuantas caras tiene o la perspectiva donde estén mirando el cubo, que solamente van a quedar visibles estas dos caras o la mitad de esta cara.<br/>D5: El ángulo desde donde se mira.<br/><b>D1:</b> Entonces pues primero identificar eso y cuál es el número de lados, para que ellos se fijen en todas esas propiedades a la hora de hacer la representación.</p> | <p><b>¿Cómo piensan la enseñanza de la Representación Bidimensional Plana de poliedros, los profesores de matemáticas de CIBP? ¿Utilizan MD y orientaciones propias de la DM?</b></p> <p>En el dialogo de la planeación del A5, se proponen diversas actividades para realizar el proceso de exploración alrededor de la representación bidimensional de poliedros, las cuales se construyen desde los conocimientos que han obtenido por la experiencia, para abordar de forma inicial el proceso de planeación sugerido en el momento uno e identificado como Anexo 5 (A5).</p> <p>En la planificación curricular durante el momento uno de indagación, la intención es que los docentes pongan en juego los conocimientos matemáticos escolares que ellos han acumulado desde su experiencia. Expresan que los estudiantes primero deben manipular el material con el que se</p> | <p>Por otro lado, la postura de la relación tutor-docente, de naturaleza socio-constructivista en esta investigación, en algunas ocasiones se torna inductiva desde el discurso y la</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Audio momento 1 – Elaboración de la planeación Anexo 5 (indagación de saberes previos, diálogo entre los docentes)</p> <p>Exploración de saberes previos, en referencia a cómo abordan el proceso de planeación, que conocen sobre representación bidimensional de poliedros y como usan los MD</p> <p>Minuto 3:42</p> <p><b>D1:</b> Docente estudio de caso</p> <p>T<sub>2</sub>: Porque miren lo que dice aquí el estándar, qué es lo que deberían hacer los niños, uno clasificar, después...</p> <p><b>D1:</b> Describir</p> <p>T<sub>2</sub>: Entonces, ¿De qué manera ustedes los van a llevar a esto?</p> <p><b>D1:</b> Primero, antes de representar</p> <p>T<sub>2</sub>: Y finalmente</p> <p><b>D1:</b> A representar ¿Si? Entonces hay que empezar como desde lo más básico que es propiedades.</p> <p>D<sub>4</sub>: Describir la forma</p> <p>D<sub>5</sub>: Conocerlos</p> <p>D<sub>4</sub>: Propiedades de la forma.</p> <p><b>D1:</b> Clasificar y describir, pero entonces sabiendo eso cual sería la actividad de exploración,</p> <p>D<sub>5</sub>: Jugar con los cubos y armar cosas con los cubos.</p> <p><b>D1:</b> Si, hacer...realizar juegos de construcción. Entonces juegos de construcción con cubos.</p> <p>D<sub>5</sub>: Si sería para la primera</p> | <p>construyen los tetracubos, pero en la medida del progreso de las intervenciones, consideran seguir manipulando otro tipo de recursos, sin poder llegar a concretar cómo se enseña la representación bidimensional del tetracubo.</p> <p>Ven este proceso de representación como algo que necesita solamente ver y dibujar desde diferentes ángulos, pero no consideran otras sugerencias de la DM respecto a cómo facilitar el proceso en los grados del CIBP, en las cuales se indica el uso de figuras rectilíneas y el favorecer los procesos de la geometría proyectiva.</p> <p>Para iniciar el proceso de enseñanza, conciben inicialmente como algo fundamental, el estudio de las características y propiedades de las formas, desconociendo que es importante construir con los estudiantes dichos conceptos y ven la dimensión euclidiana como lo primero que debe ser abordado. Se desconoce el análisis cognitivo, al dejar por fuera el reconocimiento de actividades que consoliden lo topológico y lo proyectivo como lo enuncia Castro (2004), así como lo planteado por Freudenthal (1971) acerca de la importancia de conocer primero los elementos geométrico, en este caso sólidos, antes de abordarlos desde una dimensión axiomática.</p> <p>En el discurso inicial de las docentes, se da el uso de términos de manera indiscriminada e incluso</p> | <p>estructuración de la intervención, especialmente en el momento de conceptualización, centrando la formación en un desarrollo instruccional por parte del tutor, en el afán de alcanzar las metas propuestas.</p> <p>Se deduce que la influencia del tutor, al establecer mediaciones a través del MD y la DM, va haciéndose visible en el discurso y la actitud que asume el docente frente a la enseñanza de la geometría espacial, en este caso, de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos. Así, el conocimiento disciplinar, Didáctico y pedagógico del tutor se ve fortalecido, en la</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>D4: Si, que reconozcan la figura que queda. Allí se les podría generar preguntas. Si tienen un cubo porque no pueden construir un bote de basura, una figura redonda, como para que empiecen a diferenciar las características que tiene la figura.</p> <p><b>D1:</b> Respecto a otros sólidos</p> <p>D4: Si. Que por que este tiene las figuras rectas, planas, entonces no se puede construir.</p> <p><b>D1:</b> La estructuración ya es de reconocer las características.</p> <p>D4: Las características y propiedades de la figura que se están trabajando, del cubo si.</p> <p><b>D1:</b> Entre ellas por ejemplo, número de lados</p> <p>D4: Forma de los lados</p> <p>D5: Los ángulos que forma la sombra del cubo</p> <p><b>D1:</b> El número de vértices, ángulos, número de lados, relación del cubo con el cuadrado, hay que llevarlos a la relación de la figura plana</p> <p>D4: Ah si, del sólido a la figura plana. Llevarlos a plasmar primero el cubo sólo en el papel, para que vean que dibujándolo no se le ven todas las partes que tiene el cubo, para que ellos desde ahí extraigan eso.</p> <p><b>D1:</b> Entonces representación gráfica inicial.</p> <p>D4: Claro que primero deberían observar algo, habría que ponerlos a mirar la figura.</p> <p><b>D1:</b> Que tal que los pongamos entonces a representar la figura que ellos construyeron primero, porque va a ser una figura más simple me imagino yo, la casa o así, antes de la difícil</p> | <p>errónea, como cuando se llama lado a las caras y a las aristas al mismo tiempo, o cuando mencionan que la representación plana del cubo es un cuadrado. Esto indica que la enseñanza de la geometría se aborda desde lo plano y que la apropiación del conocimiento asociado a los elementos conceptuales de lo espacial necesita ser explorado.</p> <p>Inicialmente consideran que para enseñar a representar un tetracubo, deben generar una actividad de representación de otro elemento, tomando como excusa un niño o un pollito que aluden a superficies curvas, desconociendo que la DM sugiere que los sólidos geométricos a representar en CIBP se componen de figuras rectilíneas.</p> <p><b>¿Cómo planifican los profesores de matemáticas de CIBP y tutores, las tareas escolares para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos utilizando MD?</b></p> <p>Como lo enuncia Rico (2015), es importante planificar en equipo y esto se evidencia en el diálogo de los docentes, quienes lo reconocen en su discurso al considerar que así deberían concebirse las clases.</p> <p>Los docentes se refieren al objeto matemático, enunciado en los EBC y DBA, desde los cuales identifican de forma ingenua relaciones geométricas, propiedades y características como los</p> | <p>medida en la que hace transferencia del mismo para formar a los profesores que orientan matemáticas.</p> <p>En los análisis se infiere que hay una tendencia a planear en solitario, que contrasta con las ventajas del trabajo en equipo, las cuales son valoradas por los profesores cuando participan en este tipo de dinámicas, al destacar las bondades de fortalecer los roles de la práctica docente en ejercicios colectivos.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>D4: Ah si claro. A representarlo desde diferentes puntos de vista, desde los diferentes lados y los diferentes ángulos.</p> <p>D5: Y no se puede hacer también al contrario. Darles la figura concreta y que la representen y darles la figura gráfica y que lo representen con cubos.</p> <p>D4: Sino que es más significativo lo que ellos acabaron de hacer que ellos lo representen.</p> <p>D5: Pero después de esa experiencia puede hacer las dos cosas. Tanto darla concreta para que la representen y darla ya gráfica para que lo representen en cubos.</p> <p>D4: Pero es que es más fácil representarla con los tridimensionales es más difícil representar lo tridimensional en el papel.</p> <p><b>D1:</b> Sino que le serviría como entrenamiento que la vean dibujada y la representen. Ya al menos dibujada van a ver un modelo para cuando ellos la tengan que dibujar, esta buena, esa serviría como exploración</p> <p>D5: Dado el nivel gráfico que representen también con cubos, diferentes figuras, una sola, diferentes figuras</p> <p>Audio momento 1 – Elaboración de la planeación Anexo 5 (indagación de saberes previos, diálogo entre los docentes)</p> <p>Valoración de la planeación en equipo (Diálogo entre docentes)</p> <p><b>Minuto 5:38</b></p> <p><b>D1:</b> <i>Docente estudio de caso</i></p> <p>D5: Ahí sería que con preguntas claves, generar las características</p> | <p>elementos necesarios y primordiales para enseñar la representación bidimensional de los poliedros, lo cual en acuerdo con Godino y Ruíz (2002), Castro (2004) y Guillen (2010), es un desacierto, ya que lo euclidiano debe ser lo último en ser abordado en el CIBP, y se deja de lado lo topológico y lo proyectivo. A medida que avanzan en el planteamiento de las tareas para el abordaje, se nota la ausencia de un soporte teórico y metodológico que guíe el proceso de planificación. Los profesores se alejan del propósito inicial, incluso del MD sugerido, trayendo a colación recursos que nada tienen que ver con los tetracubos como los poliedros propuestos.</p> <p>Hay una sentida preocupación por establecer acciones de los momentos planteados y llenar el formato, localizar actividades que según los docentes generan conexiones entre el estudiante y el OM, dejando a un lado la rigurosidad de la temática y los elementos topológicos y proyectivos que deben tener en cuenta para enseñar a representar bidimensionalmente lo tridimensional, a estudiantes de CIBP.</p> <p>En diferentes momentos, el dialogo gira en torno a la búsqueda de encontrar en el juego y otras actividades, elementos que promuevan aprendizajes de aspectos actitudinales en el estudiante, por encima de lo conceptual o lo procedimental.</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>D4: Reconocer las características. Así debería uno construir las clases.</p> <p>...</p> <p><b>D1:</b> Así uno debería construir las clases</p> <p>D4: Si, discutiendo de pronto que se puede hacer, generando esa discusión, porque hay ideas muy buenas entonces la otra persona ayuda a complementar</p> <p><b>D1:</b> Es que si, el trabajo así entre varios facilita que nos enriquezcamos más.</p> <p>Audio momento 1 – Elaboración de la planeación Anexo 5 (indagación de saberes previos, diálogo entre los docentes)</p> <p>Expectativas de aprendizaje por parte de los docentes, uso de ejemplos y contraejemplos en la enseñanza de la geometría espacial</p> <p><b>Minuto 6:56</b></p> <p><b>D1:</b> <i>Docente estudio de caso</i></p> <p><b>D1:</b> Si. Entonces preguntas para encontrar características del cubo y diferenciarlo de otros sólidos geométricos, ejemplo: por qué construiste esa figura, porque yo me imagino que lo primero que van a construir los niños es por ejemplo una casita.</p> <p>D4: Una casa, si.</p> <p><b>D1:</b> Entonces por qué construiste esta figura y no otra, por ejemplo, para que ellos vean mm...</p> <p>D4: El contraste; un carro que tiene llantas redondas</p> <p><b>D1:</b> y no un carro. Algo que sea redondo o que tenga forma de pirámide.</p> | <p>En la indagación de los saberes previos de los docentes, en relación con la planificación de la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros, los elementos conceptuales, las características cognitivas de los estudiantes y el propósito de las tareas seleccionadas en la planeación, al parecer no juegan un papel preponderante en la concepción de las actividades que se pretenden poner en juego en una clase con estudiantes, reafirmando que ellos se centran en los momentos que plantea el formato más que en los aspectos propios de la DM que se deben tener en cuenta en cualquier modelo de enseñanza.</p> <p>En el diálogo del minuto 6:56, los docentes se plantean expectativas frente a la enseñanza de la representación bidimensional, movilizada por los tetracubos, en relación con las posibles respuestas que ellos podrían dar. Sale a relucir el contexto arquitectónico, el cual fue previsto en el análisis fenomenológico y contemplado en el proceso de formación adelantado. Hay indicios de que en los conocimientos adquiridos a través de la experiencia, el docente reconoce que se deben contrastar los sólidos, en este caso a partir de preguntas y no de MD, para que los estudiantes interioricen un concepto.</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Audio momento 1 – Elaboración de la planeación Anexo 5 (indagación de saberes previos, diálogo entre los docentes)

La planeación es abordada principalmente desde las categorías del formato

**Minuto 13:24**

**D1:** *Docente estudio de caso*

**D1:** Bueno, entonces ya hablamos en la estructuración de las características del cubo, representación gráfica de la figura construida en el momento de la exploración, y ya sería la transferencia entonces, ¿Cierto?

D5: Si porque ya están las características, ya están describiendo, ahora si tienen que representar

D4: Ahorita representan, representan entonces bidimensionalmente. Pero como los vamos a llevar a esa representación, se lo vamos a presentar el edificio en forma plana o en forma...

**D1:** No, hay que traérselo en forma concreta. Mire la dificultad tan grande que fue para nosotros mirar el dibujo para poder plasmarlo así. Ellos hay que traerle en forma concreta, nosotros tuvimos que traer los cubos para poder mirar. Representar bidimensionalmente...

D4: Pero ellos deben empezar de una forma simple, como la que se dijo, que ellos construyeron primero, el cubo también solo que empiecen a ver que no es lo mismo lo que se ve allí como todo el conjunto, a lo que se ve si yo me paro aquí desde este punto, es muy

diferente a si me paro desde la izquierda, desde la derecha.

**D1:** Pero aquí no les hemos hecho caer en cuenta de eso

D4: Esa actividad también hay que hacerla antes, previa, que representen una sola forma, o el cubo solo.

D4: Si por que este mismo cubo no se le ven todas las partes a la hora de representarlo, pues el dibujo, desde otro punto de vista

**D1:** Pero yo digo, como ellos son tan pequeños, otra actividad antes como la del florero (haciendo alusión a la del anexo 3, tarea 1ª del Instrumento de prediseño), que lo lleve a uno a mirar que desde la perspectiva en que vea las cosas....

D4: No con el cubo sino con otra cosa

**D1:** Con otra cosa, pensando en que son niños

D4: Con ellos mismos.... con ellos mismos, porque si ellos miran de frente van a ver el rostro, si lo miran de atrás no van a poder ver la cara, ellos mismos

**D1:** Ellos mismos, pero yo digo una actividad antes de, ahí nos falta esa

D4: Sabe por qué yo digo que ellos mismos, porque lo que es la parte delantera y la parte trasera son dos partes diferentes, entonces ellos van a establecer esa diferencia que hay entre el lado delantero y el posterior

**D1:** Frontal y posterior y cuando uno mira de lado, que solo se ve un ojo, cuando nosotros les dibujamos en el tablero y solo le dibujamos un solo ojo, los niños saben que los estamos mirando de lado, entonces no se le ven los dos ojos.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>D5: Un dibujo de algo concreto que haya en el salón</p> <p>D4: Si un dibujo. Porque si la actividad se trata de representar, empezar a representar, entonces tienen que empezar a dibujar.</p> <p><b>D1:</b> Entonces, sería representa tu compañero, organizados en parejas.</p> <p>D4: Eso también es de exploración</p> <p><b>D1:</b> Eso tendría que ser de exploración</p> <p>D5: Eso no sería más de aquí (refiriéndose al momento de estructuración)</p> <p>D4: Pues a mí no parece</p> <p>D4: Si porque es ya la representación gráfica</p> <p><b>D1:</b> Esa es exploración, en cambio una de estas, ya con el cubo en si ya es estructuración. Organizados en parejas, hay alguna canción, algún cuento que podríamos utilizar como para yo llevarlos a dibujar.</p> <p>D4: Si, debe haber.</p> <p>D5: ¿Y un objeto del salón?</p> <p>D4: No, el objeto en si para representar no es tanto, que no quede así como tan impuesto...una conexión.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
| <p><b>Categoría: Relación profesor – tutor</b></p> <p>Audio momento 1 – Elaboración de la planeación Anexo 5 (indagación de saberes previos, diálogo entre los docentes)</p> <p>Valoración de la planeación en equipo</p> <p><b>Minuto 5:38</b></p> <p><b>D1:</b> Docente estudio de caso</p> <p><b>D1:</b> Así uno debería construir las clases</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p><b>¿Pueden ser influenciados los conocimientos del docente desde el uso de MD, por los del campo de la DM, con un docente tutor como mediador?</b></p> <p>En esta categoría emerge desde la práctica, una variante en relación con el trabajo grupal. Los docentes reconocen las ventajas de realizar ejercicios de planeación de manera colectiva, contando con el apoyo del tutor y de los profesores de otros cursos, al enriquecer la labor docente y</p> |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>D4: Si, discutiendo de pronto que se puede hacer, generando esa discusión, porque hay ideas muy buenas entonces la otra persona ayuda a complementar</p> <p><b>D1:</b> Es que si, el trabajo así entre varios facilita que nos enriquezcamos más.</p> <p>Audio momento 2 – conceptualización realizada entre tutores y docentes</p> <p>Importancia del uso de papel isométrico como MD</p> <p>Min: 14:56</p> <p><b>D1:</b> <i>Docente estudio de caso</i></p> <p>T1: Entonces si yo voy a trabajar con mis niños de CIBP, la representación cónica les puede generar más obstáculos que ventajas sobre el aprendizaje, porque apenas están empezando a reconstruir esas representaciones, por eso la más recomendada para avanzar es la isométrica; en la isométrica la representación conserva muchas características del objeto, pero allí en esa representación isométrica, es independiente la proporción de lo que voy representar. ¿Ustedes se imaginan hacer esas representaciones isométricas con nuestros niños de CIBP, con hojas blancas o con hojas cuadriculadas?, nos genera dificultad, entonces con ¿cuál creen ustedes que se nos va a facilitar más ese proceso de representación?</p> <p>D3: con el papel isométrico</p> | <p>potenciar en este caso la competencia de planificación curricular. Aquí, las palabras de Torres (2018), destacando la importancia de que los docentes dejen de trabajar en solitario e implementen el aprendizaje cooperativo cobran relevancia.</p> <p>Tal y como lo enuncia Jaworski (2008), el conocimiento matemático escolar de los tutores es el que más se beneficia y esto permite acercar a los docentes a lo que propone la DM, de una forma más práctica sin perder rigurosidad. Los tutores reconocen en su discurso que existen diversos sistemas de representación bidimensional de lo tridimensional, pero toman postura desde la revisión documental, a favor de la perspectiva isométrica, por las ventajas que ofrece para la enseñanza en el CIBP.</p> <p>Se evidencia un direccionamiento desde el discurso del tutor, a través de las preguntas que buscaban la reflexión de los docentes más que respuestas explícitas de parte de ellos. Esto, como consecuencia de que los tutores en esta investigación piensan el uso de los MD desde el escenario uno de Coriat (2008), al planear actividades tomando como referente el Material Didáctico. Es así, como las acciones discursivas de los tutores, se encaminaron en algunos momentos, desde enfoques inductivos.</p> |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

## Rejilla 2

### Instrumento de prediseño y diseño de la clase.

Fecha: 17 y 23 de noviembre de 2017

Hora: 6:30 a 9:30 am y de 10:00 am a 12:20 pm

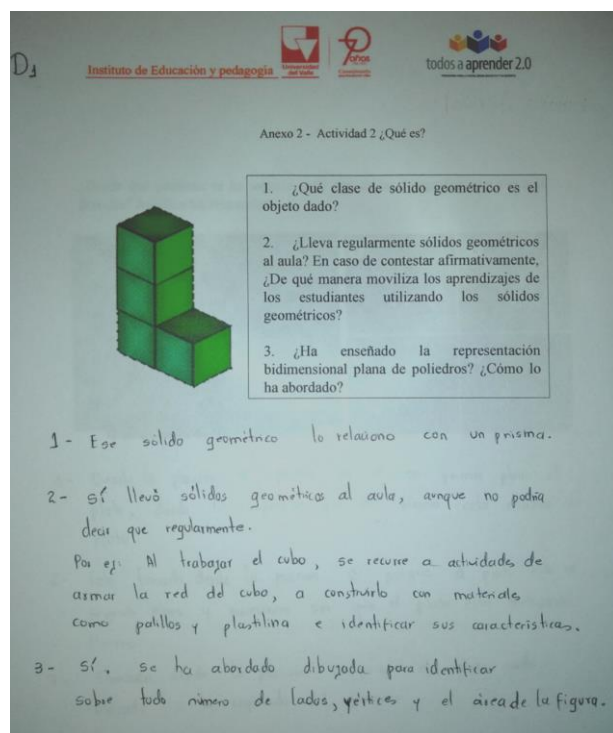
Estas tareas fueron direccionadas por los tutores. El propósito es el direccionamiento con los docentes de algunos de los procesos de formación, encaminadas a abordar la enseñanza de la visualización y la representación bidimensional en CIBP desde dimensiones topológicas y proyectivas. Acciones desarrolladas en los momentos 1 y 2 de la intervención. Se analizan todas las respuestas de la D1 estudio de caso, con excepción del Anexo 6, del cual se retoma la respuesta del numeral 3 dada por todas las docentes, que propendía por determinar tendencias.

| Información o episodios                                                                             | Análisis                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Tendencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Categoría: Uso de MD, la representación bidimensional de poliedros y relación docente-tutor.</b> | <p><b>¿Cómo concibe el docente el MD que lleva al aula para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos?</b></p> <p><b>¿Cómo piensan la enseñanza de la Representación Bidimensional Plana de poliedros, los profesores de matemáticas de CIBP? ¿Utilizan MD y orientaciones propias de la DM?</b></p> <p><b>¿Pueden ser influenciados los conocimientos del docente desde el uso de MD, por los del campo de la DM, con un docente tutor como mediador?</b></p> <p>En las respuestas dadas por la docente en el A2, desarrollado en el momento uno de indagación, es posible evidenciar que relaciona el tetracubo en forma de “L” con un prisma, el cual es un poliedro</p> | <p>En los análisis elaborados se puede apreciar la importancia del uso del papel punteado isométrico, como MD en la enseñanza de la geometría espacial, al permitir realizar representaciones bidimensionales de poliedros generados por tetracubos con mayor facilidad, poniendo en manifiesto las relaciones de paralelismo y</p> |

Anexo 2- ¿Qué es? – Tiene como propósito establecer qué conceptos tienen los profesores de CIBP, acerca de los contenidos matemáticos escolares (conceptuales, representacionales y/o fenomenológicos) alrededor de la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros.

Fecha: 17 de noviembre de 2017

**D1:** Docente estudio de caso



prototípico según Guillen (2010), pero no reconoce el hecho de ser cóncavo, de estar compuesto por 4 cubos o que es generado por los policubos, lo que permite inferir que no lo reconoce conceptualmente a este nivel; además tiene nociones y conoce algunos materiales para trabajar la geometría espacial. También expresa que la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros la ha llevado a cabo, aunque la plantea desde un enfoque euclidiano, como lo diría Castro (2004); este proceso lo aborda desde el dibujo para identificar elementos de los sólidos, pero no para desarrollar el sentido espacial en los estudiantes.

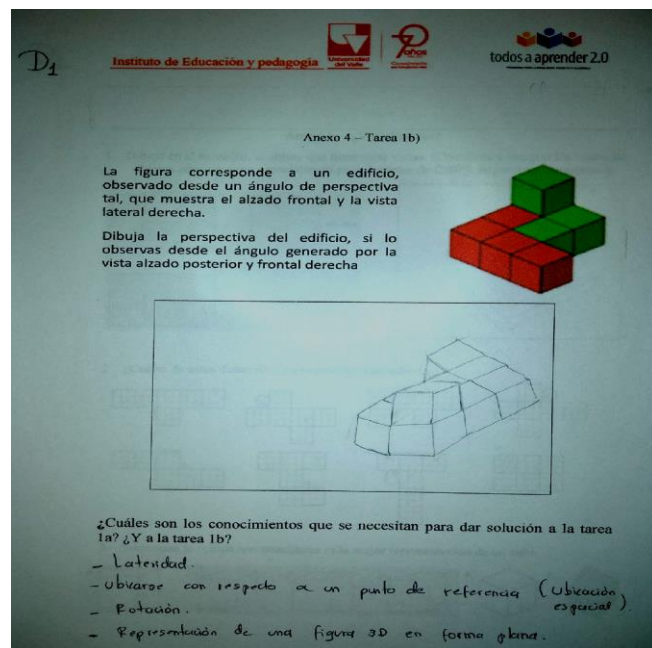
En la construcción elaborada por la docente en el A4, es posible evidenciar que tenía la intención de utilizar la perspectiva isométrica, aunque los vértices de los cubos dibujados no son colineales, ni guardan las relaciones de paralelismo y perpendicularidad mostrada en la representación original, lo que genera una apariencia curva en el producto final e indica que la docente logró hacer rotación mental de la figura tridimensional (Godino et al, 2016), cumpliendo así con uno de los propósitos de esta tarea. En la imagen generada se pueden apreciar “cortes” en las líneas que la componen, lo que hace suponer que la figura fue construida cubo a cubo, lo cual es favorable para abordar posteriormente con los docentes la enseñanza de la representación

perpendicularidad, así como la enseñanza de elementos geométricos, desde el desarrollo de tareas de naturaleza topológica y proyectiva. Es posible inferir que el uso de MD facilitó el proceso de formación de los docentes de CIBP orientado por los tutores, al permitirles resignificar la visualización y la representación bidimensional plana de poliedros generados por tetracubos para enseñarla.

Anexo 4 - tarea 1b. La intención de esta actividad es establecer los conocimientos conceptuales y procedimentales para representar el poliedro dado en perspectiva isométrica.

Fecha: 17 de noviembre de 2017

**D1:** Docente estudio de caso



bidimensional plana de poliedros generados por tetracubos utilizando el papel punteado isométrico.

Por otra parte, en las imágenes escaneadas del numeral 3 - A6, podemos ver seis representaciones del cubo: dos pre-realistas, una cónica, una militar (trimétrica) y por último, la caballera (dimétrica) y la isométrica, las cuales fueron elegidas por los docentes como las mejores representaciones del cubo, en razón 5:4. Se observa como la D1 del estudio de caso se inclina por la representación caballera o dimétrica, hecho que se corrobora en las representaciones elaboradas por ella en los anexos 11, 12 y 13, en los cuales tanto en papel blanco (A11), en malla ortogonal o cuadrículado (A12) y en el isométrico (A13), sigue utilizando el mismo sistema de representación, sin visualizar las posibilidades que el papel punteado en el A13 ofrecía para representar el cubo desde la perspectiva isométrica con mayor facilidad.

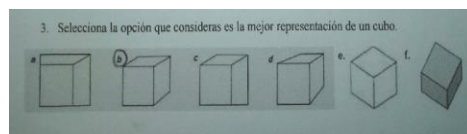
Ya con el A15, elaborado en el momento dos de conceptualización, se centra la atención en la resignificación del uso de los tetracubos y el papel punteado isométrico como MD potentes para la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros. En la construcción elaborada en el A15, posterior a la orientación de los tutores, la D1 logra la representación del tetracubo,

Anexo 6, numeral 3. Esta actividad tiene como propósito establecer el tipo de perspectiva que utiliza el docente para configurar y representar un objeto tridimensional (el cubo) de forma bidimensional, así como los conocimientos que tiene al respecto.

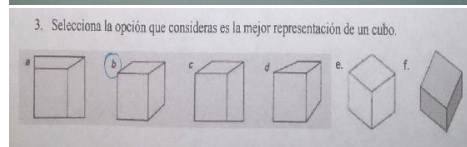
Respuestas de 8 docentes participantes.

Fecha: 17 de noviembre de 2017

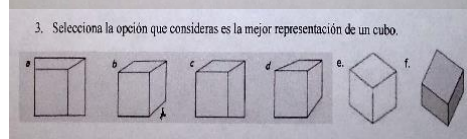
**D1:** Docente estudio de caso



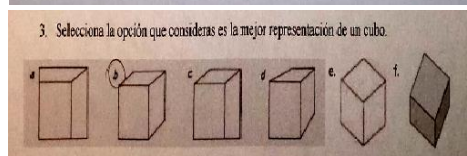
D1



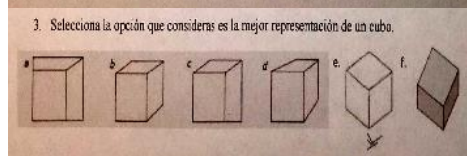
D2



D3



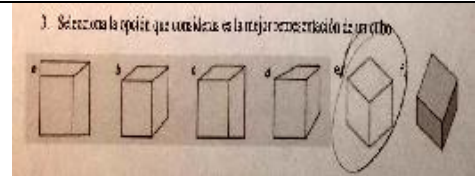
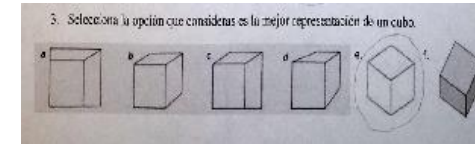
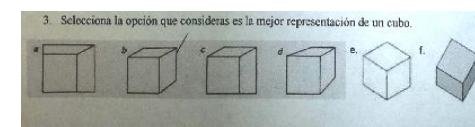
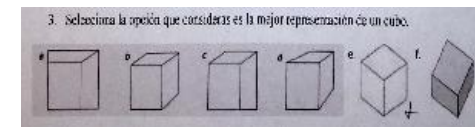
D4



D5

considerando que los tres ejes se disponen a  $120^\circ$  entre sí y que esto facilita la construcción del poliedro en la perspectiva isométrica. Así, el rol de los tutores al direccionar la manera de representar un tetracubo en el papel punteado isométrico identificando primero las aristas de un sólo cubo para “agregar” posteriormente las aristas de los otros cubos hasta completarlo.

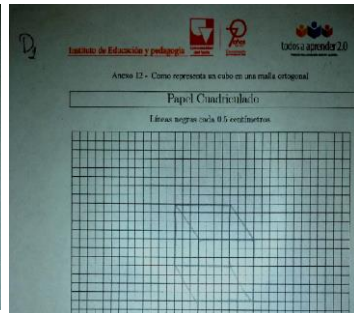
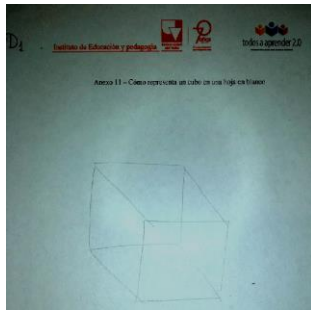
El contraste entre los cubos dibujados en el A13 y el A15, permite evidenciar en la docente, primero el cambio de perspectiva al representar usando papel punteado isométrico, al pasar de la dimétrica a la isométrica, lo cual hace inferir que se refinó en la D1 la capacidad de visualización y de representación al usarlo de manera pertinente, logrando establecer la colinealidad entre los puntos al momento de construir las representaciones bidimensionales del tetracubo en y respetar las relaciones de perpendicularidad y paralelismo que se dan en ellos. Todo esto, sin necesidad de recurrir a elementos axiomáticos difíciles de comprender, en este caso para los niños de CIBP, a quienes se les van a enseñar principios de la geometría espacial, utilizando elementos de naturaleza topológica y proyectiva como lo enuncian Castro (2004) y Godino y Ruíz (2012), que se proponen con el uso de los tetracubos y el papel punteado isométrico, los cuales son MD coherentes con lo sugerido por la DM para los estudiantes de este nivel escolar.

|                                                                                   |                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | <div data-bbox="674 285 762 347" data-label="Text">D6</div>  | <p>Es así como los tutores estructuraron las tareas propuestas en estos anexos para los docentes, desde las investigaciones de Gutiérrez (1998), Coriat (2008), Guillen (2010), Godino y Ruíz (2012), Flores et al. (2015), Romero y Cañadas (2015), Godino et al. (2016), entre otros, con el fin de permitirles explorar sus propios conocimientos matemáticos escolares y habilidades en los procesos de visualización y representación, desde la reflexión y la confrontación por parte de ellos mismos, con las orientaciones de la DM llevadas a escena por parte de los tutores durante los diferentes momentos de la intervención. Se buscó entonces que los docentes y tutores encontraran caminos para consolidar la enseñanza en CIBP de la representación bidimensional de poliedros generados por tetracubos para consolidar el sentido espacial en los estudiantes, desde el uso de MD y actividades direccionadas desde las dimensiones topológicas y proyectivas indicadas para los niños en este estadio, según lo indican las investigaciones de Castro (2004) y Godino y Ruíz (2012).</p> |  |
|  | <div data-bbox="674 485 762 547" data-label="Text">D7</div>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |
|  | <div data-bbox="674 620 762 682" data-label="Text">D9</div>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |
|  | <div data-bbox="674 769 762 831" data-label="Text">D10</div> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |

Anexos 11, 12 y 13. El propósito se centra evidenciar el tipo de perspectiva que los docentes utilizan para dibujar un cubo en papel blanco, de malla ortogonal y punteado isométrico, así como el conocimiento que tienen sobre el papel isométrico como MD.

Fecha: 23 de noviembre de 2017

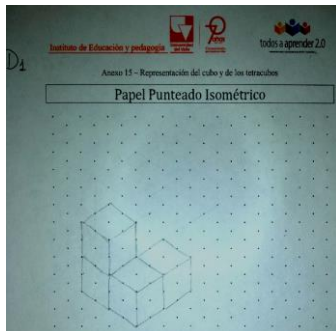
**D1:** docente estudio de caso



Anexo 15. La intención de esta actividad es que los docentes elaboren nuevamente la representación del cubo y a partir de este un tetracubo, en papel punteado isométrico, teniendo en cuenta la proyección oblicua, la perspectiva isométrica y las orientaciones de los tutores.

Fecha: 23 de noviembre de 2017

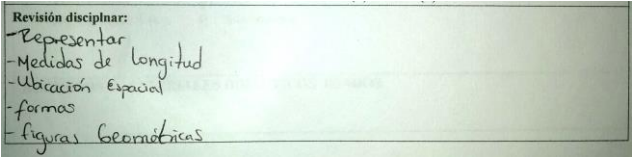
**D1:** Docente estudio de caso

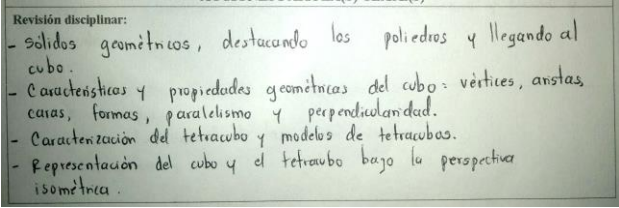


### Rejilla 3

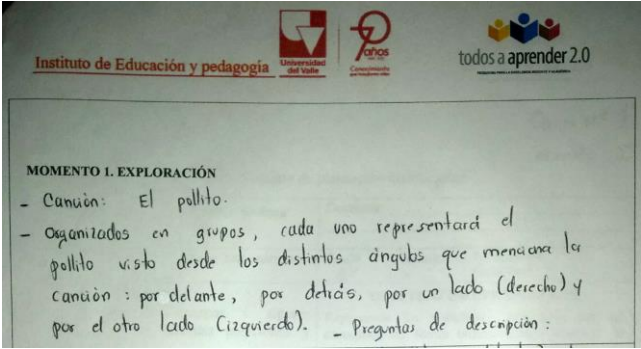
#### Contraste de los instrumentos de planeación.

El propósito de esta rejilla es la contrastación de los instrumentos de planeación elaborados en el momento 1 (A5) y 3 (A21 v1 y A21 v2). En el momento 3 se generaron dos versiones, una preliminar denominada Anexo 21 versión 1 (A21-V1) y otra ajustada denominada Anexo 21 versión 2 (A21 V2), con el fin de diseñar una clase centrada en la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros a partir del uso de Materiales Didácticos, en donde se sintetizarán los conocimientos producidos por los docentes a partir de la formación recibida, la experiencia y la mediación de los tutores desde de la DM. Los instrumentos tomados en consideración para la construcción y análisis de esta rejilla son: el anexo 5 del pre-diseño (A5) elaborado en el momento 1 el 17 de noviembre de 2017, el anexo 21 versión uno (A21-v1) y el anexo 21 versión dos (A21- v2) elaborados el 28 de noviembre de 2017.

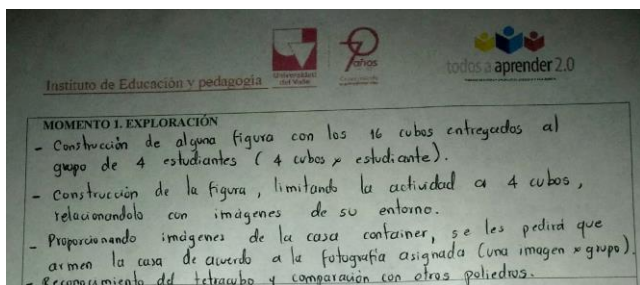
| Información o episodios                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Análisis                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Tendencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Categorías:</b> Uso de MD, la representación bidimensional de poliedros, planificación curricular y relación docente-tutor.</p> <p>Revisión disciplinar (Análisis Conceptual) del Anexo 5 (A5), planeación elaborada entre docentes de CIBP (D1, D4 y D5)</p> <p>Momento 1 de indagación (exploración de saberes previos en los docentes)</p>  | <p>¿Cómo concibe el docente el MD que lleva al aula para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos?</p> <p>¿Cómo piensan la enseñanza de la Representación Bidimensional Plana de poliedros, los profesores de matemáticas de CIBP? ¿Utilizan MD y orientaciones propias de la DM?</p> <p>¿Pueden ser influenciados los conocimientos del docente desde el uso de MD, por los del campo de la DM, con un docente tutor como mediador?</p> <p>¿Cómo planifican los profesores de matemáticas de CIBP y tutores, las tareas escolares para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos utilizando MD?</p> | <p>La planeación de clase generada inicialmente por los docentes, evidencia poca reflexión frente a modelos generados por la DM, para la enseñanza de tópicos de la geometría espacial. Esta se caracteriza por la tendencia a planear diligenciando el formato sin tener en cuenta otros elementos de la DM diferentes a la experiencia, y contrasta con los</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Revisión disciplinar (Análisis Conceptual) del Anexo 21 Versión uno (A21-v1), planeación elaborada en el colectivo de Docentes de CIBP y tutores</p> <p>Momento 3 de planificación (posterior al momento de conceptualización)</p>  <p>Revisión disciplinar (Análisis Conceptual) del Anexo 21 Versión dos (A21-v2), planeación elaborada y corregida en el colectivo de Docentes de CIBP y tutores</p> <p>Momento 3 de planificación (posterior al momento de conceptualización)</p> <p><b>Análisis conceptual</b></p> <p>Se trabajarán elementos de la <b>ubicación espacial</b> relacionados con las nociones básicas, trasladando con mayor rigor al estudiante del espacio vivido al espacio gráfico. Frente a las <b>relaciones geométricas</b>, se partirá del cubo para la composición de los tetracubos y cómo pueden representarse bidimensionalmente para que sigan pareciendo tridimensionales. En relación con los <b>elementos geométricos</b>, se trabajarán las <b>propiedades de forma</b>, estableciendo las características de los tetracubos como poliedros diferentes a otras familias,</p> | <p>Inicialmente, fue necesario de parte de los tutores analizar el contexto curricular institucional antes de abordar el proceso de planeación, lo que generó un ajuste al formato de plan de clase de la IE acompañada, al agregar elementos omitidos por éste, como el Análisis Conceptual, propio del Análisis Didáctico (Rico, 2013), que los docentes han descuidado al no ser contemplado; en los formatos suministrados inicialmente, se denominó revisión disciplinar, pero se ajustó en comunidad como análisis conceptual en la versión dos de la planeación conjunta.</p> <p>En la planificación de las actividades, se tuvo en cuenta el contexto curricular nacional desde los EBC y DBA. Para el caso del plan de área de matemáticas de grado 2° no se encontró registró de elementos relacionados con la enseñanza de la representación bidimensional plana de sólidos geométricos, razón por la cual en este ejercicio de planeación no se evidencia este documento; de manera que los objetivos de aprendizaje, desempeños y rubrica fueron propuestos por los tutores-investigadores, al ser esta una forma de interpretar los enunciados de los EBC y DBA tomados como referencia, teniendo en cuenta además que discutir acerca de cómo construir un objetivo, meta o indicador de desempeño no era relevante para la presente investigación.</p> | <p>productos generados, luego de participar del proceso de formación orientado por tutores a la luz de la DM.</p> <p>El contexto arquitectónico planteado fue un punto de encuentro entre el conocimiento de los docentes, los tutores y lo enunciado por la DM.</p> <p>Los docentes de CIBP inicialmente asumen recursos y MD como sinónimos, lo cual opaca la potencia que tiene un MD visto desde la DM; se acercan al uso de los MD como organizadores de currículo, al tenerlos en cuenta como ejes en el proceso de planificación curricular. En este caso, materiales como</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>para que puedan identificarlos y relacionarlos con elementos de su entorno, a través de las casas container. Para esto se trabajará puntualmente los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Caracterizar los modelos de tetracubo como representaciones de poliedros, destacando los aspectos relevantes como caras, vértices, aristas, lados paralelos, perpendiculares y número de cubos que lo conforman; también se retomarán propiedades relativas a ser cóncavo o convexo, y como el cambio de posición no altera su condición de poliedro tetracubo. Se presentarán ejemplos y contraejemplos físicos que les permitan caracterizar el tetracubo como poliedro desde la noción intuitiva de figura sólida.</li> <li>- Establecer la tridimensionalidad de un tetracubo, analizando sus tres dimensiones, utilizando términos cercanos al estudiante, como son alto, ancho y profundidad, en término de unidades correspondientes al ancho de la cara de un cubo, para poder determinar estas características posteriormente en las representaciones bidimensionales que se elaboren en el papel isométrico.</li> <li>- Representación bidimensional del poliedro: se trabajará en la proyección oblicua como otro punto desde donde se puede mirar un objeto para dibujarlo, utilizando la perspectiva isométrica. Para tal fin se propone el uso del papel punteado isométrico, buscando</li> </ul> | <p>Es posible observar en los documentos de planeación elaborados, la influencia de la DM en los tutores y docentes, al pasar de elaborar listas de conceptos y relaciones en el registro de la exploración, en la planeación A5 elaborada en el momento uno de indagación, a párrafos constituidos en el A21 v2, evidenciando la apropiación en el discurso de elementos disciplinares con mayor rigor; este proceso de Análisis Conceptual, como lo enuncia Gómez (2005), permite al profesor establecer los elementos que son importantes en la estructuración del contenido matemático escolar a abordar.</p> <p>Llama la atención, que en la revisión disciplinar registrada en el A5, no se contemplaba el uso de MD, pero en la planeación A21 v1 y v2 en el momento tres de la planificación, estos se convirtieron de alguna manera en el centro de la planeación, siendo concebidos desde el mismo Análisis Conceptual, lo que evidencia que los docentes empezaron a asumir los MD en lo que Coriat (2008) denomina el escenario uno, al pensar desde estos en actividades que promuevan el aprendizaje, lo cual además, se constituye en una evidencia de la influencia del rol de los tutores durante el proceso de formación.</p> <p>Esta influencia, que nace de la mediación entre tutores y profesores de matemáticas, también puede notarse en el contraste de los productos</p> | <p>las hojas isométricas y los tetracubos, potencian la construcción del sentido espacial, a través de la enseñanza de la visualización y la representación a la luz de la DM.</p> <p>El proceso de intervención adelantado por los tutores, en relación con la planeación, estructura el proceso de la construcción de conocimientos matemáticos escolares en los profesores de una manera pertinente, hecho que se concreta en el apartado del Análisis Conceptual agregado al formato de planeación institucional, el cual favoreció la apropiación de elementos disciplinares en ellos.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>favorecer el tránsito de la proyección ortogonal a la oblicua.</p> <p>En cada una de las fases se favorecerán procesos de visualización, tales como <i>componer y descomponer un objeto tridimensional, rotar un objeto mentalmente y coordinar e integrar vistas de objetos</i>.</p> <p>Planeación del momento de exploración del Anexo 5 (A5), planeación elaborada entre docentes de CIBP (D1, D4 y D5)</p> <p>Momento 1 de indagación (exploración de saberes previos en los docentes)</p>  | <p>escritos por los docentes, ya que cuando planearon solos, los escritos si bien tenían sentido fueron escuetos, atendiendo a aspectos de naturaleza euclidiana y desconociendo procesos Didácticos, así como la importancia de los MD al dejar las casillas en blanco (ver aparte del A5 referido a Recursos y Materiales Didácticos usados); en acciones posteriores al momento 2 de conceptualización, cuando se inició el proceso de planeación en conjunto, los docentes tuvieron en cuenta los MD, tetracubos y papel isométrico, así como elementos necesarios para planear actividades de enseñanza, orientadas por la DM y los tutores, tal y como se evidencia en el A21 v1. Esto permite pensar en la importancia de espacios en donde los docentes puedan reflexionar acerca de sus aprendizajes para hacer transferencia.</p> <p>Para el diseño de la planeación conjunta, se asumió el contexto arquitectónico en relación con las casas tipo container, el cual ya es cercano a los docentes en diferentes sectores de la ciudad y fue tenido en cuenta previamente, como se evidencia en lo registrado en el momento de transferencia del A5; este contexto fue propuesto por los tutores en la intervención durante el momento dos, al relacionar los tetracubos con estos modelos de casas, por contemplar dentro de sus propiedades, formas rectilíneas que según investigadores como Ben-Haim , Lappan , &amp; Houang (1985), Gutiérrez (1998) y Guillen (2010), facilitan el proceso de</p> | <p>Los análisis realizados a las tres planeaciones, permiten inferir que el conocimiento disciplinar, Didáctico y pedagógico de los docentes en relación con la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros se transformó positivamente, al pasar de ver y dibujar, a estructurar tareas desde la DM que guíen a los estudiantes por la visualización y el cómo representar en perspectivas axonométricas e isométricas.</p> <p>Si bien se evidencia una influencia por parte del tutor en los docentes acompañados, es posible establecer</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Planeación del momento de exploración del Anexo 21 Versión uno (A21-v1), planeación elaborada en el colectivo de Docentes de CIBP y tutores  
Momento 3 de planificación (posterior al momento de conceptualización)



Planeación del momento de exploración del Anexo 21 Versión uno (A21-v1), planeación elaborada en el colectivo docentes de CIBP y tutores  
Momento 3 de planificación (posterior al momento de conceptualización)

**Fase de indagación:** *¿Qué puedo hacer con cuatro cubos?* Se organizarán 8 grupos de 4 estudiantes; se entregará a cada alumno cuatro cubos para que los exploren y reconozcan. Luego se les invitará a que traten de armar algo con todos los cubos del grupo, para que se familiaricen con el material. Seguidamente se les dirá que vuelvan a tomar en forma individual los cuatro cubos y que relacionen la figura del cubo y las posibles construcciones de los 4 cubos, con elementos que están en su entorno o que ellos conozcan aunque

enseñanza de la representación bidimensional en CIBP. El tener en cuenta el contexto arquitectónico, fue un punto de encuentro en el conocimiento de los docentes y lo enunciado por investigadores de la DM como Freudenthal (1971) y Godino y Ruíz (2012), situación que impulsó el diseño del momento 2 de la intervención y que hace parte del encuentro de conocimientos entre docentes, tutores y la DM.

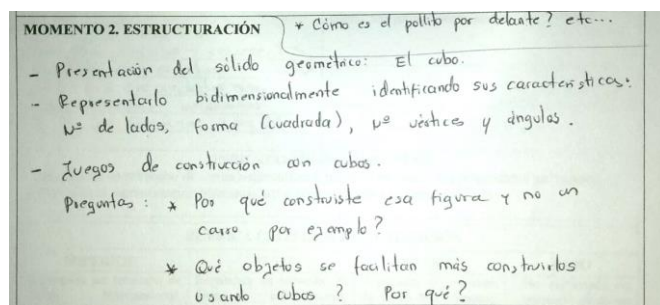
Los docentes en la planeación elaborada en el momento uno, registrada en el A5, formularon actividades tendientes a dinamizar la clase desde lo lúdico, en donde el propósito se centró en el juego y se perdió el objetivo de aprendizaje propuesto; no se ve de forma explícita como enseñar a los estudiantes la representación bidimensional plana, se infiere que es algo que surge a partir de la posibilidad de “ver” algo para posteriormente dibujarlo. En los A21-v1 y v2, las actividades se estructuran a partir de la intervención realizada por los tutores, de forma coherente con el sentido propuesto por el objetivo y los MD presentados; las tareas están encaminadas en reconocer inicialmente los MD, profundizar en conceptos, propiedades y relaciones geométricas a partir de ellos para precisar términos sin que el fin sea memorizarlos, llevándolos finalmente a una orientación dirigida sobre cómo representar los tetracubos de forma bidimensional en perspectivas y sistemas de representación isométricos.

desde el análisis de estos documentos, que es necesario generar preguntas que lleven a los docentes a hacer transferencia de los aprendizajes que ellos adquieren, con el fin de que estos se incorporen en sus competencias profesionales.

no estén allí. Se les suministrará una hoja cuadriculada para que dibujen uno de los cubos o algo que hayan armado con ellos.

Planeación del momento de estructuración del Anexo 5 (A5), planeación elaborada entre docentes de CIBP (D1, D4 y D5)

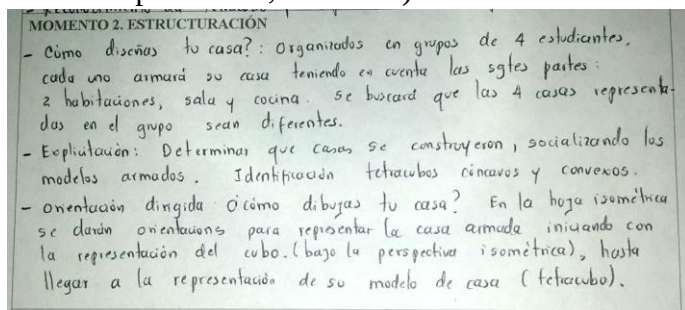
Momento 1 de indagación (exploración de saberes previos en los docentes)



Durante la planeación conjunta, como se evidencia en el A21, fue necesario pensar en tareas que les permitan a los estudiantes reconocer a los tetracubos como poliedros, en forma tridimensional y en distintos materiales, siguiendo orientaciones de Flores y et al. (2015) y Romero y Cañadas (2015), para poder representarlos posteriormente en forma bidimensional, utilizando el papel punteado isométrico, en busca de consolidar en ellos aspectos topológicos y proyectivos. Los docentes en la planeación A5 omiten mencionar la forma de orientar la representación bidimensional y cómo usar MD, específicamente el papel isométrico, pero en contraste en la planeación A21-v1 este MD es considerado de forma relevante, durante diferentes momentos, lo cual evidencia la presencia de la DM, en el discurso de docentes y tutores, en búsqueda de enseñar elementos afines a la geometría espacial desde posturas no euclidianas.

Ese mismo contraste, a la luz de la DM, permite reconocer que en las planeaciones A21 se aborda la enseñanza de la geometría desde lo tridimensional y la manipulación de lo tangible, para llegar a las representaciones bidimensionales, aspecto que en el A5 es dejado de lado en la exploración y planteado tangencialmente en la estructuración. Así mismo, en el momento de transferencia en el A5 se considera que esta puede realizarse pasando de

Aparte del documento extraído del anexo 21, planeación conjunta para la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros – momento 3, construido entre tutores y docentes de CIBP. Estructuración de la clase en conjunto – (momento 3: trabajo entre docentes y tutores, mediados por la DM, versión 1)



Estructuración de la clase en conjunto – (momento 3: trabajo entre docentes y tutores, mediados por la DM, versión 2)

## **MOMENTO 2. ESTRUCTURACIÓN**

1. Fase de orientación dirigida: ¿Qué es un tetracubo? Se entablará un breve dialogo sobre las casas, cómo han evolucionado y son ahora, hasta llegar a las casas container, las cuales ya se empiezan a ver en nuestra ciudad, apoyándonos además en imágenes presentadas en el TV. Luego se entregara a cada grupo una imagen de casa container, para que cada estudiante la arme con sus cuatro cubos (las imágenes serán diferentes en

representaciones bidimensionales a tridimensionales, desconociendo que son procesos diferentes.

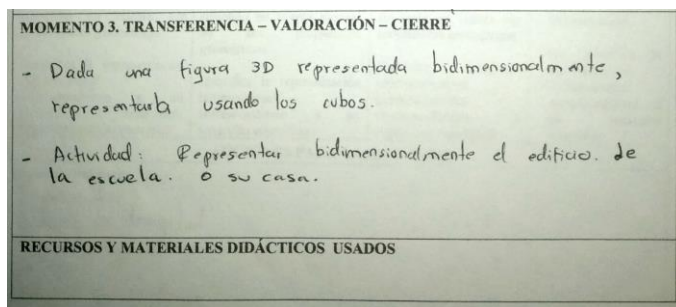
Otro elemento que evidencian los tres instrumentos de planeación es el uso de modelos para la enseñanza de la geometría. En los apartes del A5, las actividades se plantean a partir de los momentos que indica el formato; por el contrario, la secuenciación presentada en los A21 v1 y v2, contemplan el uso del modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría, el cual, siguiendo las recomendaciones de Freudenthal (1971), Guillen (2010) y Romero & Cañadas (2015), parte de una estructura pensada en favorecer el aprendizaje de la geometría por parte de los estudiantes, el cual fue llevado a escena por los tutores durante el momento 2 de conceptualización.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>cada grupo). Se pretende finalizar estableciendo con los estudiantes que el nombre de las figuras armadas es el de tetracubo por tener cuatro cubos, así como qué son y cómo se forman los tetracubos; se propone comparar el tetracubo con otros que no lo son, a partir de la yuxtaposición de cubos (bicubos, tricubo, pentacubo...).</p> <p>2. Fase de orientación dirigida: ¿Cómo diseñarías tu casa container? Se proporcionan a cada niño 4 cubos, indicándoles que uno de ellos es la habitación de los padres, otro la habitación de los niños, otra la sala – comedor y el último la cocina. La instrucción que se les dará es que armen su casa, teniendo en cuenta que deben ir organizado los cubos cara con cara, buscando que entre los miembros del grupo las casas sean diferentes y que el cambio de posición de la casa o el orden de las habitaciones no cuenta para diferenciarlas. Cuando se haya verificado que son diferentes, se suministrará a los grupos pegante para que cada niño proceda a armar el modelo de casa que corresponderá a un tetracubo.</p> <p>3. Fase de explicitación: ¿Qué hicimos? En este momento se invitará a los estudiantes a verbalizar frente a la tarea desarrollada, parafraseando la actividad y revisando las construcciones para determinar cuáles casas se armaron; posteriormente se guiará a los estudiantes para llegar a concluir que son ocho tetracubos, ya que los estudiantes pueden pensar que una misma figura en diferente posición es otro</p> |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

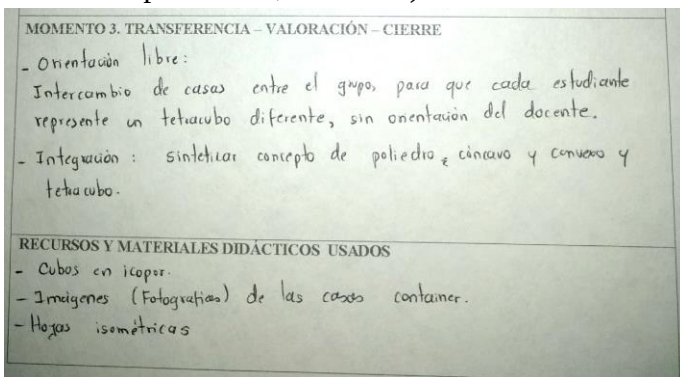
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>tetracubo. En este punto, a través del lenguaje se debe procurar acompañar al estudiante a precisar que son modelos de tetracubos y que se pueden representar con diversos materiales, en forma tridimensional o incluso plana; también se deben comparar los tetracubos entre sí para determinar las características más relevantes, relacionadas con que deben tener 4 cubos, caras, aristas y vértices, deben estar pegados cara con cara, que siguen siendo el mismo sólido así cambien de posición, y de otras irrelevantes pero que pueden confundirlos, como lo son que algunos son convexos y otros cóncavos. Esto permitirá establecer generalidades sobre cuando los sólidos son cóncavos y cuando convexos, llevándolos a que lo expresen de forma oral.</p> <p>4. Fase de orientación dirigida: ¿Cómo dibujas tu casa? Se le dirá a los estudiantes que cada uno va a representar la casa construida en un dibujo, que permita entender a quién lo mire, que es el modelo de un sólido y por tanto, se visualizará que tiene tres dimensiones; además que para eso utilizarán un papel con puntos organizados especialmente para tal fin, llamado papel isométrico. Se entregará a cada estudiante una trama de puntos isométrica de 1 cm de distancia, para iniciar con la representación de un cubo. Se empezará a dibujar la arista vertical central y a partir de allí las aristas que configuran las otras caras, a la par en que visualizan el cubo en proyección oblicua, para que establezcan fácilmente la perspectiva isométrica del cubo en el papel. Luego se empezará a</p> |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

agregar otros cubos, aclarando que las caras son opacas, que todas las aristas o caras no son visibles o se ven diferentes y que esto depende del punto de vista del observador que representa. De esta forma representarán su modelo de casa, es decir un tetracubo.

Aparte del documento extraído del anexo 5, formato de planeación institucional – momento 1, construido entre docentes CIBP



Aparte del documento extraído del anexo 21, planeación conjunta para la enseñanza de la representación bidimensional plana de poliedros – momento 3, construido entre tutores y docentes de CIBP. Estructuración de la clase en conjunto – (momento 3: trabajo entre docentes y tutores, mediados por la DM, versión 1)



Estructuración de la clase en conjunto – (momento 3: trabajo entre docentes y tutores, mediados por la DM, versión 2)

### **MOMENTO 3. TRANSFERENCIA – VALORACIÓN – CIERRE**

5. Fase de Orientación libre: Dibujemos otro tetracubo. En este punto los estudiantes van a intercambiar su tetracubo con el de un compañero y lo representarán también en la hoja isométrica, pero esta vez sin la orientación del docente, con el fin de establecer la calidad de la representación, escuchar algunos

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>diálogos entre los estudiantes y establecer si requieren otras actividades para profundizar en el proceso de representación de un tetracubo en perspectiva isométrica.</p> <p>6. Fase de Integración: ¿Qué es? Para finalizar se va a sintetizar la definición de tetracubo como un poliedro que está compuesto por cuatro cubos, del cual existen ocho posibles modelos, que pueden ser cóncavos o convexos. Además, que un tetracubo, como otros poliedros, tiene caras, aristas y vértices, el cual se puede representar de forma plana para que se identifique su ancho, largo y profundidad.</p> |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

#### Rejilla 4

#### **Momento 5 registrado en video- Reflexión final. Diálogo entre docentes y tutores en relación con la clase ejecutada por la docente**

Fecha: 4 de Diciembre

Hora: 10:00 am a 12:10 pm

El propósito del momento 5, se centra en reflexionar alrededor de la clase ejecutada en el Momento 4 por la D1 y planeada en el Momento 3 en el A21-v2 en colectivo. En el momento 5 participan nueve docentes, entre las cuales está la D1 estudio de caso que ejecuta la clase, cuatro docentes que estuvieron en el aula observando la ejecución (D2, D3, D4 y D6) y cuatro docentes que estuvieron en los momentos 1, 2 y 3 pero no en la ejecución de la clase (D5, D7, D8 y D9); además los dos tutores investigadores (T1 y T2). La clase fue ejecutada el mismo día, 4 de diciembre entre las 7:50 y las 9:20 am.

| Información o episodios                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Análisis                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Tendencia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Categorías: Uso de Materiales Didácticos, Representación Bidimensional plana de poliedros, planificación curricular, relación docente tutor</b></p> <p>Se contextualiza la sesión y se establece uno de los propósitos del momento 5, con el cual se analiza la clase ejecutada por la profesora. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 4:05<br/><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase<br/>T2: Yo propondría en cinco minuticos retomar la planeación y hacer un recorderis de todo lo que fue haciendo la profesora, lo que la profe hizo con los niños.<br/>T1: si aquí tenemos nuestra planeación.<br/>T2: entonces....miremos el objetivo de una vez.<br/>Entonces era representar los poliedros generados por los tetracubos de forma bidimensional, teniendo en cuenta sus propiedades geométricas. Pero vamos a mirar es el actuar de la profe, entonces tenemos que remitirnos al primer momento que era el momento de exploración. Ehh quien me quiere leer y luego mirar que hizo la profe allí y retomamos. (La D2 inicia la lectura del momento de exploración del A21-v2).</p> <p>Referencia a la ejecución del momento de exploración con los estudiantes. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 6:05<br/><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> | <p><b>¿Cómo concibe el docente el MD que lleva al aula para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos?</b></p> <p><b>¿Cómo piensan la enseñanza de la Representación Bidimensional Plana de poliedros, los profesores de matemáticas de CIBP? ¿Utilizan MD y orientaciones propias de la DM?</b></p> <p><b>¿Pueden ser influenciados los conocimientos del docente desde el uso de MD, por los del campo de la DM, con un docente tutor como mediador?</b></p> <p><b>¿Cómo planifican los profesores de matemáticas de CIBP y tutores, las tareas escolares para la enseñanza de la Representación Bidimensional plana de sólidos geométricos utilizando MD?</b></p> <p>Durante la sesión de reflexión entre docentes y tutores, en el momento 5, se retomó lo sucedido en la clase ejecutada, a luz de la planeación elaborada en conjunto y concretada en el A21-v2. Se lleva a cabo la discusión desde la lectura del objetivo hasta la transferencia, pasando por los otros momentos (exploración y estructuración) y las actividades realizadas en ellos. De esta manera, fue posible establecer relaciones comparativas, desde las evidencias recopiladas durante el acompañamiento</p> | <p>Se reconoce la importancia de planear en conjunto, valorando el apoyo que brindan los pares académicos y se pone en manifiesto que para generar una planeación pertinente y movilizar conocimiento, es conveniente promover el trabajo en equipo. Los MD seleccionados como organizadores de currículo permiten alcanzar el logro de los objetivos de aprendizaje propuestos y son determinantes para favorecer aspectos actitudinales que disponen a los estudiantes para el aprendizaje.</p> <p>Queda claro que la representación</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>T2: Bueno, la profe inició su clase, que fue algo, y fue contándole a los niños cual era el objetivo de la clase, la profe arrancó por allí. Después la profe inició su clase haciendo la exploración con ellos ¿Todo lo que dice aquí lo hizo la profe? (Aludiendo al momento de exploración en el planeador A21-v2)</p> <p>D3: si y hasta más</p> <p>T2: ¡Cierto que si! Y uno nunca la vi leyendo, pero parecía pues que fuera en esa línea.</p> <p>D2: dominaba los momentos</p> <p>T2: si dominó muy bien los momentos. Si, eso fue muy interesante. Evidencias de ello (remitiéndose a leer el registro elaborado por el T2 en el Anexo 23 de registro de la práctica de aula) pues uno las iba escribiendo, se entregó el MD unos cubos de madera, cada uno va a tomar cuatro cubos y construye lo que quiera, lo que vea del medio, los estudiantes contestaban profe yo dibujé una culebra, yo armé una cruz, yo armé una escalera, esas son las evidencias que demuestran que la profe si efectivamente hizo todo este proceso, ella les dijo con cosas del medio y ellos obviamente eso es lo que ven, por ejemplo cuando hacían el primero que mira los cuatro cubitos así (el T2 hace un deíctico indicando el tetracubo “1” en posición horizontal), pues a lo que más se les parecía inicialmente era a una culebra, ellos habían podido decir un gusano o una torre</p> <p>D6: otro hizo un árbol de navidad</p> <p><b>D1:</b> un láser dijo otro</p> <p>T2: una niña dijo yo hice una casa, que ese fue un puntapié que a usted le sirvió luego también, esa niña</p> | <p>llevado a cabo por cuatro docentes y dos tutores, en las Anexos 23 diligenciados por cada uno de ellos.</p> <p>Tal y como la plantea Perrenoud (2007), entre profesores “trabajar en grupo se convierte en una necesidad, relacionada con la evolución del oficio más que una opción personal.” (p. 62). Esto es reconocido por algunas docentes, que destacan el trabajo realizado en conjunto, como una experiencia donde el apoyo mutuo enriquece la puesta en marcha de las clases y se fortalece en espacios de discusión como el impulsado durante el momento 5.</p> <p>Los docentes destacan los aciertos en la planeación elaborada en el A21 v1 y v2, y reconocen algunas actividades por mejorar, a medida que se retoman en forma paralela las acciones que fueron escritas en el momento 3 y ejecutadas en el momento 4; frente a esta situación, la docente estudio de caso enuncia que el éxito de la ejecución de la clase se dio gracias al trabajo en equipo, a la solidez de la planeación y la participación de los miembros vinculados al grupo (docentes y tutores).</p> <p>Durante la ejecución de la clase, desde los estudiantes emerge de forma espontánea en la exploración el contexto arquitectónico, como lo plantearon Freudenthal (1971) y Godino y Ruíz (2012), cuando algunos de los niños deciden armar modelos de casa con los cuatro cubos. Se descubre</p> | <p>bidimensional plana de poliedros generados por tetracubos es un proceso que debe ser enseñado, guiado en el aula desde la orientación del docente, a la luz de la DM y el uso de MD pertinentes. A partir del uso de MD y la orientación de la DM, es posible que un profesor de matemáticas participante de un proceso de formación docente, realice transferencia de los nuevos conocimientos en sus estudiantes.</p> <p>Usar modelos de vivienda contemporáneos, en el marco del contexto arquitectónico como excusa para generar representaciones tridimensionales de</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>que era de la esquina de allí, ella la cogió de una y usted agarró eso para poder arrancar con lo de los container.</p> <p>Referencia a la reacción de los estudiantes frente al MD y el manejo de la ejecución del momento de exploración de parte de la D1. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 8:34</p> <p><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> <p>T2: efectivamente se evidenció un trabajo que la profe viene haciendo con los niños, mire es que cuando los niños todo el tiempo están sentados, escribiendo y nada más pasando del tablero, y ustedes les llevan material, le llevan plastilina ese día es la locura, porque es la primera vez que ellos lo manejan. Pero cuando ellos están familiarizados con el material concreto, con los MD, entonces cuando usted les lleva MD obviamente ellos se van a impactar pero de una manera más moderada, como lo hicieron ellos, ellos empezaron a jugar, ellos hicieron cosas pero siguiendo las instrucciones.</p> <p>T1: eso les iba a preguntar. Cómo vieron ustedes a los niños profes?</p> <p>D4: ellos fueron consecuentes con lo que le había dicho la profesora, trabajen con los materiales que están ahí y todos estaban concentraditos haciendo su trabajo</p> <p>D2: se controlaron muy bien los espacios, los tiempos y la normatividad que se les dio frente a cada</p> | <p>en el momento de estructuración cuando la docente presenta algunas imágenes, que las casas container, relacionadas intencionalmente por los tutores con los tetracubos por su estructura, son un tipo de vivienda cercano a su realidad, importante según lo enuncia Alsina (2000), lo cual se aprecia como un elemento que jugó a favor de los procesos de visualización y representación trabajados en las tareas propuestas.</p> <p>La clase planeada en el A21-v2, fijó, como lo plantea Bedoya (2002), expectativas de aprendizaje que se reflejaron en las tareas planeadas, las cuales fueron llevadas a escena en el momento 4. Durante la reflexión, se evidencia desde la percepción de los participantes el cumplimiento del objetivo de aprendizaje propuesto, equiparado con un éxito, especialmente cuando una de las docentes destaca el momento exacto en que los estudiantes descubren desde la orientación dada por la docente a través de la visualización, la proyección y la perspectiva, como generar la representación de un cubo en el papel isométrico y ellos logran solos completar la tarea planteada.</p> <p>Ahora bien, el uso de los MD propuestos en esta investigación, generaron procesos de aprendizaje enmarcados en aspectos actitudinales positivos, ya que en vía de lo enunciado por Rico (2013) al respecto, los estudiantes se involucraron con mucha alegría y disposición, lo cual favoreció</p> | <p>tetracubos, fue un acierto para acercar la realidad a la geometría; situación que permitió a los estudiantes hacer representaciones bidimensionales con sentido de esos poliedros, utilizando el papel punteado isométrico.</p> <p>Se infiere que en un proceso de formación de profesores de matemáticas de CIBP en donde se involucran tutores como mediadores de la DM, los conocimientos disciplinares, Didácticos y pedagógicos de los docentes se ven influenciados; esto se refleja en la precisión del uso de términos, el dominio sobre el uso de MD y la</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| <p>indicación, entonces permitió hacer un trabajo como muy asertivo, tanto para la profesora con respecto al objetivo, poder direccionar a cada estudiante independientemente del proceso o del nivel cognitivo en el que cada uno se halla entonces permite evidenciar como ese avance y como cada uno logra absorber y abstraer eso que ella les está dando.</p> <p>Indagación a la D1 sobre su experiencia orientando clases con y sin MD. (Diálogo entre tutores y docentes).</p> <p>Minuto 16:44</p> <p><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> <p>T2: ((Dirigiéndose a la D1)) Usted ya antes había dado también sus clases sin material, en algún momento cuando empezó, solamente el material que usaba digamos era el libro y pues estas herramientas el lapicero, la regla en las clases de matemáticas. ¿Qué comparación hace usted entre traerles un Material Didáctico a los niños y traerles solamente el cuadernito y el libro?</p> <p><b>D1:</b> Pues un aprendizaje digamos con más sentido para ellos, porque primero están manipulando, tiene la opción de manipular y más que es una clase de sólidos, para ya luego pasar a representar de una forma pues más abstracta, pero el hecho de, de tener el material facilita mucho los procesos, no es algo tan forzado, fue surgiendo de manera natural. Mire que cuando ellos leyeron el objetivo decían, yo no sé qué es eso, pero a medida que vamos usando el Material Didáctico y vamos avanzando en la clase ellos van a ir</p> | <p>además el buen desarrollo de las actividades propuestas de manera incluyente, al vincular a todos los estudiantes, tal y como lo evidencian los diálogos de algunas de las docentes. Esto también permitió alcanzar el objetivo de aprendizaje propuesto, ya que desde la planeación en el A21-V1, los MD estuvieron presentes como punto de partida en la estructuración de las tareas para la clase, y en cada uno de los momentos fueron claves para mejorar, desde el desarrollo de las dimensiones topológicas y proyectivas, aspectos de conceptualización, visualización y representación de los estudiantes.</p> <p>La docente estudio de caso en la puesta en marcha de la clase, evidencia una apropiación de los conceptos geométricos desde su discurso y el uso de términos, que en el momento 5 otras docentes destacan desde el análisis y reflexión de la clase ejecutada en el momento 4. Como lo enuncian algunas de ellas, esto se convierte en una prueba de la ampliación del conocimiento matemático escolar en la docente lo cual se transfiere a los estudiantes durante la clase.</p> <p>Esto último puede inferirse en algunos de los diálogos en el momento 5, en donde docentes y tutores, destacan como al inicio de la clase al ser leído el objetivo, no hay claridad de parte de los estudiantes frente a lo que van a aprender, pero a medida en que transcurre el desarrollo de las</p> | <p>planificación curricular.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>reconociendo todos esos conceptos y efectivamente lo hicieron, entonces potencian bastante el aprendizaje.</p> <p>Intervención de una docente participante en el proceso, habla sobre los avances de un grupo de estudiantes en visualización. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 18:09</p> <p><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> <p>D2: algo más, de pronto que tampoco nunca hubo como una negación, por ejemplo cuando uno de los niños hizo la “T” ellos veían la “T” diferente, era de tres pisos ((haciendo movimientos deícticos))</p> <p>T1: claro porque había un apoyo allí,</p> <p>D2: No, Ellos no veían ya dos niveles sino tres, pero entonces tú les dijiste (refiriéndose a D1) tienen razón, es una “T” porque no la puede negar, a pero entonces cuando llegó a la hora de la representación ellos estaban representando una T</p> <p>D4: ellos iban más allá</p> <p>D2: pero aun así, al final ellos ya terminan haciendo un reconocimiento, eso fue como en la mitad de la tercera actividad y ya al final llegan a reconocer que la “T” que estaban representado una era de tres pisos, y no era sino de dos niveles y que la parte superior ya era una hilera de tres, la que iba de forma horizontal. Entonces se ve primero como los estudiantes logran avanzar en esa parte de reconocimiento de la figura y también de pronto tu actitud hacia ellos ((refiriéndose a D1)) que es bastante de pronto eso de tacharlos porque simplemente no, no es, o vaya mire porque le quedó malo, entonces no se vuelve tampoco como en</p> | <p>actividades, esa precisión de los términos empieza a estructurar el conocimiento de los estudiantes que comienzan a reconocer muchos de los elementos y procesos presentados, lo cual se evidencia en los términos que ellos mismos llevan a su discurso, como cuando uno de los estudiantes manifiesta que puede representar en forma plana y tridimensional, aludiendo a que en el papel isométrico se puede dibujar en perspectiva.</p> <p>En la fase de indagación del momento de exploración de la clase, los estudiantes utilizaron cuatro cubos de madera (material concreto) que les suministró a cada uno la docente, para que armaran con ellos lo que más les llamara la atención, para posteriormente, proponerles dibujar esas construcciones en una hoja cuadriculada (malla ortogonal). En las muestras del trabajo de los estudiantes de grado 2°, es posible evidenciar que realizaron representaciones utilizando formas cuadradas y rectangulares, enmarcadas en la etapa de realismo intelectual en la que se encuentran, ya que los niños logran dibujar lo que saben que está allí, según lo planteado por Mitchelmore (1974) y Majluf (1980), en este caso a través de contornos bidimensionales, hecho que se presenta en los niños entre los 5 y 7 años. En los dialogo referidos a las acciones sucedidas en la clase, es posible determinar cómo la docente logra llevarlos a representar los tetracubos en el papel punteado isométrico, acercándolos de alguna manera a la</p> |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

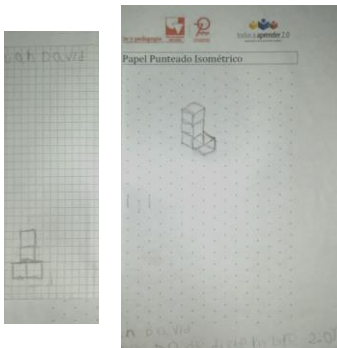
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                     |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>llegar y cuestionar el conocimiento que ellos tienen o que ellos están aportando, me pareció bien</p> <p>Intervención de los tutores refiriéndose a la precisión del lenguaje utilizado por la D1. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 19:27<br/><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase<br/>T2: también se nota un conocimiento disciplinar en la profe, porque yo no sé si ustedes lo notaron, pero ustedes acá ((en el registro de observación de la case elaborada por el T1)) nunca van a encontrar la palabra cosa, ella nunca se refirió a nada como cosa<br/>T1: ni esto<br/>T2: siempre tenía las palabras claves, las palabras concretas, los términos que eran<br/>T1: y si se le iba, como se le va a uno alguna palabrita, ella inmediatamente la retomaba, por ejemplo cuando con el poliedro dijo este es convexo, no perdón cóncavo, ya.<br/>T2: pero eso sólo sucedió una vez e inmediatamente corrigió<br/>T1: inmediatamente<br/>D1: fue como por cuestión de tiempo</p> <p>Intervención de la D9 acerca de la ampliación del vocabulario y cómo esto refleja apropiación en la docente. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 22:07<br/><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> | <p>etapa siguiente de representación denominada realismo visual (Majluf, 1980).</p> |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>D9: Yo creo que otra cosa que se nota, aunque no estábamos entre las que observamos la clase pero en ese tipo de situaciones hay algo que permite ver es mucho y es la ampliación del vocabulario, o sea como de algo, que de pronto, de una u otra forma no se maneja, se dio fue por el tema del vocabulario como tal, ya se ve una relación y una ampliación del vocabulario, y creo que es un punto que no se puede dejar pasar, porque ya empieza a tener uno más claro el vocabulario y se va generando como una conexión fuerte, permanente y ya estos conceptos van quedando en el lenguaje.</p> <p>T1: y los niños lo hicieron también, fácil gracias a la profe.</p> <p>Surgen elementos alrededor del contexto de las casas container. (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 24:23</p> <p><b>D1:</b> <i>estudio de caso, quien orientó la clase</i></p> <p>T2: la profe les decía que tuvieran en cuenta a estructura, que miraran la forma del modelo y allí surgían cosas de los niños, de su contexto, por ejemplo un niño dijo mi casa es de guadua</p> <p>T1: la mía es de ladrillo</p> <p>D2: de madera</p> <p>T2: ellos todo inmediatamente lo asumen (empiezan a hablar al tiempo)</p> <p>T1: y cuando uno de ellos dijo que él las conocía (las casas container)</p> |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>T2: que funciona como la casa en el árbol, o sea que todos los niños pueden ir a jugar allá</p> <p>T1: que es una casa, que pelaron un monte, ahí trajeron un container que es metálico y todos los niños pueden jugar allí</p> <p>D1: él es muy descriptivo</p> <p>T1: ya empezaron a llegar, estas casas container ya no son tan ajenas porque varios niños decían “si, nosotros también hemos ido a jugar allí”</p> <p>Dialogo sobre la representación de parte de los estudiantes en la hoja cuadriculada e isométrica y un ajuste sugerido a la planeación (Diálogo entre tutores y docentes. Se analiza muestra de los trabajos de los estudiantes).</p> <p>Minuto 33:15</p> <p><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> <p>D7: una inquietud, en la actividad de exploración, ¿hubo una actividad con la hoja cuadriculada?</p> <p>¿Cierto? Tenían que dibujar</p> <p>T1: Si</p> <p>D7: pero me dio la impresión de que quedo como faltando algo, porque ellos exploraron ¿cierto?, dibujaron lo que hicieron y ahí quedo</p> <p>D4: nos e le dio mucha trascendencia</p> <p>T2: lo que pasa es que eso cobra sentido cuando le pasan la hoja isométrica, porque...miren lo que decía un niño, “se puede representar plana y tridimensional”</p> <p>¿pero realmente que era lo que el niño quería decir con eso? Que se podía representar plano, porque estaba en</p> |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

el plano; pero se visualizaba como si tuviera una profundidad  
T1: esta la hizo un niño (refiriéndose y mostrando uno de los trabajos de los estudiantes)  
D7: haber comparado ese trabajo (refiriéndose a los dibujos hechos en las hojas cuadriculadas) con el que hicieron en la hoja isométrica.  
D1: si porque todos los niños representaron la figura tridimensional de forma así de una sola cara  
T2: plana, porque ese es el proceso que ellos vienen trayendo  
D1: plana, entonces sí, me parece muy importante esa anotación de D7, porque como es una evidencia de aprendizaje y se supone que esto nos debe dar la pauta para otras planeaciones, entonces aprovechar esto para una nueva clase hacer el contraste y ver todo el proceso.  
T1: que ellos mismo vean su proceso.

**Representaciones bidimensionales en papel de tetracubos estudiante tres (E3)**



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>Alusión a la intervención de la docente que enseñó la representación bidimensional a los estudiantes.<br/>(Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 47:28<br/><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase<br/>T2: yo quisiera destacar allí, que la profe les dijo “vamos a dibujar los cubos, con otra mirada diferente a la frontal, para esto vamos a dibujar girando un poquito el cubo” ¿usted se acuerda cuando usted lo dijo así? Entonces los niños inmediatamente entendieron que era lo que usted les quería decir, y cuando usted hizo la primera línea, luego les dijo, “vamos a hacer otra línea vertical al lado derecho y otra al lado izquierdo”...ya no tuviste que hacer más nada, ya ellos inmediatamente lo visualizaron.<br/>T1: Solos lo completaron<br/>D2: Solamente con hacerles la primera línea vertical, la del frente, solo con hacer esa, ya ellos habían logrado visualizar, se los mostro el cubo sólido, ya se los mostro el cubo grande todos lograron identificar esa línea que usted les había mostrado...ellos de una lograron visualizarlo en su cabecita entonces cuando ella hizo esa otra línea, hacía rato habían logrado visualizarlo ¡realmente!, entonces fue muy sencillo.</p> <p>Dialogo sobre los propósitos alcanzados en la clase.<br/>(Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 52.50<br/><b>D1:</b> estudio de caso, quien orientó la clase</p> |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>D3: para que el niño genere estas habilidades necesita instrucción y esa orientación. Nosotros nos maravillábamos, la profe y yo ((refiriéndose a la D6)), como ella ((la D1)) de esa manera los fue llevando y los fue llevando y los fue llevando, a cosas muy complejas, partió de algo tan sencillo como es construir. Luego empezó a introducir ya lo grueso, digamos así.</p> <p><b>D1:</b> y como los niños respondían, era muy evidente cómo iban respondiendo a este trabajo.</p> <p>Intervención sobre cómo favorece el uso de MD aspectos actitudinales, así como su influencia en la participación de lo conceptual y procedimental, con el uso de MD (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 54:27</p> <p><b>D1:</b> <i>estudio de caso, quien orientó la clase</i></p> <p>D3: Algo que me pareció muy chévere es ver el disfrute de los niños en la actividad. No vi ningún niño aburrido, hartó haciendo otras cosas...lo que tu decías ahorita con el niño, “no quiero no lo voy hacer” ahí es complicado ¿verdad? Pero, todos estaban involucrados, estaban metidos en el cuento a ellos se les fue el tiempo, cuando ya los papas estaban allá fue que se enteraron que tenían que irse.</p> |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>Relación docente tutor, visión de una docente del acompañamiento (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 1:02:50</p> <p><b>D1:</b> <i>estudio de caso, quien orientó la clase</i><br/>T1: ¿Qué les parece favorable? O ¿Qué les parece no tan favorable?</p> <p>D6: yo comparto el sentimiento de la D1, que estamos de alguna forma acondicionaditos a que nos visiten en el aula, que nos hagan acompañamiento, a mí siempre me ha parecido un punto más bien a favor de uno, porque siempre la verdad, me he enriquecido del acompañamiento y nunca me he sentido amenazada, siempre he estado abierta, porque yo soy una persona que entiendo que uno no se las sabe todas y que es muy rico la mirada de otras personas frente a su trabajo. Y con el trabajo hecho aquí, a mí en particular, empecé hablando de videos y del proceso que hago con los niños en el aula, pues me abre mucho la visión, me doy cuenta que se puede aprovechar otros tipos de materiales, de que vale la pena, porque se ven resultados, yo lo viví, me parece que si es real, me pareció muy bonito compartir, inclusive tuve dificultad por estar aquí, pero trate de estar, porque pienso que el trabajo vale la pena.</p> <p>Intervención sobre la riqueza que brinda el trabajo en conjunto (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 1:08:05</p> <p><b>D1:</b> <i>estudio de caso, quien orientó la clase</i><br/>D4: Que uno A veces...yo mirando a los niños, uno a veces como que menosprecia de pronto lo que ellos</p> |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>pueden llegar a hacer, los subvalora sí! ...¿fue o no fue?, ¿si van alcanzar? ¿Si van a comprender? Como fluyó tan natural lo que se hizo con ellos... y la verdad, el trabajo en conjunto hace que las clases sean mucho más ricas, porque si de pronto yo no tengo algo en cuenta de algunos aspectos el compañero dice “hace falta esto”, pero con esta discusión, eso es lo que se quiere y evaluar posteriormente.</p> <p>Aporte de la D1 sobre el éxito de la clase, sustentado en la planeación (Diálogo entre tutores y docentes).<br/>Minuto 1:15:00</p> <p><b>D1:</b> <i>estudio de caso, quien orientó la clase</i></p> <p>D1: yo creo que ese fue el éxito, pues el éxito entre comillas porque hay muchas cosas, pero de la clase en el resultado que vimos en los niños, más es la planeación, porque es una planeación muy sólida, mire que fue fluyendo tan de forma natural, ni que yo me la hubiera aprendido de memoria, sino que todo lo que se armó salió de nosotras mismas (refiriéndose a sus compañeras de planeación)</p> |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|