



Desarrollo de habilidades de pensamiento algorítmico:

El Cubo de Rubik en educación media

Leandro Arboleda Jiménez

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas

2025



Desarrollo de habilidades de pensamiento algorítmico:

El Cubo de Rubik en educación media

Leandro Arboleda Jiménez

202122991

Directora de Trabajo de Grado: Dra. Marisol Santacruz Rodríguez

Trabajo de Grado para optar al Título de: Licenciado en Matemáticas

Universidad del Valle

Facultad de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Matemáticas

2025

Tabla de Contenido

Resumen	4
Introducción	5
1. Planteamiento y Justificación del Problema	7
1.2 Formulación del Problema de Investigación	10
1.3 Objetivos	10
2. Antecedentes	11
2.1 Revisión documental	11
2.2 Categorías emergentes de los antecedentes	13
2.2.1 Pensamiento algorítmico y su relación con el pensamiento matemático	14
2.2.2 El Cubo de Rubik como herramienta didáctica	15
2.2.3 Pensamiento algorítmico y su relación con pensamiento computacional	16
2.2.4 Relación entre la manipulación de objetos y el desarrollo del pensamiento algorítmico	17
2.3 Consideraciones finales: aportes de los antecedentes a la investigación	18
3. Marco Teórico	20
3.1 ¿Qué son los algoritmos?	20
3.1.1 Algoritmos en un entorno computacional	22
3.1.2 Algoritmos en matemáticas	23
3.2 ¿Qué es el pensamiento algorítmico?	25
3.2.1 Habilidades relacionadas con el pensamiento algorítmico	25
3.2.2 Relación entre pensamiento algorítmico y pensamiento matemático	27
3.2.3 Relaciones funcionales	28
3.2.4 Composición de funciones	29
3.2.5 Transformaciones espaciales y simetrías	29
3.3 Uso Didáctico del Cubo de Rubik	29
3.3.1 Lenguaje del Cubo de Rubik	30
3.3.2 Las matemáticas del cubo de Rubik	31
3.3.3 El Cubo de Rubik y el desarrollo de pensamiento algorítmico	32
4. Diseño Metodológico	34
4.1 Estrategia de Investigación	34
4.1.1 Fase de preparación	35
4.1.2 Fase de experimentación	36
4.1.3 Fase de Análisis Retrospectivo de los Datos	36
4.2 Fuente de Datos	36

4.3 Procedimientos de Análisis de los Datos	38
4.4 Consideraciones Éticas	38
5. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje	40
5.1 Hipótesis	40
5.2 Metas, camino hipotético de aprendizaje y actividades	41
5.2.1 Descripción general de las actividades de aprendizaje	44
5.2.2 Diseño de la actividad 1	46
5.2.3 Diseño de la actividad 2	48
5.2.4 Diseño de la actividad 3	49
5.2.5 Diseño de la actividad 4	52
6. Análisis Retrospectivo de la Implementación	55
6.1 Contexto de la implementación de la THA	55
6.2 Análisis Retrospectivo Actividad 1	56
6.2.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 1 Pregunta 1	58
6.2.2 Análisis Retrospectivo de la Actividad 1 Pregunta 2	59
6.3 Análisis Retrospectivo Actividad 2	62
6.3.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 2 Pregunta 1	63
6.3.2 Análisis Retrospectivo de la Actividad 2 Pregunta 2	64
6.3.3 Análisis Retrospectivo de la Actividad 2 Pregunta 3	66
6.4 Análisis Retrospectivo Actividad 3	68
6.4.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 3 Pregunta 1	69
6.4.2 Análisis Retrospectivo de la Actividad 3 Pregunta 2	71
6.5 Análisis Retrospectivo Actividad 4	72
6.5.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 4 Pregunta 1	73
6.6 Síntesis de los Resultados de la Implementación	74
7. Conclusiones	77
8. Referencias Bibliográficas	80
9. Anexos	86
9.1 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E1	86
9.2 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E2	89
9.3 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E3	92
9.4 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E4	95
9.5 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E5	98
9.6 Anexo Fotografías tomadas en la implementación	101

Índice de tablas

Tabla 1. Masa Documental	12
Tabla 2. Categorías emergentes en la revisión documental	13
Tabla 3. Fuentes de datos	37
Tabla 4. Hipótesis sobre el aprendizaje de los estudiantes	41
Tabla 5. Un camino hipotético de aprendizaje de las habilidades de pensamiento algorítmico	43
Tabla 6. Movimientos del Cubo de Rubik	45
Tabla 7. Pasos sugeridos por Marta	47
Tabla 8. Hipótesis de la actividad 3	52

Índice de figuras

Figura 1. Cubo de Rubik	8
Figura 2. Grulla en origami	21
Figura 3. Movimiento de un robot utilizando el lenguaje de programación Python.	23
Figura 4. Ejemplo del máximo común divisor (MCD).	24
Figura 5. Ejemplo de división larga.	24
Figura 6. Movimientos del Cubo de Rubik	30
Figura 7. Algoritmo de intercambio de esquinas.	32
Figura 8. Código QR del patrón	50
Figura 9. Desarrollo de la actividad 1	57
Figura 10. Desarrollo de la actividad 1	57
Figura 11. Hoja de trabajo de E3. Actividad 1 Pregunta 1	58
Figura 12. Hoja de trabajo de E2. Actividad 1 Pregunta 1	58
Figura 13. Hoja de trabajo de E1. Actividad 1 Pregunta 2	60
Figura 14. Hoja de Trabajo de E2. Actividad 1 Pregunta 2	60
Figura 15. Desarrollo de la Actividad 2	62
Figura 16. Hoja de Trabajo de E5. Actividad 2 Pregunta 1	63
Figura 17. Hoja de Trabajo de E3. Actividad 2 Pregunta 1	63
Figura 18. Hoja de Trabajo de E1. Actividad 2 Pregunta 2	65
Figura 19. Hoja de Trabajo de E2. Actividad 2 Pregunta 2	65
Figura 20. Hoja de Trabajo de E3. Actividad 2 Pregunta 2	66
Figura 21. Desarrollo de la Actividad 3	69
Figura 22. Hoja de Trabajo de E2. Actividad 3 Pregunta 1	70

Figura 23. Hoja de Trabajo de E1. Actividad 4 Pregunta 1	73
Figura 24. Hoja de Trabajo E4. Actividad 4 Pregunta 1	73

Resumen

En este trabajo de grado se diseñó e implementó una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) orientada al desarrollo de habilidades del pensamiento algorítmico en estudiantes de grado 11°, utilizando el Cubo de Rubik en una versión digital como una herramienta didáctica central. La investigación se llevó a cabo bajo un enfoque cualitativo de carácter descriptivo y se enmarcó en una metodología de la Investigación Basada en Diseño (IBD), lo que permitió planificar, ejecutar y analizar una intervención educativa en la Institución Educativa Eustaquio Palacios, en la ciudad de Cali. El estudio no solo buscó identificar si el Cubo de Rubik podía favorecer habilidades como descomposición, reconocimiento de patrones, y diseño de algoritmos, sino también comprender cómo los estudiantes construyen estrategias algorítmicas al interactuar con un objeto manipulable. Asimismo, se analizaron las posibilidades didácticas del Cubo en relación con procesos de pensamiento propios de la matemática escolar, apoyándose en marcos teóricos asociados al pensamiento algorítmico, el pensamiento computacional y la estrecha interacción entre procesos algorítmicos y razonamientos matemáticos en la resolución estructurada de problemas.

Palabras clave: Pensamiento algorítmico, pensamiento matemático, educación media, Cubo de Rubik

Introducción

Este trabajo de grado, como requisito para optar por el título de Licenciado en Matemáticas, busca analizar el desarrollo de habilidades del pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media, utilizando el Cubo de Rubik en una versión digital. En este sentido, el objetivo de esta investigación se centra en diseñar una THA que será implementada en un ciclo en una Institución Educativa Oficial de Cali, con el propósito de analizar el desarrollo de habilidades algorítmicas en los estudiantes.

El pensamiento algorítmico se entiende como la capacidad de formular, representar y ejecutar soluciones a problemas mediante un conjunto de pasos (Velasco Ramírez, 2020). Involucra la descomposición del problema que ayuda a identificar los elementos esenciales y la construcción de secuencias lógicas (patrones) que conduzcan a una solución eficiente. El pensamiento algorítmico se ha convertido en una competencia fundamental en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en un contexto donde las herramientas digitales permiten explorar conceptos que pueden ser abstractos y difíciles de visualizar (Guzmán, 2007). Como lo menciona Wing (2006), el pensamiento algorítmico no solo está relacionado con la informática, sino que es una habilidad transversal que conlleva a dar soluciones a problemas complejos. Las habilidades que desarrolla el pensamiento algorítmico como la descomposición, reconocimiento de patrones, abstracción y diseño de algoritmos de manera estructurada y lógica.

Este trabajo de grado inicia con la formulación del problema, su justificación y los objetivos que orientan la investigación. El problema parte de la necesidad de fortalecer el pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media, articulando su desarrollo con la enseñanza de las matemáticas mediante herramientas digitales. En este sentido, el Cubo de Rubik se tomará como una herramienta que utilizarán los estudiantes para el posible desarrollo de las habilidades de pensamiento algorítmico.

Posteriormente, se presenta la revisión de antecedentes, organizada en categorías temáticas, que permiten comprender cómo otras investigaciones han abordado la enseñanza del pensamiento algorítmico, la incorporación de una herramienta como el Cubo de Rubik, y las

estrategias para desarrollar habilidades cognitivas y matemáticas en estudiantes de educación media. Además, se desarrolla el marco teórico que fundamenta este estudio, donde se abordan conceptos clave como los algoritmos, el pensamiento algorítmico y su relación con el pensamiento matemático, así como el papel del pensamiento computacional en la educación. Se incluye también una revisión detallada sobre el uso del Cubo de Rubik.

El trabajo continúa con la descripción del diseño metodológico adoptado, bajo el enfoque de la IBD, que permitió diseñar e implementar una THA. En esta sección se detallan también la estrategia de investigación, las fases del experimento de enseñanza, los criterios de selección de participantes, los procedimientos de análisis de datos y las consideraciones éticas.

Una vez diseñada, la THA fue implementada en un ciclo de experimentación en dos sesiones, lo que permitió recoger información significativa sobre las interacciones de los estudiantes con las actividades, sus estrategias de resolución, las dificultades presentadas y las formas de razonamiento que emergieron. Este ciclo de implementación tuvo como propósito poner a prueba las conjeturas previamente formuladas y generar insumos para el análisis retrospectivo, que es uno de los componentes más importantes de la Investigación Basada en Diseño.

Para concluir, en los análisis retrospectivos de las actividades se examinó la manera en que los estudiantes desarrollan habilidades de pensamiento algorítmico, la abstracción necesaria para interpretar estados del Cubo y el diseño de algoritmos propios o adaptados. Asimismo, se estudiaron las interacciones entre pensamiento algorítmico y pensamiento matemático, las estrategias emergentes y los razonamientos expresados en sus producciones escritas y verbales. Cada una de las actividades incluidas en la THA generó datos valiosos para comprender cómo los estudiantes construyen, modifican y validan algoritmos en un entorno digital que les permitió manipular, experimentar y retroalimentar sus ideas.

1. Planteamiento y Justificación del Problema

Este proyecto de trabajo de grado tiene como objetivo promover el desarrollo del pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media. Para ello, se diseñará una trayectoria hipotética de aprendizaje basada en el Cubo de Rubik en formato digital.

En el contexto actual de la educación matemática, el pensamiento algorítmico ha cobrado una relevancia significativa debido a su papel en la resolución estructurada de problemas y en la comprensión de patrones y secuencias lógicas. Sin embargo, su desarrollo en la educación media suele limitarse a la enseñanza de procedimientos mecánicos sin una comprensión profunda de la lógica subyacente a los algoritmos (Lockwood et al., 2022). Esto representa un desafío en la formación de los estudiantes, quienes en muchas ocasiones presentan dificultades para abstraer, generalizar y modelar soluciones matemáticas de manera eficiente.

Este tipo de pensamiento no se limita a la ejecución de algoritmos predefinidos, sino que también implica la capacidad de diseñar, explicar e iterar procesos estructurados para abordar problemas tanto matemáticos como generales. En este sentido, se pretende que el pensamiento algorítmico permita a los estudiantes identificar patrones y desarrollar estrategias generalizables, para un enfoque más sistemático y lógico en la resolución de problemas.

A pesar de su importancia, promover el pensamiento algorítmico en el aula sigue siendo un desafío, especialmente en los niveles de educación básica, donde su enseñanza suele centrarse en la memorización de procedimientos sin una comprensión profunda de la naturaleza de los algoritmos (Lockwood et al., 2022). Esto puede llevar a reflexionar sobre la necesidad de explorar estrategias y herramientas didácticas que no solo fomenten la ejecución de algoritmos, sino que permitan a los estudiantes construir su propio conocimiento y desarrollar una comprensión significativa de los procesos matemáticos.

Desde esta perspectiva, el pensamiento algorítmico es un componente esencial del pensamiento computacional, el cual, según Wing (2006), implica un conjunto de habilidades cognitivas orientadas a la resolución estructurada de problemas. Entre estas habilidades asociadas

al desarrollo del pensamiento algorítmico se encuentran: (i) la descomposición, que permite dividir un problema complejo en partes más manejables; (ii) el reconocimiento de patrones, que facilita la identificación de regularidades en una situación dada; (iii) la abstracción, que ayuda a centrarse en los aspectos esenciales del problema, ignorando detalles irrelevantes; (iv) el diseño de algoritmos, que consiste en crear secuencias de pasos lógicos y precisos para alcanzar una solución; y (v) la evaluación, que permite analizar la efectividad de un procedimiento y corregir posibles errores (Wing, 2006).

En esta perspectiva, integrar el pensamiento algorítmico en la enseñanza de las matemáticas puede enriquecer la experiencia de aprendizaje, permitiendo que los estudiantes desarrollen estrategias de resolución más organizadas, mejoren su comprensión conceptual y fortalezcan su capacidad de descomponer problemas complejos en pasos manejables (Sarmiento, 2023). Sin embargo, es importante reconocer que cada estudiante aprende de manera única, por lo que es necesario diseñar estrategias que se adapten a diferentes estilos de aprendizaje.

Figura 1. Cubo de Rubik



Nota. La figura muestra un Cubo de Rubik en estado combinado. Fuente: Imagen tomada del sitio web Cokitos.

El Cubo de Rubik, ha sido utilizado como una herramienta en diversos escenarios debido a su capacidad para fomentar habilidades cognitivas como la memoria, la atención y el pensamiento crítico (Cano-Parra, 2018). Al trasladar esta experiencia a un entorno digital, se

busca no solo aprovechar su potencial didáctico, sino también adaptar su uso a las nuevas dinámicas de enseñanza-aprendizaje mediadas por la tecnología. Pues, el uso de herramientas digitales en la educación matemática ha demostrado ser una estrategia efectiva para aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes, además de permitir un acceso más flexible y personalizado a los contenidos (Wing, 2006; Sarmiento, 2023).

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, en este trabajo de grado se decidió integrar el Cubo de Rubik (Figura 1) como una herramienta digital para el desarrollo del pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media, que dentro de las múltiples herramientas didácticas que pueden facilitar el desarrollo del pensamiento algorítmico. Estudios como los de (Cano-Parra 2018) y (Guevara, 2024) han demostrado que la resolución del Cubo de Rubik contribuye al mejoramiento de la memoria de trabajo y la concentración, habilidades esenciales tanto en matemáticas como en informática. Desde su invención en 1974 por Ernő Rubik, este rompecabezas ha captado la atención de millones de personas, convirtiéndose en una herramienta con gran potencial educativo, que podría generar interés en los estudiantes.

Así pues, el desarrollo del pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media representa un desafío didáctico, ya que implica no sólo la enseñanza de procedimientos y reglas, sino también la construcción de estrategias cognitivas que favorezcan la resolución estructurada de problemas. Sin embargo, en muchos contextos educativos, el aprendizaje de algoritmos se reduce a la sola memorización de pasos sin una comprensión o retroalimentación profunda de los principios subyacentes, lo que limita la transferencia de estos conocimientos a nuevas situaciones. En este sentido, surge la necesidad de diseñar una trayectoria hipotética de aprendizaje que permita a los estudiantes construir progresivamente su pensamiento algorítmico a través de actividades significativas y contextualizadas. En ese sentido, la metodología del trabajo de grado se basa en el diseño, implementación y evaluación retrospectiva de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) (Simon, 2020) en clases de matemáticas en Educación Media, enfocada en el desarrollo de pensamiento algorítmico a través del uso del Cubo de Rubik. Se empleará un enfoque de Investigación Basada de Diseño que permita anticipar cómo los

estudiantes podrían desarrollar habilidades de pensamiento algorítmico a través de una secuencia de actividades que se implementará a través de ciclos iterativos del diseño.

1.2 Formulación del Problema de Investigación

Tomando en cuenta lo mencionado anteriormente, surge las siguientes preguntas de investigación:

¿De qué maneras es posible desarrollar habilidades de pensamiento algorítmico en educación media a través de una trayectoria hipotética de aprendizaje que integra el uso del Cubo de Rubik?

1.3 Objetivos

Objetivo General

- Analizar de qué maneras es posible desarrollar habilidades de pensamiento algorítmico en educación media a través de una trayectoria hipotética de aprendizaje que integra el uso del Cubo de Rubik.

Objetivos Específicos

- Fundamentar el diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje que promueva el desarrollo de habilidades de pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media, a través del uso del Cubo de Rubik.
- Determinar las posibilidades didácticas del Cubo de Rubik en relación al desarrollo de habilidades de pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media.
- Analizar las interacciones entre el pensamiento algorítmico y el pensamiento matemático que emergen en estudiantes de educación media durante la implementación de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje propuesta.

2. Antecedentes

Este apartado se estructura en tres secciones: en primer lugar, se presenta la estrategia de revisión documental utilizada en la selección y análisis de estudios previos; posteriormente, se abordan las categorías emergentes identificadas en los antecedentes, y finalmente, se ofrecen consideraciones finales sobre los aportes de estos estudios a la presente investigación.

2.1 Revisión documental

La revisión documental se realizó con el objetivo de identificar investigaciones previas relacionadas con el desarrollo del pensamiento algorítmico, el uso del cubo de Rubik en la enseñanza de las matemáticas y la relación entre el pensamiento computacional y el pensamiento matemático. Para ello, se consultaron fuentes académicas, incluyendo tesis de maestría y doctorado, artículos de revistas indexadas y ponencias en congresos internacionales.

Las bases de datos exploradas incluyeron Google Académico, SciELO, Redalyc, ERIC, HAL Science y repositorios institucionales de universidades. Las palabras clave utilizadas fueron "pensamiento algorítmico", "cubo de Rubik en la enseñanza", "pensamiento computacional", "educación matemática" y "desarrollo de habilidades cognitivas".

En total se encontraron 30 documentos, distribuidos de la siguiente manera: 10 capítulos de libros, 13 artículos de investigación, 0 documentos gubernamentales, 2 ponencias escritas, 3 trabajos de pregrado, 1 tesis doctoral, y 1 tesis de maestría, tal como se muestra a continuación (ver Tabla 1).

Tabla 1. Masa Documental

Tipo de Documento	Cantidad
Artículos de investigación	13
Capítulos de libros	10
Ponencias escritas	2
Documentos gubernamentales	0
Trabajos de pregrado	3
Tesis de maestría	1
Tesis doctoral	1

Nota. Producción propia.

Para establecer las categorías de análisis de este trabajo de grado, se realizó una revisión documental exhaustiva en bases de datos académicas como Google Académico, SciELO y Redalyc, utilizando palabras clave relacionadas con pensamiento algorítmico, Cubo de Rubik en educación, pensamiento computacional y uso de materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. Se seleccionaron estudios relevantes publicados en los últimos años, priorizando artículos de revistas indexadas, tesis y documentos oficiales. Posteriormente, se organizó la información, en donde se evidenció los objetivos, hallazgos y enfoques metodológicos de cada fuente. A partir de esta revisión, se identificaron patrones y temas recurrentes, lo que permitió definir cuatro categorías clave:

- (1) Pensamiento algorítmico y su relación con el pensamiento matemático.
- (2) El Cubo de Rubik como herramienta didáctica.
- (3) Pensamiento computacional y su relación con el pensamiento algorítmico.
- (4) La relación entre la manipulación de objetos y el desarrollo del pensamiento algorítmico.

Estas categorías emergieron del análisis de la literatura y fueron validadas mediante triangulación de fuentes, garantizando su pertinencia para la fundamentación teórica para el estudio de este trabajo de grado.

2.2 Categorías emergentes de los antecedentes

A la hora de recopilar la masa documental, se organizaron mediante un sistema de clasificación y análisis, definiéndolas con base a las investigaciones de los autores citados. De éstas emergieron las siguientes categorías (ver Tabla 2).

Tabla 2. Categorías emergentes en la revisión documental

Categorías emergentes	Descripción
Pensamiento algorítmico y su relación con el pensamiento matemático	Explora cómo el pensamiento algorítmico contribuye a la comprensión de conceptos matemáticos mediante la descomposición de problemas, la identificación de patrones y el desarrollo de estrategias sistemáticas.
El Cubo de Rubik como herramienta didáctica	Contextualiza y fundamenta su uso en la enseñanza de las matemáticas, destacando su impacto en el desarrollo cognitivo y su potencial para facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos.
Pensamiento computacional en la enseñanza de las matemáticas	Destaca la importancia en el aprendizaje matemático y su integración curricular, enfatizando su papel en el desarrollo de habilidades de abstracción y modelado matemático.
Relación entre la manipulación de objetos y el desarrollo del pensamiento algorítmico	Resalta su importancia en la construcción del conocimiento y la comprensión de estructuras matemáticas complejas, facilitando el aprendizaje a través de la manipulación de objetos y la exploración de estos.

2.2.1 Pensamiento algorítmico y su relación con el pensamiento matemático

En esta categoría se evidencia aquellos resultados de investigación que muestran cómo el pensamiento algorítmico contribuye al desarrollo de la comprensión matemática en educación media. En primer lugar, diversos estudios han demostrado que los estudiantes con un mayor desarrollo del pensamiento algorítmico tienden a mejorar en la resolución de problemas matemáticos, particularmente en áreas como la aritmética, el álgebra y la geometría (Navas-López, 2024). Esto se debe a que la descomposición de problemas en pasos más simples y el reconocimiento de patrones que ayudan a la identificación de estrategias efectivas para abordar problemas matemáticos complejos (Wing, 2006). Otro resultado de investigación relevante es el impacto del pensamiento algorítmico en la comprensión conceptual dentro de las matemáticas. Se ha encontrado que trabajar con algoritmos y estrategias sistemáticas no solo permite resolver problemas con mayor eficacia, sino que también fortalece el razonamiento lógico y la conexión entre diferentes conceptos matemáticos (Brennan & Resnick, 2012).

En este sentido, los estudiantes que logran desarrollar un pensamiento algorítmico sólido pueden modelar y estructurar problemas de manera más eficiente, lo que favorece un aprendizaje significativo y duradero (Grover & Pea, 2013). Asimismo, los estudios sobre la enseñanza del pensamiento algorítmico en educación media han identificado diversas estrategias didácticas efectivas, como el uso de la programación, los juegos matemáticos y los recursos manipulativos. Entre estos, el Cubo de Rubik se ha destacado como una herramienta valiosa para la enseñanza del pensamiento algorítmico, ya que permite a los estudiantes experimentar con secuencias de movimientos, reconocer patrones y diseñar estrategias de resolución (Bakker, 2004).

La investigación sugiere que cuando los estudiantes trabajan con algoritmos en contextos prácticos, desarrollan no solo habilidades matemáticas, sino también una mayor autonomía y capacidad de modelar situaciones problemáticas (Gravemeijer & Cobb, 2006).

No obstante, también se han identificado dificultades y desafíos en la implementación del pensamiento algorítmico en el aula. Un hallazgo importante es la persistencia de metodologías de enseñanza centradas en la memorización de procedimientos, lo que limita el desarrollo del

razonamiento estructurado (Chevallard, 1991). Además, algunos estudios señalan la necesidad de fortalecer la formación docente en metodologías activas que promuevan la integración del pensamiento algorítmico dentro de la enseñanza matemática (Román-González, Pérez-González & Jiménez-Fernández, 2017).

Estos resultados de investigaciones son cruciales para este trabajo de grado, ya que justifican la necesidad de diseñar una trayectoria hipotética de aprendizaje. Pues, a través de su implementación, se busca promover un aprendizaje estructurado del pensamiento algorítmico apropiado, teniendo en cuenta las anteriores investigaciones y hallazgos sobre este tema.

2.2.2 El Cubo de Rubik como herramienta didáctica

En esta categoría se contextualiza y fundamenta el uso del Cubo de Rubik en la enseñanza de las matemáticas, resultados de investigaciones que están relacionados con el impacto de esta herramienta en el desarrollo de habilidades cognitivas y matemáticas.

Uno de los hallazgos clave es el fortalecimiento de la memoria y la atención en los estudiantes que trabajan con el Cubo de Rubik. Según Cano-Parra (2018), la práctica con este rompecabezas tridimensional requiere que los estudiantes memoricen secuencias de movimientos y patrones específicos, lo que contribuye a mejorar la retención de información y la concentración. De manera similar, Guevara Neyra (2024) señala que el Cubo de Rubik fomenta el pensamiento crítico, ya que los estudiantes deben analizar distintas situaciones, evaluar diferentes estrategias y tomar decisiones para resolver el rompecabezas de manera eficiente.

Otro resultado de investigación relevante es el aprendizaje de conceptos geométricos y algebraicos propuesto por Panca & Erick (2020) destacan que la manipulación del Cubo de Rubik permite a los estudiantes visualizar transformaciones espaciales, comprender simetrías y desarrollar una mejor intuición sobre la rotación y traslación de objetos en el espacio. En términos algebraicos, su resolución se basa en la aplicación de algoritmos secuenciales, lo que ayuda a los estudiantes a reconocer patrones, establecer relaciones funcionales y comprender estructuras matemáticas fundamentales, como las transformaciones y la composición de funciones. En este sentido, los movimientos del Cubo de Rubik pueden interpretarse como

funciones matemáticas que transforman un estado inicial en otro, donde cada giro corresponde a una permutación dentro de una estructura algebraica.

Estos resultados son fundamentales para este trabajo, ya que abre el panorama a la integración del Cubo de Rubik como una herramienta didáctica en el diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje orientada al desarrollo del pensamiento algorítmico.

2.2.3 Pensamiento algorítmico y su relación con pensamiento computacional

En esta categoría se muestra que el pensamiento computacional ha sido reconocido como una competencia clave dentro del aprendizaje matemático, ya que permite a los estudiantes desarrollar habilidades de abstracción, modelado y resolución de problemas de manera estructurada como bien lo menciona Wing, (2006) que este tipo de pensamiento permite representar problemas en términos de algoritmos y estructuras lógicas, lo que ayuda a simplificar problemas complejos y establecer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicaciones computacionales. Su integración en la educación matemática ha sido ampliamente estudiada, destacando su impacto en el currículo y su relación con el desarrollo del pensamiento algorítmico y la resolución de problemas. Además, uno de los aspectos fundamentales del pensamiento computacional en matemáticas es su capacidad para facilitar el modelado matemático. Este enfoque no solo favorece la resolución de problemas tradicionales, sino que también amplía las posibilidades de aplicación en áreas como la programación y la automatización.

Desde el punto de vista curricular, el pensamiento computacional desde la enseñanza de las matemáticas ha sido objeto de análisis en diversos estudios. Padrón (2021) examina cómo distintos sistemas educativos han incorporado estrategias computacionales dentro de los planes de estudio, promoviendo el desarrollo de habilidades esenciales como la descomposición de problemas, la abstracción y la generalización de patrones. En la misma línea, Sarmiento (2023) enfatiza la necesidad de integrar herramientas computacionales en el aula para permitir a los estudiantes experimentar con la formulación y validación de hipótesis matemáticas, fortaleciendo su comprensión de estructuras matemáticas. Asimismo, el pensamiento computacional ha

demostrado ser de gran ayuda en la identificación de patrones y relaciones matemáticas. Grover y Pea (2013) argumentan que los estudiantes que desarrollan habilidades computacionales tienen mayor facilidad para reconocer patrones, establecer relaciones funcionales y aplicar algoritmos en la solución de problemas matemáticos. Este tipo de pensamiento es particularmente relevante en la enseñanza del álgebra, ya que permite a los estudiantes visualizar y manipular expresiones matemáticas de manera más efectiva. Además, la enseñanza del pensamiento computacional contribuye al fortalecimiento de la creatividad matemática y la resolución de problemas. Brennan & Resnick (2012) destacan que su aplicación en el aula permite a los estudiantes explorar múltiples soluciones para un mismo problema, fomentando el pensamiento flexible y la creatividad en la construcción de estrategias de solución. Esta perspectiva es crucial en la educación matemática, ya que prepara a los estudiantes para enfrentar problemas del mundo real con un enfoque estructurado y sistemático.

2.2.4 Relación entre la manipulación de objetos y el desarrollo del pensamiento algorítmico

En esta categoría se presenta el uso de materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas, pues estos mismos materiales han demostrado ser una estrategia efectiva para desarrollar el pensamiento algorítmico, al permitir que los estudiantes construyan conocimiento a través de la exploración con objetos manipulables. Diversos estudios han señalado que la manipulación de objetos favorece la comprensión de estructuras lógicas y la secuenciación de procesos, aspectos fundamentales del pensamiento algorítmico (Noss & Hoyles, 1996). Pues uno de los hallazgos más relevantes en este campo es la influencia de la manipulación concreta en la adquisición de estrategias algorítmicas.

Según Sarama y Clements (2009), los materiales manipulativos ayudan a los estudiantes a internalizar patrones de resolución de problemas, ya que proporcionan representaciones tangibles de los procesos secuenciales que caracterizan los algoritmos. En esta misma línea, Guzmán & Conejo (2021) argumentan que la manipulación de objetos físicos favorece la comprensión de estructuras repetitivas y condicionales, fundamentales en la construcción de algoritmos eficientes.

Además, la manipulación de objetos ha sido relacionada con el desarrollo del razonamiento espacial y la abstracción, dos habilidades clave en el pensamiento algorítmico.

2.3 Consideraciones finales: aportes de los antecedentes a la investigación

Los antecedentes revisados en las categorías anteriores evidencian la importancia del pensamiento algorítmico en el desarrollo de habilidades matemáticas y su relación con la manipulación de objetos, el pensamiento computacional y el uso de herramientas didácticas como el Cubo de Rubik. La revisión de la literatura permite establecer una base teórica y metodológica para el diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje centrada en el desarrollo del pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media.

En primer lugar, los estudios sobre el pensamiento algorítmico han mostrado que su desarrollo fortalece la resolución de problemas matemáticos, particularmente en áreas como el álgebra y la geometría, gracias a la descomposición de problemas en pasos más simples y el reconocimiento de patrones (Navas-López, 2024; Wing, 2006). Estos hallazgos justifican la necesidad de integrar estrategias didácticas que promuevan el pensamiento algorítmico de manera estructurada, asegurando una comprensión profunda y duradera de los conceptos matemáticos (Grover & Pea, 2013). En esta misma línea, la revisión de investigaciones sobre el Cubo de Rubik como herramienta didáctica destaca su potencial en el fortalecimiento de la memoria, la atención y el pensamiento crítico (Cano-Parra, 2018; Guevara Neyra, 2024). Además, su manipulación permite a los estudiantes desarrollar habilidades espaciales y algebraicas, favoreciendo la comprensión de transformaciones geométricas y la aplicación de algoritmos secuenciales (Panca & Erick, 2020). Estos resultados respaldan su inclusión en el diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje, donde el Cubo de Rubik pueda ser utilizado como una herramienta para la enseñanza de la estructuración de algoritmos y la modelización de problemas matemáticos. Por otro lado, el pensamiento computacional ha sido identificado como una competencia clave dentro del aprendizaje matemático, ya que permite desarrollar habilidades de abstracción, modelado y resolución estructurada de problemas (Wing, 2006). Su integración en el aula favorece la comprensión de estructuras matemáticas y facilita la aplicación de estrategias computacionales en la resolución de problemas (Padrón, 2021; Sarmiento, 2023).

En este sentido, la relación entre el pensamiento computacional y el pensamiento algorítmico sustenta la necesidad de diseñar actividades didácticas que promuevan el desarrollo de ambas habilidades de manera simultánea. Y finalmente, los estudios sobre la manipulación de objetos han demostrado que esta estrategia didáctica favorece la comprensión de estructuras lógicas y la secuenciación de procesos, aspectos fundamentales del pensamiento algorítmico (Noss & Hoyles, 1996). Además, se ha identificado que el uso de materiales manipulativos contribuye a la adquisición de patrones de resolución de problemas y fortalece la comprensión de estructuras matemáticas fundamentales, como las transformaciones y la composición de funciones (Sarama & Clements, 2009; Guzmán & Conejo, 2021).

3. Marco Teórico

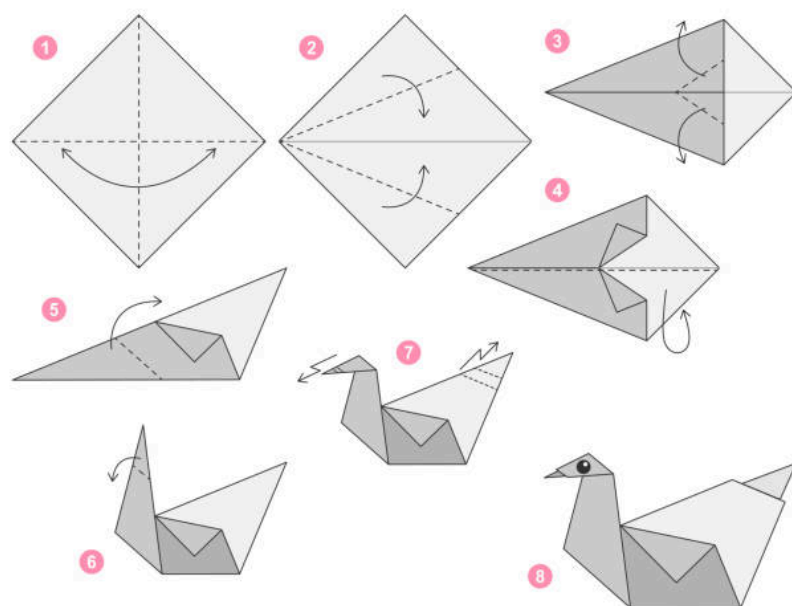
En este marco teórico se abordan tres componentes fundamentales: la definición y características de los algoritmos, el pensamiento algorítmico y sus habilidades asociadas, y la relación entre el pensamiento algorítmico y el pensamiento matemático. Además, se explorará el uso del Cubo de Rubik como herramienta didáctica para fortalecer el desarrollo del pensamiento algorítmico en la educación media.

3.1 ¿Qué son los algoritmos?

Los algoritmos constituyen un concepto fundamental en matemáticas y ciencias de la computación, ya que permiten la solución sistemática de problemas mediante una serie finita de pasos bien definidos. De acuerdo con Cormen, Leiserson, Rivest y Stein (2009), un algoritmo es una secuencia ordenada de operaciones que transforman una entrada en una salida deseada, como es en el caso de la (Figura 2.) que se puede evidenciar que la entrada o input que es el paso número 1 y la salida o el output que es el paso número 8. El origami, que es en este caso el ejemplo de la Figura 2, puede ser considerado una representación tangible del concepto de algoritmo, ya que cada figura se obtiene siguiendo una secuencia precisa de dobleces que deben realizarse en un orden específico para alcanzar el resultado esperado (Boakes, 2009).

La analogía anterior subraya que la enseñanza del pensamiento algorítmico permite a los estudiantes comprender la importancia del orden y la precisión en la ejecución de un procedimiento (Okamoto, 2018). De manera similar, en la resolución del Cubo de Rubik, los algoritmos juegan un papel esencial, ya que cada movimiento está diseñado para transformar una configuración inicial en una solución final siguiendo una estructura lógica y predefinida (Singmaster, 1981). La práctica con estos algoritmos no solo mejora la capacidad de planificación y resolución de problemas en los estudiantes, sino que también fortalece habilidades cognitivas como la memoria de trabajo y la visualización espacial (Cano-Parra, 2018).

Figura 2. Grulla en origami



Nota. Instrucciones para recrear una Grulla en papel. Fuente: Imagen tomada del sitio web iStockphoto.

La aplicación de los algoritmos es amplia en diversas áreas del conocimiento, desde la resolución de ecuaciones matemáticas hasta el procesamiento de datos en sistemas computacionales. Knuth (1997) señala que los algoritmos poseen cinco características esenciales: entrada, salida y efectividad. La finitud implica que el proceso algorítmico debe concluir en un número finito de pasos; la definitud asegura que cada instrucción esté claramente especificada; la entrada y salida se refieren a los datos iniciales y los resultados obtenidos, respectivamente; y la efectividad garantiza que cada operación pueda ser ejecutada por un agente computacional o humano en un tiempo finito.

3.1.1 Algoritmos en un entorno computacional

En el entorno computacional, un algoritmo es una secuencia finita y bien definida de instrucciones que permiten resolver un problema o ejecutar una tarea específica. En áreas como la robótica o la inteligencia artificial, entre otras, los algoritmos son fundamentales, ya que guían el comportamiento de los sistemas computacionales para tomar decisiones, procesar información y realizar acciones de manera eficiente (Cormen, 2009). Su aplicación abarca desde simples secuencias de instrucciones en programas informáticos hasta complejas redes neuronales utilizadas en el aprendizaje profundo, lo que demuestra su versatilidad y capacidad para modelar procesos de diversas naturalezas (Mitchell, 1997).

Los lenguajes de programación, como Python (ver Figura 3), Java o C++, proporcionan la sintaxis y semántica necesarias para traducir los pasos lógicos de un algoritmo en instrucciones comprensibles para una computadora (Aho, Lam, Sethi & Ullman, 2006). La relación entre ambos es esencial, ya que un mismo algoritmo puede ser implementado en distintos lenguajes dependiendo del contexto y las necesidades del sistema.

En el ámbito educativo, la enseñanza del pensamiento algorítmico se ve fortalecida mediante la programación, ya que los estudiantes pueden experimentar con la creación y optimización de algoritmos, favoreciendo el desarrollo de habilidades de resolución de problemas y razonamiento lógico (Grover & Pea, 2013). Además, la programación permite la automatización de procesos complejos, el análisis de datos y la interacción con diversas tecnologías, lo que refuerza su importancia en el estudio del pensamiento algorítmico dentro de la educación matemática y computacional.

En robótica, por ejemplo (ver Figura 3), el lenguaje de programación utiliza los algoritmos, estos permiten que un robot pueda ejecutar tareas sencillas o complejas como el reconocimiento de objetos, la navegación en entornos dinámicos o la interacción con humanos. En el caso de la Figura 3, sería una tarea sencilla, la cual es el movimiento de un robot. Por otro lado, los algoritmos desempeñan un papel clave en la inteligencia artificial o por sus siglas en

inglés (IA), que se utilizan para entrenar modelos capaces de aprender y mejorar su desempeño con el tiempo.

Figura 3. Movimiento de un robot utilizando el lenguaje de programación Python.

```

Python > robot.py > ...
1  class Robot:
2      def __init__(self, name="Robot", x=0, y=0):
3          self.name = name
4          self.x = x
5          self.y = y
6
7      def move_up(self):
8          self.y += 1
9          print(f"{self.name} se movió hacia arriba. Nueva posición: ({self.x}, {self.y})")
10
11     def move_down(self):
12         self.y -= 1
13         print(f"{self.name} se movió hacia abajo. Nueva posición: ({self.x}, {self.y})")
14
15     def move_left(self):
16         self.x -= 1
17         print(f"{self.name} se movió hacia la izquierda. Nueva posición: ({self.x}, {self.y})")
18
19     def move_right(self):
20         self.x += 1
21         print(f"{self.name} se movió hacia la derecha. Nueva posición: ({self.x}, {self.y})")
22
23     def report_position(self):
24         print(f"{self.name} está en la posición: ({self.x}, {self.y})")
25
26     # Crear un robot y darle órdenes
27     robot = Robot("Wall-E")
28     robot.move_up()
29     robot.move_right()
30     robot.move_right()
31     robot.move_down()
32     robot.report_position()

```

Nota. La imagen muestra una base de código para darle movimiento a un robot. Fuente: Autoría propia.

Los algoritmos de aprendizaje supervisado y no supervisado permiten que los sistemas computacionales identifiquen patrones, realicen predicciones y tomen decisiones basadas en grandes volúmenes de datos y información, como servidores o la web (Goodfellow, Bengio & Courville, 2016).

3.1.2 Algoritmos en matemáticas

Los algoritmos han sido una parte fundamental de las matemáticas desde tiempos antiguos, ya que permiten estructurar la resolución de problemas mediante una serie de pasos bien definidos. En matemáticas, un algoritmo es un procedimiento sistemático que transforma una entrada en una salida a través de reglas precisas. Estos procesos se aplican en diversas ramas,

como la aritmética, el álgebra, la geometría y la teoría de números, facilitando la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos (Knuth, 1997; Cormen, 2009).

Figura 4. Ejemplo del máximo común divisor (MCD).

$$\begin{array}{r|l}
 20 & 2 \\
 10 & 2 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}$$

Nota. Fuente: Imagen tomada del sitio web todamateria.

Uno de los algoritmos más antiguos y fundamentales en matemáticas es el algoritmo de Euclides, utilizado para determinar el máximo común divisor (MCD) de dos números enteros (Ver Figura 4). Este método, basado en la división sucesiva, ejemplifica cómo una secuencia finita de operaciones puede resolver un problema de manera eficiente. Otro ejemplo (Ver Figura 5) clásico es el algoritmo de la división larga, que facilita el cálculo manual de divisiones mediante un procedimiento estructurado.

Figura 5. Ejemplo de división larga.

$$\begin{array}{r}
 23486634 \overline{) 797} \\
 \underline{-1594} 29468 \\
 7546 \\
 \underline{-7173} 3736 \\
 \underline{-3188} 5483 \\
 \underline{-4782} 7014 \\
 \underline{-6376} 638
 \end{array}$$

Nota. Fuente: Imagen tomada del sitio web divisionlarga.

En álgebra, los algoritmos juegan un papel crucial en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Métodos como la eliminación de Gauss permiten encontrar soluciones a sistemas lineales de manera ordenada y sistemática (Strang, 2009). Asimismo, en geometría

computacional, los algoritmos se emplean para resolver problemas de optimización, como la triangulación de polígonos o el cálculo de envolventes convexas (Preparata & Shamos, 1985).

El uso de algoritmos en matemáticas también ha evolucionado con la computación, permitiendo el desarrollo de métodos numéricos cada vez más sofisticados. En el análisis numérico, se han diseñado algoritmos que permiten resolver ecuaciones diferenciales de forma aproximada, encontrar raíces de funciones mediante métodos iterativos o mejorar la eficiencia de cálculos en problemas complejos. Uno de los algoritmos más utilizados en este ámbito es el método de Newton-Raphson, el cual es empleado para encontrar raíces de funciones de manera rápida y precisa a través de un proceso iterativo basado en derivadas (Burden & Faires, 2011). Este método es particularmente útil en problemas donde las soluciones exactas son difíciles de obtener mediante procedimientos algebraicos tradicionales. Además, en el campo de la interpolación numérica, los algoritmos desempeñan un papel fundamental en la construcción de funciones que aproximan un conjunto de datos discretos.

3.2 ¿Qué es el pensamiento algorítmico?

El pensamiento algorítmico, según como lo describe (Wing, 2006) es la capacidad cognitiva en la resolución de problemas, caracterizada por la descomposición de un problema en pasos sistemáticos y secuenciales para encontrar una solución eficiente. Pues, este tipo de pensamiento permite estructurar procedimientos lógicos para abordar problemas complejos, facilitando la aplicación de reglas y patrones en distintos contextos. Su relevancia en la educación radica en que fomenta habilidades fundamentales como el razonamiento lógico, la abstracción y la automatización de procesos (Cormen et al., 2009).

3.2.1 Habilidades relacionadas con el pensamiento algorítmico

Las habilidades que surgen del pensamiento algorítmico que permiten a los individuos analizar y resolver problemas de manera estructurada. Wing (2006) identifica cuatro habilidades clave:

(i) Descomposición, que consiste en dividir un problema complejo en partes más pequeñas y manejables.

Ejemplo: Imagínate que necesitas organizar tu habitación, pero todo está desordenado. En lugar de intentar hacerlo todo de una vez, puedes dividir la tarea en partes más pequeñas:

1. Recoger la ropa.
2. Organizar los libros.
3. Limpiar el escritorio.
4. Barrer y trapear el suelo de tu habitación.

Este enfoque hace que la tarea sea más manejable, igual que en la resolución de problemas matemáticos.

(ii) Reconocimiento de patrones, que permite identificar similitudes y regularidades dentro de un problema para generar estrategias de solución.

Ejemplo: Supongamos que estás aprendiendo las tablas de multiplicar y notas que en la tabla del 5, todos los resultados terminan en 0 o 5 (5, 10, 15, 20...). Al reconocer este patrón, puedes predecir los resultados sin necesidad de hacer cada multiplicación desde cero.

(iii) Abstracción, que implica ignorar los detalles irrelevantes y enfocarse en la estructura general del problema.

Ejemplo: Cuando aprendes a sumar números grandes, en lugar de recordar cada suma posible, puedes enfocarte en la regla general de "llevar" cuando la suma de dos dígitos es mayor que 9. No importa si sumas $27 + 15$ o $48 + 36$, el procedimiento es el mismo.

(iv) Diseño de algoritmos, que consiste en crear secuencias de instrucciones bien definidas para resolver problemas de manera eficiente (Cormen et al., 2009).

Ejemplo: Para hacer un sándwich, sigues una serie de pasos:

1. Tomar dos rebanadas de pan.

2. Untar mantequilla o mayonesa.
3. Colocar jamón y queso.
4. Cerrar el sándwich.
5. Cortarlo por la mitad si es necesario.

Además, Brennan y Resnick (2012) destacan la importancia del pensamiento iterativo y la depuración en la construcción de algoritmos, enfatizando que los errores son parte esencial del proceso de aprendizaje. La capacidad de reflexionar sobre los errores y ajustar las estrategias permite a los estudiantes mejorar sus habilidades de resolución de problemas y desarrollar un enfoque más estructurado en la toma de decisiones.

3.2.2 Relación entre pensamiento algorítmico y pensamiento matemático

El pensamiento algorítmico está intrínsecamente relacionado con el pensamiento matemático, ya que ambos comparten principios fundamentales como la lógica, la abstracción y la organización secuencial de procedimientos (Navas-López, 2024). En la enseñanza de las matemáticas, el pensamiento algorítmico permite a los estudiantes comprender la estructura de los problemas matemáticos y desarrollar estrategias eficientes para resolverlos, ya sea en aritmética, geometría o álgebra (Grover & Pea, 2013).

Diversos estudios han demostrado que los estudiantes con un desarrollo avanzado del pensamiento algorítmico presentan una mayor facilidad para modelar problemas matemáticos y aplicar técnicas de solución estructurada (Wing, 2006). Además, la capacidad de reconocer patrones y establecer relaciones funcionales dentro de los problemas matemáticos favorece la generalización de conceptos y la conexión entre diferentes áreas del conocimiento matemático (Gravemeijer & Cobb, 2006).

La enseñanza del pensamiento algorítmico en el aula también ha mostrado beneficios en la comprensión conceptual de las matemáticas. Según Brennan y Resnick (2012), el uso de herramientas manipulativas y digitales que implican secuencias de instrucciones favorece la construcción de un aprendizaje significativo y refuerza la capacidad de los estudiantes para abordar problemas de manera autónoma. Por ejemplo, Los Lineamientos Curriculares de

Matemáticas para el grado noveno en Colombia destacan el desarrollo del pensamiento matemático a través de ejes como los patrones y la resolución de problemas (MEN, 2006). Estos aspectos se relacionan directamente con el pensamiento algorítmico, ya que la identificación de patrones permite estructurar reglas generales que pueden traducirse en algoritmos, facilitando la resolución de problemas de manera sistemática. En particular, la exploración de secuencias numéricas, funciones y regularidades geométricas fomenta la capacidad de abstraer y generalizar procedimientos, habilidades esenciales en la programación y en la resolución de problemas matemáticos complejos.

Asimismo, la resolución de problemas en matemáticas implica descomponer situaciones en pasos lógicos, diseñar estrategias y evaluar soluciones, un enfoque análogo al que se utiliza en el diseño y análisis de algoritmos computacionales. De esta manera, la enseñanza de los patrones y la resolución de problemas en educación media no solo fortalece el razonamiento matemático, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos en disciplinas como la computación y la automatización, donde el pensamiento algorítmico es fundamental.

En esta investigación se busca que los estudiantes desarrollen habilidades de pensamiento algorítmico como la descomposición de problemas, el reconocimiento de patrones, la abstracción y el diseño de algoritmos, a través de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje mediada por el uso del Cubo de Rubik. Estas habilidades permitirán a los estudiantes aprender y reforzar contenidos matemáticos específicos, tales como:

3.2.3 Relaciones funcionales

El pensamiento algorítmico permite a los estudiantes comprender que cada movimiento del cubo actúa como una función matemática, ya que transforma una configuración inicial en una nueva Bakker, A. (2004). Por ejemplo, aplicar el giro de la cara derecha (movimiento “R”) modifica las posiciones de ciertas piezas del cubo. Si este movimiento se representa como una función $f(x)$, entonces realizar dos veces el mismo movimiento equivale a aplicar la función compuesta $f(f(x))$. Los estudiantes observarán que una función puede tener una entrada (estado

del cubo) y una salida predecible (nuevo estado), y que diferentes funciones producen diferentes resultados, lo cual es la base de la noción de función en álgebra.

3.2.4 Composición de funciones

Cuando los estudiantes aplican secuencias de movimientos por ejemplo, $f = R$, $g = U$, y luego aplican $g \circ f$ (es decir, primero f , luego g) están realizando una composición de funciones. Este proceso les permite observar cómo el orden de los movimientos afecta el resultado final, lo que es clave en matemáticas para entender que $f \circ g \neq g \circ f$ en general (Gravemeijer & Cobb, 2006). Por ejemplo, girar primero la cara superior (U) y luego la cara frontal (F) no es lo mismo que hacerlo en orden inverso. Esta propiedad no conmutativa se traduce en una comprensión más profunda de operaciones algebraicas.

3.2.5 Transformaciones espaciales y simetrías

A través del uso del cubo, los estudiantes manipulan físicamente un objeto tridimensional, lo que les permite visualizar y ejecutar rotaciones en el espacio, desarrollando habilidades propias de la geometría transformacional, Simon (1995). Por ejemplo, reconocer que un giro de 180° de una cara equivale a una simetría central respecto a un eje del cubo. Al observar que ciertos patrones del cubo se repiten tras una secuencia de movimientos, los estudiantes identifican simetrías rotacionales, lo que les ayuda a entender conceptos como la invariancia y la congruencia, esenciales en geometría escolar.

3.3 Uso Didáctico del Cubo de Rubik

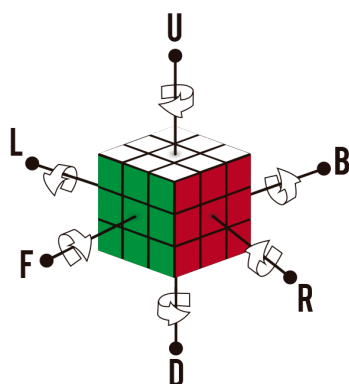
El Cubo de Rubik es un rompecabezas tridimensional mecánico compuesto por 26 piezas pequeñas dispuestas en una estructura giratoria central. Cada una de sus seis caras está subdividida en nueve cuadrados que pueden rotar en distintos ejes, permitiendo reorganizar los colores. Su objetivo es llevar todas las caras a un estado uniforme de color. Según Singmaster

(1981), el Cubo de Rubik es un "grupo matemático en movimiento", lo que lo convierte en un objeto de interés tanto en matemáticas como en educación. El Cubo de Rubik fue creado en 1974 por Ernő Rubik, un profesor de arquitectura húngaro que buscaba desarrollar un modelo tridimensional para enseñarles a sus estudiantes algunos conceptos de geometría y estructuras espaciales (Rubik, 1987). Originalmente llamado "Cubo Mágico", fue patentado en 1975 y comercializado a nivel mundial a partir de 1980 por Ideal Toy Corporation. Su popularidad creció rápidamente y ha sido objeto de estudio en diversos campos, incluyendo matemáticas, psicología cognitiva y computación (Slocum & Sonneveld, 2009).

3.3.1 Lenguaje del Cubo de Rubik

El Cubo de Rubik tiene un sistema de notación estandarizado que permite describir los movimientos necesarios para resolverlo. La notación de Singmaster (1981) es la más utilizada y emplea letras para representar giros de cada cara. U (Up) que representa la cara superior, D (Down) la cara inferior, L (Left) la cara izquierda, R (Right) la cara derecha, F (Front) la cara frontal, B (Back) la cara trasera (Ver Figura 6). Cada letra por sus siglas en inglés indica un giro en el sentido horario de 90 grados, mientras que un apóstrofe (') denota un giro antihorario.

Figura 6. Movimientos del Cubo de Rubik



Nota. Fuente: Esta imagen fue tomada del sitio web kubekings.

3.3.2. Las matemáticas del cubo de Rubik

Una de las primeras preguntas matemáticas que surgen al estudiar el Cubo de Rubik es cuántas configuraciones posibles tiene. El cubo estándar de 3×3 que consta de 26 piezas móviles: 8 esquinas y 12 aristas, además de los 6 centros fijos que definen los colores de cada cara. El número total de combinaciones posibles del cubo se obtiene mediante un análisis combinatorio restringido por las reglas del rompecabezas.

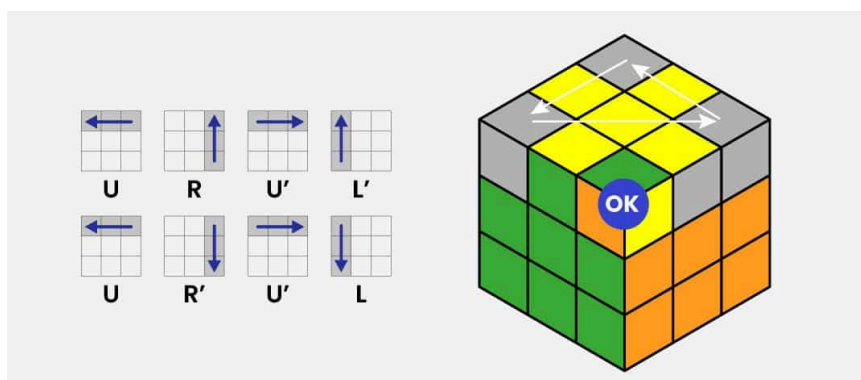
$$\frac{8! \times 3^8 \times 12! \times 2^{12}}{2 \times 3} = 43'252.003.274.489.856.000 \text{ de combinaciones posibles.}$$

Este resultado proviene del hecho de que las piezas no pueden intercambiarse arbitrariamente; las esquinas solo pueden ocupar posiciones de esquina y las aristas solo pueden estar en posiciones de arista. Además, ciertas restricciones topológicas limitan la cantidad de permutaciones alcanzables.

El Cubo de Rubik es un excelente ejemplo de la teoría de grupos en acción. Cada movimiento del cubo puede considerarse como una permutación de sus piezas, y el conjunto de todos los movimientos posibles forma un grupo matemático llamado el grupo del Cubo de Rubik. Este grupo se denota como G y se define por los generadores R, L, U, D, F, B (rotaciones de las caras derecha, izquierda, superior, inferior, frontal y posterior, respectivamente). Cada secuencia de movimientos en el cubo se representa como una combinación de estos generadores. Un aspecto interesante de la teoría de grupos es que ciertas secuencias de movimientos regresan al estado inicial, lo que demuestra la existencia de subgrupos dentro de G .

Por ejemplo, una permutación común en la resolución del cubo es el "algoritmo de intercambio de esquinas": $U R U' L' U R' U' L$ (Ver Figura 7). Este conjunto de movimientos intercambia dos esquinas sin afectar otras piezas, mostrando cómo los algoritmos pueden manipular el cubo de manera controlada.

Figura 7. Algoritmo de intercambio de esquinas.



Nota. Fuente: Imagen tomada del sitio web de Lucaedu.

Un aspecto fascinante del Cubo de Rubik es el "número de Dios", que se refiere al número máximo de movimientos necesarios para resolver cualquier configuración del cubo en su mínima expresión. En 2010, se demostró que cualquier estado del cubo puede resolverse en 20 movimientos o menos, utilizando la notación estándar de movimientos (U, D, L, R, F, B). Este resultado se obtuvo mediante el análisis exhaustivo de todas las configuraciones posibles con la ayuda de supercomputadoras.

El cubo es un objeto tridimensional que pertenece a la categoría de sólidos platónicos y exhibe simetrías que pueden estudiarse con la teoría de grupos (Stillwell, 2008). Su grupo de simetría es el grupo octaédrico, ya que cada rotación y reflexión del cubo se asocia con un movimiento en el espacio tridimensional. Los ejes de simetría pueden analizarse mediante transformaciones geométricas, como rotaciones y reflexiones en el espacio euclidiano.

3.3.3 El Cubo de Rubik y el desarrollo de pensamiento algorítmico

El Cubo de Rubik ha sido ampliamente reconocido como una herramienta que favorece el desarrollo de habilidades cognitivas y matemáticas. Diversos estudios han señalado su impacto en el fortalecimiento del pensamiento crítico, la atención y la memoria, habilidades fundamentales en el aprendizaje de la matemática (Cano-Parra, 2018; Guevara Neyra, 2024).

Panca y Erick (2020) destacan su utilidad en la enseñanza de la simetría, la combinatoria y la geometría tridimensional, conceptos que suelen ser abstractos para los estudiantes cuando se presentan de manera tradicional. A través de la manipulación del Cubo, los alumnos podrían explorar transformaciones espaciales y las relaciones entre diferentes posiciones del objeto, lo que refuerza su capacidad de razonamiento espacial y visualización geométrica (Guzmán, 2007).

En un contexto educativo mediado por la tecnología, la implementación del Cubo de Rubik en versión digital podría ampliar las posibilidades de enseñanza. Jonassen (2010) resalta la importancia de los entornos digitales para la construcción del conocimiento, ya que ofrecen retroalimentación inmediata, lo que posibilita el aprendizaje por descubrimiento. Además, la digitalización del cubo posibilitaría la integración de herramientas de seguimiento y análisis del desempeño de los estudiantes, permitiendo un enfoque más personalizado del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

4. Diseño Metodológico

Este primer apartado se presentan los fundamentos metodológicos y los procedimientos que se implementaron en esta investigación, la cual se fundamenta en el paradigma de la Investigación Basada en Diseño (IBD), también conocida como *Design-Based Research* (DBR), que es una metodología cualitativa que busca diseñar e investigar intervenciones educativas en contextos reales en salón de clase, mediante un enfoque iterativo y colaborativo. Este tipo de investigación tiene como propósito generar conocimiento útil para la práctica educativa, mientras se desarrollan y refinan teorías sobre el aprendizaje y la enseñanza (Cobb et al., 2003; Bakker, 2018).

Según Gravemeijer y Cobb (2006), la IBD se estructura en tres fases principales: (1) la preparación y diseño, donde se establecen metas de aprendizaje, se diseñan actividades y se formulan hipótesis de aprendizaje; (2) la experimentación, que consiste en la implementación de dichas actividades en el aula y la recolección de datos; y (3) el análisis retrospectivo, donde los investigadores analizan los resultados para validar o ajustar las conjeturas iniciales y rediseñar el ciclo si es necesario. Esta lógica cíclica permite que las intervenciones sean adaptadas progresivamente según las evidencias recolectadas.

Cada fase contribuye al refinamiento de las conjeturas de aprendizaje formuladas y a la validación de los resultados, en relación con los desafíos identificados en la pregunta problema. Además, se describe el contexto del estudio, los criterios de selección de los estudiantes, las fuentes de datos y los procedimientos analíticos empleados, todo lo cual permite profundizar en el fenómeno investigado.

4.1 Estrategia de Investigación

La estrategia metodológica adoptada en este trabajo corresponde a un experimento de enseñanza, una intervención que permite investigar procesos de aprendizaje en contextos educativos reales. Según Gravemeijer y Cobb (2006), este tipo de estrategia permite diseñar,

implementar y refinar progresivamente secuencias didácticas con el fin de generar conocimiento tanto sobre el aprendizaje de los estudiantes como sobre el diseño de la enseñanza. En este enfoque, el diseño no es un producto final cerrado, sino un proceso iterativo donde la teoría y la práctica se informan mutuamente.

Esta investigación se organiza en tres fases principales: la preparación del experimento, que incluye la construcción teórica y el diseño de las actividades de aprendizaje; la implementación, en la que se aplican las actividades en el aula con los estudiantes; y el análisis retrospectivo, que implica la sistematización y categorización de los datos recogidos para evaluar la evolución del aprendizaje (Cobb & Gravemeijer, 2008).

De este modo, el experimento de enseñanza no solo proporciona datos para evaluar el desarrollo de habilidades algorítmicas, sino que también permitirá refinar el diseño de la intervención didáctica, al identificar dificultades, oportunidades de aprendizaje y nuevas formas de pensar por parte de los estudiantes. Esto convierte la estrategia en una vía efectiva para investigar el pensamiento matemático en la práctica educativa, alineándose con los principios fundamentales de la IBD.

4.1.1 Fase de preparación

En esta etapa inicial, se realizó una revisión sistemática de la literatura académica enfocada en dos ejes fundamentales: (i) el pensamiento algorítmico y su relación con el pensamiento matemático en la educación media, y (ii) el uso didáctico del Cubo de Rubik como herramienta para favorecer habilidades cognitivas y matemáticas. Esta revisión permitió construir el marco teórico y establecer las categorías analíticas desde las cuales se interpretaron los datos obtenidos.

A partir de estos referentes, se diseñó una secuencia de actividades de aprendizaje orientada a promover el desarrollo de habilidades específicas del pensamiento algorítmico, descomposición, reconocimiento de patrones y diseño de algoritmos (Wing, 2006; Brennan & Resnick, 2012) mediante actividades progresivas y contextualizadas con el uso del Cubo de Rubik en su versión digital.

Durante esta fase también se definieron los instrumentos de recolección de datos, que incluyen observaciones de aula, grabaciones de audio, registros escritos de los estudiantes y notas del investigador, con el fin de capturar tanto las estrategias de resolución como las interacciones entre estudiantes. Así mismo, se tuvo en cuenta los criterios éticos para el trabajo con menores de edad, incluyendo consentimiento informado a padres y directivos escolares.

4.1.2 Fase de experimentación

Las actividades se implementaron en la Institución Educativa Eustaquio Palacios Sede Central en la ciudad de Cali, con un grupo de 5 estudiantes de grado 11, durante 2 sesiones las cuales fueron documentadas.

4.1.3 Fase de Análisis Retrospectivo de los Datos

En esta fase final, se consolidará y organizará la información recogida durante la implementación. Se harán rejillas de análisis que integran las categorías previamente definidas, junto con nuevas categorías emergentes a partir de los datos. Estas rejillas tendrán las transcripciones parciales de diálogos estudiantiles, fotografías del trabajo en grupo, análisis de producciones escritas y reflexiones del investigador.

El análisis se centra en identificar cómo los estudiantes abordaron las actividades desde un enfoque algorítmico, cómo evolucionaron sus estrategias de resolución de problemas, y qué dificultades conceptuales o procedimentales se presentaron. Este enfoque permitirá evaluar la efectividad de las actividades diseñadas y ajustar las conjeturas sobre el aprendizaje del pensamiento algorítmico.

4.2 Fuente de Datos

A continuación, se presentan las diferentes fuentes de datos que se emplearon durante la investigación (ver Tabla 3). Estas fuentes han sido seleccionadas estratégicamente con base en criterios de pertinencia y relevancia, con el fin de capturar y analizar el desarrollo de las habilidades de pensamiento algorítmico de los estudiantes en el contexto de la implementación de la THA diseñada con el Cubo de Rubik. La recolección de datos se tomó desde la observación

inicial hasta la documentación detallada de las interacciones y producciones de los participantes a lo largo de las sesiones de trabajo.

Tabla 3. Fuentes de datos

Fuente de datos	Propósito
Notas de campo registradas por el investigador	Se utilizaron para registrar observaciones relevantes, comportamientos significativos, dificultades, estrategias de solución y eventos que aportaron información sobre el desarrollo del pensamiento algorítmico. Estas notas permitieron complementar y contextualizar la información obtenida de otras fuentes.
Grabaciones en audio de segmentos de la clase durante la implementación	Se documentaron grabaciones de audio de los estudiantes mientras desarrollaban las actividades propuestas. Las grabaciones permitieron un análisis más profundo de las estrategias utilizadas, además de facilitar la transcripción y revisión detallada de los procesos observados.
Hojas de trabajo de los estudiantes	Las producciones escritas de los estudiantes permitieron evaluar el progreso individual en la construcción de habilidades de pensamiento algorítmico. Estas hojas se utilizaron para identificar patrones de razonamiento, errores recurrentes y tipos de estrategias utilizadas en la resolución de problemas con el Cubo.

4.3 Procedimientos de Análisis de los Datos

El análisis de los datos recopilados incluyendo fotos, grabación de audio, hojas de trabajo de los estudiantes y registros de observación se realizaron siguiendo los lineamientos de la Teoría Fundamentada (Strauss & Corbin, 2002; Teppo, 2015) y la metodología sugerida por Bakker (2018) para investigaciones basadas en el diseño educativo.

El proceso de análisis de datos se estructuró en las siguientes etapas:

Organización de la información: Todos los datos (audios, fotos, hojas de trabajo y observaciones) se organizaron en carpetas digitales y físicas clasificadas por sesión y por tipo de fuente, con el fin de mantener una trazabilidad clara que facilitó el análisis de las actividades.

Reducción y depuración de los datos: Se hizo una lectura y revisión del material recolectado, descartando fragmentos irrelevantes para los objetivos del estudio y seleccionando aquellos momentos significativos relacionados con la manifestación de habilidades de pensamiento algorítmico. Este apartado también incluye contrastar distintas fuentes de datos: fotografías, audio, (producciones escritas de los estudiantes).

Identificación de temas y patrones: Se llevó a cabo una descripción analítica de los datos, en conversación con las categorías teóricas de la investigación. Este diálogo entre los datos y la teoría permitió el reconocimiento de patrones emergentes en la interacción entre los estudiantes y las actividades de aprendizaje propuestas.

4.4 Consideraciones Éticas

Para la realización de esta investigación, se redactó una carta de consentimiento informado dirigida a los acudientes de los participantes, teniendo en cuenta de que la actividad se trató con menores de edad. En dicha carta se aclararon los objetivos de la investigación y la finalidad educativa del estudio, así como las condiciones de confidencialidad y manejo seguro de los datos obtenidos. Asimismo, se informó formalmente a la institución educativa acerca del propósito de la investigación y de las actividades que se desarrollaron. Requiriendo así, su

autorización expresada mediante una firma del consentimiento informado, confirmando de esta manera la participación voluntaria de los estudiantes y su aceptación de los términos de confidencialidad establecidos.

5. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje

En este apartado, se presenta la trayectoria hipotética de aprendizaje que busca favorecer el desarrollo progresivo de habilidades de pensamiento algorítmico en los estudiantes de educación media, integrando el uso del Cubo de Rubik en su versión digital como herramienta didáctica. Las siguientes actividades tienen la intención de presentar algunas situaciones que promueven la descomposición de problemas, el reconocimiento de patrones y el diseño de algoritmos.

5.1 Hipótesis

En este apartado se describen las hipótesis que orientan el diseño, la cual articula recursos digitales, el uso del Cubo de Rubik en su versión virtual y estrategias de enseñanza basadas en la resolución de problemas. Estas hipótesis se formularon a partir del marco teórico tomando elementos como: pensamiento algorítmico, pensamiento matemático y el uso de objetos manipulativos digitales en el aprendizaje (Wing, 2006; Brennan & Resnick, 2012; Gravemeijer & Cobb, 2006). Asimismo, se tuvieron en cuenta los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 2006), que destacan la importancia del razonamiento lógico, la resolución de problemas y la exploración de patrones como ejes del aprendizaje matemático.

Para el diseño de las actividades, se introdujo el lenguaje del Cubo de Rubik, explicando la notación estándar utilizada para describir los movimientos (por ejemplo: U, D, L, R, F, B para indicar giros en sentido horario de cada cara; y U', D', L', R', F', B' para indicar giros en sentido antihorario) y empiecen a establecer relaciones entre el movimiento físico y su representación simbólica.

Tabla 4. Hipótesis sobre el aprendizaje de los estudiantes

DESCRIPCIÓN	SE ESPERA QUE LOS ESTUDIANTES LOGREN
Hipótesis que reúnen sugerencias de aspectos curriculares y didácticos	A partir de que el estudiante logre reconocer el Cubo de Rubik como un sistema organizado de piezas móviles, es posible que identifique relaciones espaciales y dependencias entre sus elementos.
	Comprender que resolver el cubo requiere descomponer un problema complejo en subtarear, reconociendo que cada capa o sección corresponde a una meta intermedia dentro de un algoritmo mayor.
	Identificar patrones que se repiten durante los movimientos del cubo, relacionándolos con secuencias y ciclos, lo cual favorece la construcción de procedimientos más estables y controlados.
	Establecer conexiones entre acciones y consecuencias: comprender que cada movimiento afecta simultáneamente varias piezas, desarrollando así la capacidad de anticipar resultados.
	Reconocer que los algoritmos no son simples listas de pasos, sino estrategias estructuradas que permiten alcanzar un objetivo de manera eficiente, comparando soluciones intuitivas con soluciones sistemáticas.

5.2 Metas, camino hipotético de aprendizaje y actividades

La THA plantea el camino mediante el cual los estudiantes de educación media puedan desarrollar progresivamente habilidades de pensamiento algorítmico a través del uso del Cubo de Rubik. En este sentido, la THA describe cómo, a partir de una secuencia de experiencias de manipulación, exploración, análisis y formalización, los estudiantes de 11° puedan avanzar desde comprensiones intuitivas hacia formas más estructuradas de razonamiento algorítmico, en coherencia con los lineamientos del MEN (2006) sobre resolución de problemas, razonamiento lógico y pensamiento variacional.

Las metas de aprendizaje presentadas en la Tabla 5 surgen directamente de las hipótesis que orientan el diseño y del marco teórico que fundamenta el desarrollo del pensamiento algorítmico. Tal como señalan Gravemeijer y Cobb (2006), en una THA las hipótesis cumplen la función de anticipar los procesos de pensamiento que los estudiantes podrían desplegar frente a determinadas tareas, y por ello constituyen la base conceptual para definir metas de aprendizaje progresivas. En esa línea, las hipótesis planteadas en este estudio expresan expectativas sobre lo que los estudiantes lograrán al interactuar con las actividades propuestas: reconocer el Cubo de Rubik como un sistema organizado de piezas móviles, identificar relaciones espaciales, establecer regularidades en secuencias de movimientos y construir procedimientos verificables, aspectos que coinciden con lo descrito por Noss y Hoyles (1996) respecto al aprendizaje mediado por objetos manipulativos.

Estas hipótesis funcionan como “pistas” sobre los procesos cognitivos que deberían emerger durante la implementación, y permiten traducir los fundamentos teóricos especialmente los relacionados con el pensamiento algorítmico en metas de aprendizaje específicas. Cada meta formulada corresponde a una de las habilidades centrales del pensamiento algorítmico descritas por Wing (2006) y Brennan y Resnick (2012), como la descomposición, el reconocimiento de patrones y el diseño de algoritmos. En ese sentido, cada meta está directamente vinculada con una expectativa expresada en las hipótesis, lo que asegura coherencia interna en la construcción de la THA.

De esta manera, la conexión entre hipótesis y metas es totalmente coherente: las hipótesis formulan lo que se anticipa que el estudiante será capaz de hacer, mientras que las metas traducen esas anticipaciones en logros observables que se espera que se desarrollen mediante las actividades de la trayectoria. Por ejemplo, si una hipótesis sugiere que el estudiante puede comprender que resolver el cubo implica dividir el problema en partes manejables, la meta correspondiente se orienta a que identifique la utilidad de organizar una secuencia lógica de pasos y comprender el papel de cada subproblema dentro de la solución, en concordancia con lo planteado por el MEN (2006) sobre la progresión de los aprendizajes. Del mismo modo, si las hipótesis plantean que los estudiantes reconocerán regularidades en los movimientos y los efectos

que producen, la meta se orienta al reconocimiento de patrones y simetrías, siguiendo la idea de que identificar regularidades es un componente central del pensamiento computacional (Wing, 2006).

Tabla 5. Un camino hipotético de aprendizaje de las habilidades de pensamiento algorítmico

METAS DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES
<i>Descomposición de problemas</i> - Identifica que un problema complejo puede dividirse en etapas más pequeñas y manejables. - Reconoce la utilidad de organizar los pasos en una secuencia lógica para acercarse a la solución. - Comprende que cada subproblema cumple una función dentro del proceso global.	Actividad 1 y 2
<i>Reconocimiento de patrones</i> - Identifica regularidades en la secuencia de movimientos que permiten generar un patrón específico. - Compara el estado actual del cubo con el patrón final para reconocer qué piezas no coinciden y qué movimientos podrían corregirlas.	Actividad 3
<i>Diseño de algoritmos</i> - Prueba el algoritmo usando el simulador digital y verifica si produce el estado deseado. - Observa repeticiones y simetrías en la	Actividad 4

estructura del patrón para anticipar pasos futuros.	
---	--

5.2.1 Descripción general de las actividades de aprendizaje

Las actividades de aprendizaje diseñadas para este trabajo de grado toman como punto de partida un conjunto de situaciones problemáticas contextualizadas, creadas específicamente para promover el desarrollo progresivo de habilidades de pensamiento algorítmico en estudiantes de educación media mediante el uso del Cubo de Rubik en su versión digital. Estas actividades se fundamentan en los principios de la THA, lo que significa que fueron planificadas de manera secuenciada con metas claras y coherentes, y orientadas a anticipar posibles formas de pensar de los estudiantes a medida que interactúan con el cubo.

Cada actividad fue elaborada a partir del análisis del Cubo de Rubik como objeto matemático, cognitivo y didáctico. Por ello, en su diseño se integran tres elementos esenciales: Un contexto cotidiano, una actividad manipulativa o digital y preguntas orientadoras.

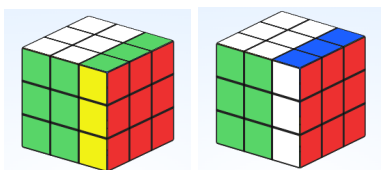
Las actividades se organizaron de manera que cada una aporta al desarrollo de una o varias habilidades específicas del pensamiento algorítmico: descomposición del problema, reconocimiento de patrones y diseño de algoritmos. Por ejemplo, algunas actividades invitan a dividir un procedimiento complejo en pasos, otras se centran en identificar regularidades en secuencias de movimientos, y otras piden construir o corregir algoritmos mediante notación formal.

Se les presenta a los estudiantes antes de iniciar con las actividades (ver Tabla 6) los movimientos básicos del Cubo de Rubik junto con su notación estándar.

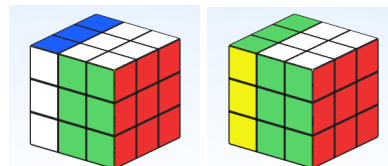
Tabla 6. Movimientos del Cubo de Rubik

Cara derecha, giro sentido horario se denota como R y su giro inverso (sentido antihorario)

se denota como R'.

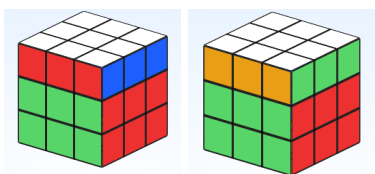


Cara izquierda, giro sentido horario se denota como L y su giro inverso (sentido antihorario) se denota como L'.



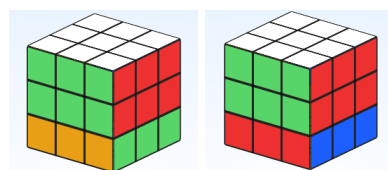
Cara superior, giro sentido horario se denota como U y su giro inverso (sentido antihorario)

se denota como U'.



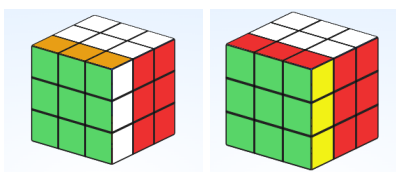
Cara inferior, giro sentido horario se denota como D y su giro inverso (sentido antihorario)

se denota como D'.



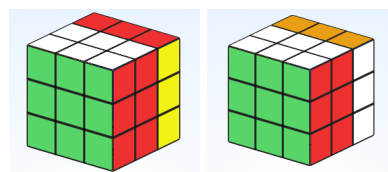
Cara frontal, giro sentido horario se denota como F y su giro inverso (sentido antihorario)

se denota como F'.



Cara trasera, giro sentido horario se denota como B y su giro inverso (sentido antihorario)

se denota como B'.



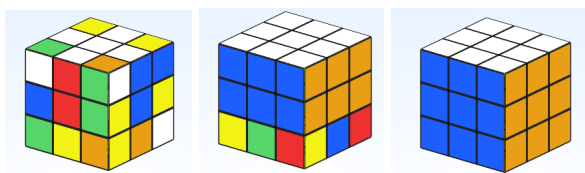
Nota. Imágenes tomadas de la página web rubikscu.be

5.2.2 Diseño de la actividad 1

La actividad 1 se compone de 3 momentos y está diseñada para introducir a los estudiantes en la lógica del pensamiento algorítmico a través de la *descomposición de problemas*, tomando como contexto una situación narrativa cercana:

“Juan lleva días intentando resolver el Cubo de Rubik, por más que ha intentado no logra resolverlo. Su amiga Marta le propone a Juan una serie de pasos que puede seguir para resolverlo: Primero una cruz, segundo las esquinas junto con las aristas y tercero la última cara.”

1. 2. 3.



Pregunta 1: ¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas en lugar de intentar resolverlo de una?

Pregunta 2: ¿Crees que es posible resolver el Cubo de Rubik sin seguir una serie de pasos? Si es posible ¿cómo lo harías?

Esta estructura permite que los estudiantes comprendan, de forma intuitiva, que resolver el cubo no implica actuar al azar, sino dividir la actividad en pasos más pequeños, secuenciales y manejables.

En un primer momento, se presenta a los estudiantes la situación de Juan y se les invita a reflexionar sobre la dificultad de resolver el Cubo de Rubik sin guía. La narrativa permite generar

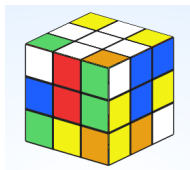
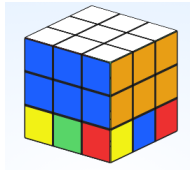
identificación con el personaje y activar representaciones previas sobre desafíos complejos, estrategias intuitivas y frustraciones comunes.

A través de las primeras preguntas —como “¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas?”— se espera que los estudiantes expresen espontáneamente ideas asociadas con: Ordenar un proceso, reducir la complejidad inicial, fijarse metas parciales antes de lograr el objetivo global y evaluar avances de forma progresiva.

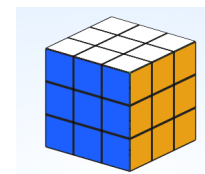
Este momento funciona como una aproximación inicial a la descomposición de problemas, sin necesidad de introducir formalismos aún. Se busca que los estudiantes descubran que resolver un sistema complejo implica identificar subproblemas y trabajar sobre ellos de manera independiente.

En el segundo momento, los estudiantes analizan (Ver Tabla 7) los pasos sugeridos por Marta (cruz → esquinas y aristas → última capa). Aquí se espera que puedan reconocer que:

Tabla 7. Pasos sugeridos por Marta

La cruz funciona como la base estructural del algoritmo.	
Las esquinas y aristas representan un segundo nivel de complejidad que depende del primero.	

La última cara requiere ajustes más finos que solo pueden lograrse si se han cumplido correctamente los pasos previos.



Este análisis permite evidenciar que el problema no solo se divide, sino que también se organiza jerárquicamente. Cada subproblema tiene una finalidad específica dentro del proceso global, y su resolución contribuye al progreso del estudiante dentro del algoritmo. Durante este momento, los estudiantes pueden contrastar estrategias propias con las propuestas, discutiendo ventajas, desventajas y posibles variantes, lo cual abre oportunidades para el razonamiento comparativo y la reflexión crítica. A través de estas reflexiones, los estudiantes comienzan a comprender que un algoritmo no es solo “un conjunto de pasos”, sino una secuencia eficiente, lógica y justificada para resolver un problema.

5.2.3 Diseño de la actividad 2

La Actividad 2 invita a los estudiantes a reflexionar sobre el llamado “*número de Dios*” del Cubo de Rubik, el cual afirma que cualquier estado del cubo puede resolverse en 20 movimientos o menos. Aunque esta afirmación proviene de estudios avanzados en teoría de grupos y combinatoria aplicados al cubo, su valor en el aula no radica en que los estudiantes comprueben matemáticamente el teorema, sino en que desarrollen habilidades de pensamiento algorítmico, especialmente la estimación, la evaluación de rutas de solución y la reflexión sobre la eficiencia de un algoritmo.

Pregunta 1: ¿Crees que se puede resolver el cubo en solo 20 movimientos? abre un espacio para que los estudiantes elaboren conjeturas, expresen sus creencias sobre la complejidad del cubo y contrasten intuición con análisis. Esta etapa promueve la formulación de hipótesis, un componente fundamental tanto del pensamiento algorítmico como del pensamiento matemático.

Pregunta 2: ¿Se harían los mismos movimientos en cada caso o varían? posibilita que los estudiantes comprendan que un algoritmo no siempre es universal, sino que puede depender del estado inicial del problema. Aquí se hace explícita la idea de que los algoritmos son sensibles a las condiciones de entrada, un principio central del pensamiento computacional y matemático (Wing, 2006; Brennan & Resnick, 2012). Con esta reflexión, los estudiantes pueden empezar a distinguir entre algoritmos generales, algoritmos específicos, y entre rutas óptimas versus rutas funcionales, introduciendo de manera intuitiva conceptos de eficiencia y complejidad algorítmica. Esta distinción es clave para el trabajo posterior en la THA, donde la construcción, ajuste y evaluación de procedimientos constituye un objetivo fundamental.

Pregunta 3: “intenta resolver el cubo en 20 movimientos o menos” integra el uso del Cubo de Rubik digital, lo cual permite que los estudiantes experimenten libremente y de forma segura sin temor a “dañar” el cubo o desajustar posiciones irreversibles. Al intentar resolverlo en un límite restringido de pasos, se favorece la planificación estratégica, la anticipación de consecuencias y la toma de decisiones informada, habilidades propias del diseño y evaluación de algoritmos. Además, enfrentar un desafío aparentemente inalcanzable promueve la metacognición: los estudiantes deben analizar por qué sus intentos fallan, qué decisiones aumentan los movimientos innecesarios y cómo podrían optimizar sus secuencias. Este proceso constituye un elemento esencial del pensamiento algorítmico: evaluar y mejorar un procedimiento existente. “Comparte tu experiencia”. Esta etapa cumple una doble función: por un lado, permite identificar concepciones, intuiciones y estrategias espontáneas de los estudiantes, útiles para el análisis de datos de la investigación; por el otro, promueve la regulación emocional, la motivación y el sentido de logro, aspectos relevantes para mantener el interés en una actividad cognitivamente exigente.

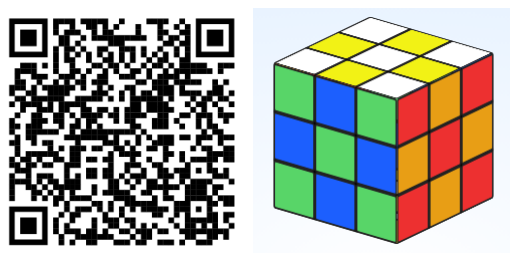
5.2.4 Diseño de la actividad 3

La Actividad 3 se plantea en 4 momentos que buscan que los estudiantes desarrollen la habilidad de reconocer patrones, una de las habilidades centrales del pensamiento algorítmico. La situación presenta a Miguel, un estudiante que intenta reproducir un patrón visual del Cubo de Rubik visto en redes sociales. Esta narración cumple dos funciones: contextualiza el problema en

un entorno cercano a los estudiantes y establece un reto cognitivo vinculante entre observación, inferencia y reproducción de secuencias.

“Miguel vió en internet un patrón muy llamativo que se puede hacer con el Cubo de Rubik, pero por más que lo ha intentado recrear no lo ha logrado. Escanea el código QR para ver Figura 8.”

Figura 8. Código QR del patrón

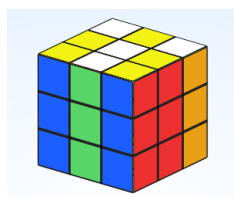


Pregunta 1: Indica los pasos a seguir para lograr hacer el patrón. Escribe el algoritmo.

En este momento inicial, se presenta a los estudiantes la imagen del patrón que Miguel desea construir. Se les invita a observar detenidamente los colores, la disposición de las piezas y las relaciones entre caras. A través de esta primera aproximación, se espera que los estudiantes: Identifiquen regularidades en la posición de colores, comparen configuraciones entre diferentes caras del cubo y diferencien elementos estructurales esenciales del patrón (por ejemplo, alternancias, simetrías, repeticiones).

Este proceso promueve una percepción analítica que constituye la base del reconocimiento de patrones, pues los estudiantes deben distinguir qué características son relevantes para reproducir el patrón y cuáles son accesorias.

“Miguel muestra lo máximo que ha logrado llegar al patrón. Indicale a Miguel el algoritmo correcto que le falta para llegar a la solución.”



- a. $L2, U2, R2$
- b. $U2, F2, U2$
- c. $D2, U2, F2$
- d. $F2, U2, D2$

Pregunta 2: En el segundo momento, los estudiantes deben inferir qué secuencia de movimientos podría conducir al patrón observado. Aquí comienza la articulación entre lo visual y lo procedimental:

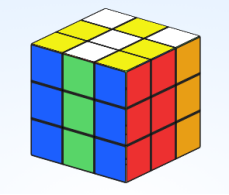
- A partir de la configuración inicial mostrada por Miguel, los estudiantes deben inferir qué movimientos faltan.
- Deben comparar el “estado actual” del cubo con el “estado objetivo”, estableciendo diferencias y anticipando acciones correctoras.
- Se promueve la hipótesis de algoritmos y la validación de estos mediante ensayo, exploración y contraste.

Este momento es crucial porque los estudiantes deben descubrir que los patrones visibles pueden originarse a partir de movimientos repetitivos o simétricos. Así, la actividad introduce la relación entre movimientos físicos y construcciones simbólicas, una conexión fundamental en el pensamiento algorítmico.

Pregunta 3: Una vez identificado el patrón y deducida la secuencia de movimientos, se solicita a los estudiantes que escriban el algoritmo. Esta fase implica traducir la intuición en un lenguaje formal, lo cual es esencial tanto para las matemáticas como para la informática. La escritura del algoritmo puede desarrollar habilidades algorítmicas, pues los estudiantes reflexionan explícitamente sobre cómo llegaron al resultado, evaluando si su secuencia es eficiente, repetible y generalizable.

La actividad finaliza con el análisis del avance logrado por Miguel (Ver Tabla 8); es decir, el patrón “incompleto”. Esto exige que los estudiantes:

Tabla 8. Hipótesis de la actividad 3

Detecten el error o la parte faltante del procedimiento.	 a. $L2, U2, R2$ b. $U2, F2, U2$ c. $D2, U2, F2$ d. $F2, U2, D2$
Comparen el estado parcial del cubo con el patrón objetivo.	
Determinen qué movimientos están mal o incompletos.	
Encuentren el algoritmo complementario para completar el patrón.	

En esta fase se profundiza en la comprensión de la estructura del patrón, pues el estudiante debe reconocer qué modificaciones son necesarias para alcanzar la configuración correcta, reforzando el pensamiento lógico-secuencial.

5.2.5 Diseño de la actividad 4

La Actividad 4 introduce a los estudiantes a una propiedad fundamental del Cubo de Rubik: la periodicidad de ciertos algoritmos, es decir, la posibilidad de que una secuencia de movimientos, al repetirse varias veces, regrese el cubo a su estado inicial. El algoritmo propuesto por Diego $R\ U\ R'\ U'$, conocido comúnmente como “el sexy move” en la comunidad cubera constituye un excelente punto de partida para que los estudiantes exploren esta idea de manera manipulativa y reflexiva. La pregunta central ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? promueve la experimentación activa, el registro sistemático y la observación

cuidadosa, todo lo cual es coherente con los procesos del pensamiento algorítmico asociados a la ejecución repetida, evaluación y verificación de un procedimiento.

Dicen que si aplicas varias veces el mismo algoritmo en el Cubo, volverás al inicio.

Pregunta 1: Diego quiere probar la teoría para ver si es verdadera o falsa, pone a prueba el siguiente algoritmo: $R U R' U'$ ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? Si la teoría es verdadera ¿Por qué crees que se cumple? Explica.

Desde el punto de vista conceptual, esta actividad permite que los estudiantes reconozcan que un algoritmo no solo transforma un estado inicial, sino que puede generar ciclos, es decir, secuencias que se repiten con un periodo determinado. Identificar este comportamiento cíclico los orienta hacia relaciones profundas entre el Cubo de Rubik y las estructuras algebraicas, especialmente la teoría de grupos, donde ciertos elementos tienen orden finito y cumplen que, al aplicarlos repetidamente, regresan al elemento identidad. Aunque los estudiantes de 11° no estudian teoría de grupos formalmente, la actividad ofrece una experiencia concreta de esta noción: repetir un proceso hasta regresar al punto de partida. Así, la idea abstracta de “orden de un elemento” se traduce en una experiencia tangible.

La segunda parte de la actividad, que pregunta si la teoría es verdadera y por qué se cumple, invita a los estudiantes a elaborar explicaciones sobre el comportamiento del algoritmo. Esta reflexión favorece la construcción de argumentos basados en regularidades observadas y no solamente en intuiciones. En este punto se activa la habilidad algorítmica de reconocimiento de patrones, pues los estudiantes deben identificar qué cambia y qué permanece invariante en el cubo después de cada repetición de la secuencia. Al observar que, por ejemplo, algunas piezas regresan rápidamente a su posición y otras siguen trayectorias más largas, los estudiantes desarrollan una comprensión inicial de cómo los algoritmos operan sobre diferentes subconjuntos de piezas, lo que también fortalece su razonamiento lógico-estructural.

Por otro lado, la actividad fomenta la habilidad algorítmica de evaluación de algoritmos, puesto que los estudiantes deben verificar si el resultado coincide con la predicción (volver al estado inicial) y justificar por qué sucede. Este ejercicio de contraste entre la ejecución real y la conjetura teórica es un componente clave del pensamiento computacional, en el cual la validación de un procedimiento es tan importante como su diseño. Asimismo, la repetición del algoritmo obliga a los estudiantes a reflexionar sobre la eficiencia y sobre la función de cada movimiento dentro de la secuencia, lo que favorece una lectura más profunda de los algoritmos empleados en la resolución del cubo.

Esta actividad constituye una oportunidad para observar la evolución del pensamiento algorítmico en un entorno manipulativo y significativo. Al combinar experimentación práctica, análisis de patrones, formulación de hipótesis y justificación matemática, la actividad permite identificar estrategias espontáneas de los estudiantes, dificultades recurrentes y niveles de comprensión del comportamiento de secuencias repetidas.

6. Análisis Retrospectivo de la Implementación

El análisis retrospectivo que se presenta a continuación corresponde al primer y único ciclo de diseño, implementación y análisis desarrollado en el marco de esta investigación basada en diseño. Si bien la metodología IBD plantea la posibilidad de realizar múltiples iteraciones para refinar progresivamente las hipótesis de aprendizaje (Gravemeijer & Cobb, 2006), en este estudio se llevó a cabo un solo ciclo debido a las condiciones temporales y logísticas de la implementación. No obstante, este ciclo permitió recoger información suficiente para examinar cómo los estudiantes se aproximaron al desarrollo de habilidades de pensamiento algorítmico mediante las actividades diseñadas alrededor del Cubo de Rubik.

El propósito central de este análisis es contrastar las conjeturas formuladas en la THA con las respuestas, estrategias y comportamientos observados en los estudiantes durante la implementación. Para ello, se incluyeron hojas de trabajo, registros audiovisuales y notas de campo. Este proceso analítico permitió comprender no solo los aciertos o dificultades en las actividades, sino también la manera en que los estudiantes construyen significados, desarrollan estrategias, cuestionan procedimientos y movilizan habilidades asociadas al pensamiento algorítmico.

El análisis se organiza por actividades, de modo que cada una muestra cómo los estudiantes enfrentaron los retos propuestos, qué formas de razonamiento emergieron y en qué medida se evidenciaron procesos como la descomposición de problemas, el reconocimiento de patrones y diseños de algoritmos.

6.1 Contexto de la implementación de la THA

La implementación se llevó a cabo en el sector oficial, específicamente en la Institución Educativa Eustaquio Palacios, ubicada en la comuna 20 del sur-occidente de Cali, Valle del Cauca. Esta institución atiende estudiantes desde los niveles de educación básica primaria hasta la educación media, y se caracteriza por recibir una población diversa tanto en dinámicas sociales como en trayectorias académicas. Para esta investigación, la implementación se realizó con estudiantes del grado 11-1, quienes hacen parte del último nivel de educación media.

El grupo participante estuvo conformado por cinco estudiantes, seleccionados con base en su disponibilidad y en el interés manifestado hacia el uso de herramientas digitales y actividades no convencionales dentro del área de matemáticas. Antes de iniciar las sesiones, se realizaron los procedimientos institucionales correspondientes para solicitar el permiso de ingreso y la autorización para el desarrollo de la actividad en horario escolar. Asimismo, se informó a los estudiantes sobre el propósito de la implementación, la dinámica de trabajo y el rol que desempeñarían dentro del proceso investigativo.

La THA se implementó durante dos jornadas de trabajo, realizadas los días 24 y 29 de octubre del presente año, cada una con una duración aproximada de una hora y treinta minutos.

A continuación se anexa la cantidad de asistentes en cada sesión de la implementación:

- 24 de Octubre del 2025: 5 estudiantes de 11-1
- 29 de Octubre del 2025: 5 estudiantes de 11-1

El desarrollo de las sesiones estuvo a cargo de Leandro Arboleda Jimenez (autor), quien dirigió las actividades, orientó las discusiones y registró observaciones relevantes para el análisis posterior. Se hizo una recolección de evidencias, incluyendo notas de campo, fotografías y grabaciones de audio, con el fin de documentar las interacciones, las estrategias de los estudiantes y las dificultades emergentes.

Durante la implementación, los estudiantes trabajaron tanto de manera individual como colaborativa, dependiendo de la naturaleza de cada actividad. En algunos momentos, resolvieron retos del Cubo de Rubik digital de forma personal, mientras que en otros intercambiaron ideas, compararon procesos y discutieron posibles algoritmos.

6.2 Análisis Retrospectivo Actividad 1

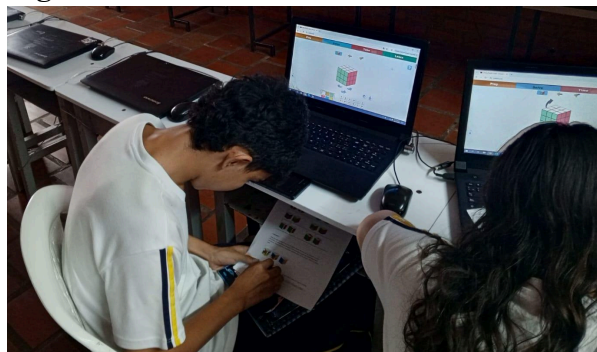
La primera sesión se abordó una breve contextualización del Cubo de Rubik seguido a su historia y sus movimientos, ya que, ninguno de los 5 estudiantes había tenido un encuentro anterior con el Cubo. Después, se dieron las pautas para el ingreso a la página interactiva rubikscu.be en donde podrían manipular el cubo. Luego se dio inicio a la primera actividad, la

cual busca introducir a los estudiantes a la habilidad de descomposición de problemas utilizando una secuencia inicial para resolver el Cubo de Rubik (cruz – esquinas – aristas – última capa). Para esta actividad cada uno de los estudiantes respondió de manera individual como se observa en las Figuras 9 y 10.

Figura 9. *Desarrollo de la actividad 1*



Figura 10. *Desarrollo de la actividad 1*



Se observó que los estudiantes comenzaron interactuando libremente con el cubo digital, intentando resolver partes de manera intuitiva. Esta exploración inicial fue importante para evidenciar sus expectativas acerca de lo que significa “resolver el cubo” y permitió identificar que varios asumían que la mejor estrategia era “probar movimientos al azar”, sin una secuencia clara o un propósito definido.

6.2.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 1 Pregunta 1

Una vez abordaron la pregunta de la actividad, surgieron discusiones sobre la necesidad de dividir el problema en partes.

E2: *¿Para todos los casos sirve el método de Marta o solo en situaciones específicas?*

E5: *Entre menos pasos es más fácil resolver.*

Este breve diálogo muestra dos reflexiones importantes: por un lado, **E2** cuestiona la generalidad del algoritmo propuesto, lo que indica que empieza a reconocer que los métodos no siempre son universales y que dependen del estado inicial del cubo. Por otro lado, **E5** introduce la idea de eficiencia, destacando la cantidad de pasos como un criterio relevante en la calidad de un algoritmo. Ambos comentarios evidencian que los estudiantes no solo comprendieron la idea de dividir el problema, sino que comenzaron a analizar críticamente las características de las soluciones propuestas. Además, se evidenció que los estudiantes empezaron a comparar sus estrategias previas basadas en ensayo y error con procedimientos más estructurados.

Figura 11. Hoja de trabajo de E3. Actividad 1 Pregunta 1

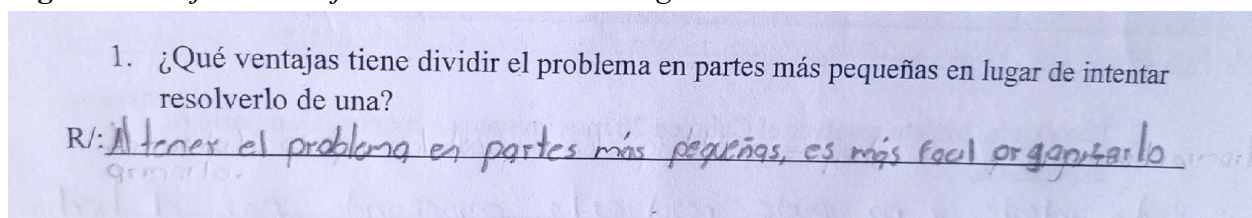
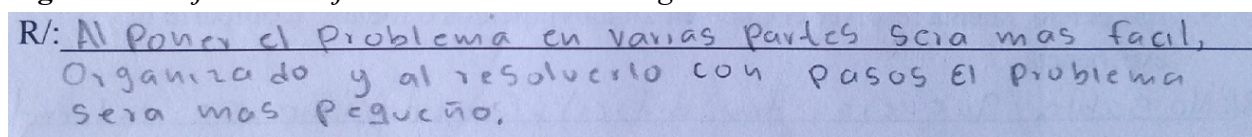


Figura 12. Hoja de trabajo de E2. Actividad 1 Pregunta 1



Todos los estudiantes expresaron que, al dividir el problema en partes pequeñas, les ayuda a organizar el Cubo ejemplo (Ver Figura 11 y 12), lo que reduce la dificultad y favorece la toma de decisiones secuenciales.

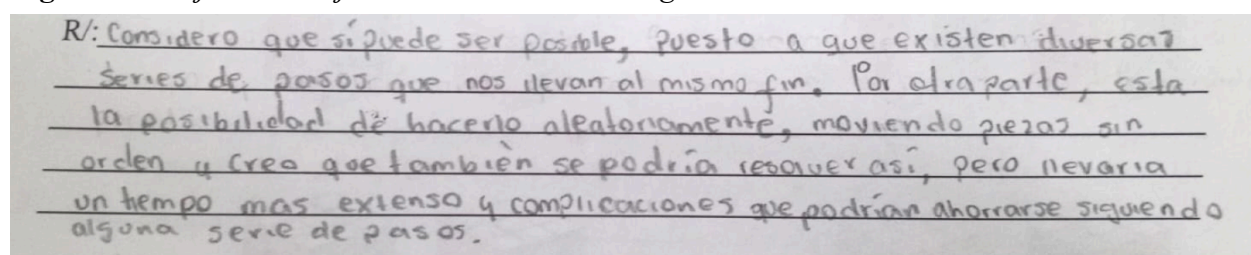
La implementación de la pregunta muestra que logró activar habilidades propias del pensamiento algorítmico, especialmente en lo relacionado con la descomposición y la organización secuencial de acciones. La comparación que realizaron los estudiantes entre “probar movimientos al azar” y seguir un procedimiento estructurado evidenció un cambio en su manera de enfrentar el reto: pasaron de una lógica exploratoria, intuitiva y poco controlada, a una lógica planificada, donde cada paso tenía un propósito específico. Asimismo, las respuestas escritas (ver Figuras 11 y 12) reflejan que los estudiantes fueron capaces de justificar por qué dividir el problema facilita la resolución del Cubo de Rubik, señalando beneficios como “organizar mejor los pasos”, “evitar perder lo que ya se hizo” o “tener claro qué se busca en cada etapa”. Esto indica que no solo comprendieron la estrategia, sino que también desarrollaron una metacognición inicial sobre su propio proceso de resolución.

De manera notable, varios estudiantes reconocieron que la efectividad de un método depende del estado inicial del cubo, lo que muestra una comprensión incipiente de la variabilidad de los algoritmos y de la importancia de adaptarlos a distintos contextos —una idea central tanto en matemáticas como en informática. Además, la referencia espontánea a la eficiencia (“entre menos pasos es más fácil”) revela que comienzan a adoptar criterios propios del análisis algorítmico, como optimización y minimización de movimientos.

6.2.2 Análisis Retrospectivo de la Actividad 1 Pregunta 2

La segunda pregunta de la actividad buscaba indagar si los estudiantes reconocen la necesidad o no de seguir una serie de pasos para resolver el Cubo de Rubik, y qué implicaciones tiene esta decisión en términos de estrategia, eficiencia y control del proceso. Las respuestas de **E1** y **E2** permiten observar niveles interesantes de comprensión sobre el carácter algorítmico de la resolución del cubo.

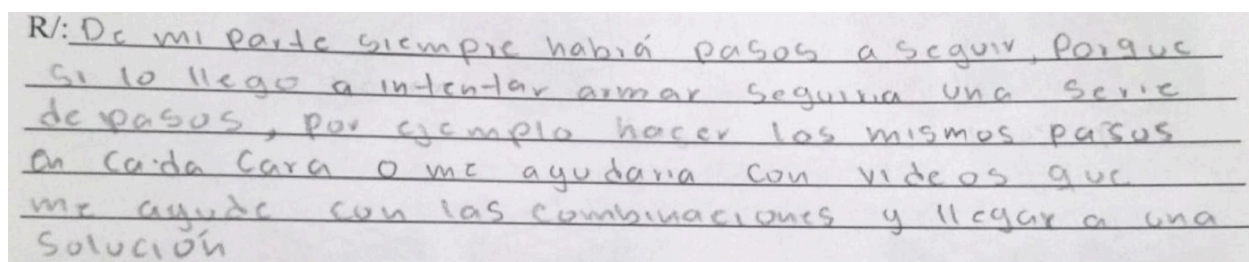
Figura 13. Hoja de trabajo de E1. Actividad 1 Pregunta 2



R/: Considero que sí puede ser posible, puesto a que existen diversas series de pasos que nos llevan al mismo fin. Por otra parte, está la posibilidad de hacerlo aleatoriamente, moviendo piezas sin orden y creo que también se podría resolver así, pero llevaría un tiempo más extenso y complicaciones que podrían ahorrarse siguiendo alguna serie de pasos.

En el caso de **E1** (ver Figura 13), se aprecia una reflexión que diferencia claramente dos caminos posibles: resolver mediante un algoritmo estructurado o intentar hacerlo de manera aleatoria (verbalizado como “mover piezas sin orden”). Aunque **E1** admite que ambas formas podrían eventualmente conducir a la solución, reconoce explícitamente que la vía aleatoria tiene mayores dificultades, consume más tiempo y puede generar errores innecesarios. Esta distinción evidencia que **E1** ha comprendido uno de los principios fundamentales del pensamiento algorítmico: los algoritmos existen para reducir la incertidumbre y ofrecer un método sistemático que mejora la probabilidad de éxito. Su comentario deja entrever una valoración temprana de la eficiencia y la optimización, lo cual constituye un avance respecto a la forma intuitiva y poco controlada en la que había interactuado inicialmente con el cubo.

Figura 14. Hoja de Trabajo de E2. Actividad 1 Pregunta 2



R/: De mi parte siempre habré pasos a seguir, porque si lo llego a intentar armar seguiría una serie de pasos, por ejemplo hacer los mismos pasos en cada cara o me ayudaría con videos que me ayude con las combinaciones y llegar a una solución.

Por otra parte, la respuesta de **E2** introduce una diferenciación clave: incluso cuando la persona cree que está “inventando” su propio método, en realidad está siguiendo una serie de pasos, aunque sean rudimentarios o repetitivos (“hacer los mismos pasos en cada cara”). Esta afirmación muestra una comprensión más estructural del concepto de algoritmo, pues **E2** reconoce que toda tentativa de resolución contiene implícitamente un orden y un procedimiento, aun cuando no esté formalizado como un algoritmo clásico. Además, al mencionar el uso de videos como referencia, deja ver que concibe los algoritmos como recursos externos que pueden ser internalizados, lo cual conecta con la noción de mediación y apropiación de estrategias propias de la educación matemática.

En una discusión con los estudiantes lograron articular por qué resolver el cubo sin pasos claros resulta “más difícil” o “más enredado”, pues algunos estudiantes interactuaron con el cubo antes de responder la pregunta, lo cual se les hizo imposible poder resolverlo sin una secuencia de pasos ejemplo claro comentario de E4.

E4: *Por más intento resolverlo no puedo, es muy difícil sin tener unos pasos claros.*

Varios destacaron que seguir un proceso ordenado “da dirección” o “evita perderse”, lo cual muestra que la actividad logró activar reflexiones sobre cómo enfrentar problemas complejos. Esta transición de estrategias intuitivas a estrategias planificadas coincide con los planteamientos de Wing (2006) y Brennan & Resnick (2012) respecto al surgimiento del pensamiento algorítmico en actividades manipulativas. En conjunto, la Actividad 1 permitió identificar avances significativos en la comprensión de la descomposición de problemas como estrategia para organizar procesos, evaluar alternativas y reconocer dependencias entre acciones. También permitió visibilizar tensiones entre intuición y método.

En conjunto, ambas respuestas reflejan un avance significativo en la comprensión de la naturaleza secuencial y lógica del proceso de resolución del cubo. Mientras E1 evidencia una comparación entre estrategias posibles (aleatoria vs. estructurada), E2 reconoce que la idea de “sin pasos” es prácticamente imposible, pues cualquier intento implica una planificación mínima. Se observa, por tanto, que los estudiantes comienzan a reconocer la importancia de organizar procedimientos, prever efectos de movimientos y anticipar resultados, lo cual constituye una base sólida para transitar hacia nociones más formales del pensamiento algorítmico, como la abstracción y el diseño de algoritmos.

Asimismo, este tipo de reflexiones confirma que la actividad no solo permitió abordar la descomposición del problema, sino que también abrió espacio para que los estudiantes cuestionaran la naturaleza misma de las soluciones posibles y la utilidad de los algoritmos en situaciones complejas. Este tipo de discusiones son fundamentales en el marco de la THA propuesta, pues fortalecen la relación entre la práctica con el Cubo de Rubik y el desarrollo de habilidades matemáticas como la organización, la planificación y el razonamiento lógico.

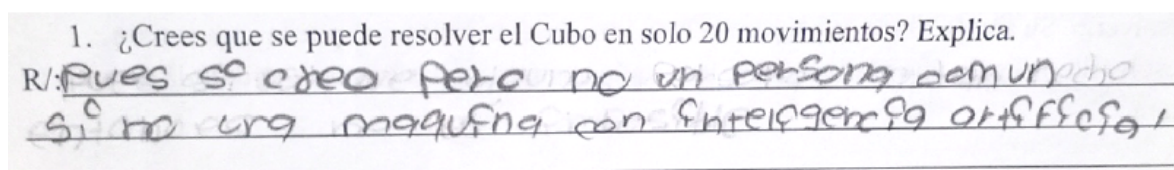
6.3 Análisis Retrospectivo Actividad 2

La segunda actividad se desarrolló después de que los estudiantes se familiarizaran con los movimientos básicos del Cubo de Rubik. En esta ocasión, el propósito fue introducirlos a una reflexión más profunda sobre la eficiencia algorítmica, a través de un concepto ampliamente reconocido en la comunidad cubera: el *número de Dios* (God's number). Esta noción establece que cualquier estado del cubo puede resolverse en 20 movimientos o menos, lo cual abre la puerta a discutir ideas como optimalidad, variación de trayectorias y la relación entre complejidad y soluciones mínimas.

Figura 15. *Desarrollo de la Actividad 2*



Antes de responder las preguntas, los estudiantes exploraron distintos estados del Cubo en la plataforma digital y, de forma espontánea, comenzaron a comparar cuánto tardaban en “arreglar” pequeñas partes del cubo. Esta exploración libre permitió evidenciar sus primeras intuiciones sobre dificultad, distancia a la solución y cantidad de pasos. Algunos estudiantes expresaron que “unos estados se veían más fáciles que otros”, mostrando así un reconocimiento inicial de que no todos los estados del cubo son equivalentes en términos de resolución.

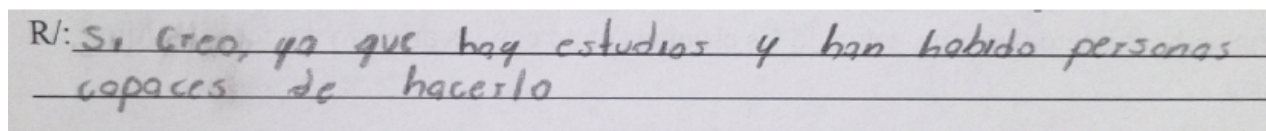


La primera pregunta de la Actividad 2 tenía como propósito explorar las concepciones iniciales de los estudiantes frente al llamado *número de Dios*, es decir, la afirmación matemática de que cualquier estado del Cubo de Rubik puede resolverse en un máximo de 20 movimientos óptimos. Esta pregunta permitió identificar creencias, expectativas y niveles de confianza que los estudiantes tenían respecto a la eficiencia de los algoritmos aplicables al cubo, así como sus referencias a fuentes de conocimiento externas (experiencia, tecnología o estudios previos).

Figura 16. Hoja de Trabajo de E5. Actividad 2 Pregunta 1

En la respuesta de E5, se observa una postura que reconoce la veracidad de la afirmación, pero introduce una separación marcada entre “una persona común” y “una máquina con inteligencia artificial”. Esta distinción revela dos ideas importantes. Primero, **E5** reconoce la complejidad del problema y la necesidad de un nivel de optimización que percibe como inaccesible para un ser humano promedio. Segundo, y más relevante desde la perspectiva del pensamiento algorítmico, **E5** atribuye esa optimización a la capacidad computacional de una máquina. Esta afirmación muestra que **E5** comprende, aunque de manera intuitiva, que la resolución en 20 movimientos implica un proceso de búsqueda y selección altamente eficiente, cercano al funcionamiento de algoritmos computacionales avanzados. En términos educativos, esto evidencia un vínculo entre la actividad y el desarrollo de una comprensión inicial sobre la diferencia entre resolver un problema y resolver un problema de manera óptima, distinción fundamental en el diseño algorítmico.

Figura 17. Hoja de Trabajo de E3. Actividad 2 Pregunta 1



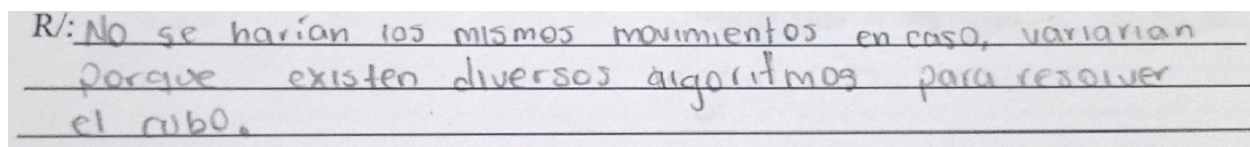
Por otro lado, la respuesta de **E3** se apoya en la existencia de evidencia previa: “ya que hay estudios y han habido personas capaces de hacerlo”. Esta justificación muestra una confianza basada en conocimiento externo, ya sea por divulgación científica o información circulante en redes. **E3** reconoce, sin profundizar en el cómo, que existen métodos que permiten lograr soluciones con un número de movimientos extremadamente reducido. Desde el punto de vista de la actividad, esta respuesta evidencia que el estudiante empieza a relacionar la práctica con el cubo con la existencia de algoritmos globales, generales y eficientes, aunque aún no distingue entre algoritmos humanos (como CFOP o Roux) y algoritmos computacionales utilizados en demostraciones del número de Dios.

En conjunto, ambas respuestas permiten identificar un hallazgo importante: para los estudiantes, la idea de “resolver en 20 movimientos” se presenta más como un fenómeno extraordinario que como un resultado lógico derivado de una estructura matemática del cubo. Esta percepción es coherente con la etapa en la que se encuentran dentro de la THA, pues aún están construyendo nociones sobre eficiencia algorítmica, secuencias óptimas y límites matemáticos del cubo. Además, sus respuestas muestran que la actividad provocó cuestionamientos sobre la naturaleza del algoritmo: su longitud, su complejidad y su relación con la capacidad humana o computacional. Esta pregunta permitió abrir la discusión hacia la optimización y el análisis de algoritmos, poniendo a los estudiantes en una posición donde no solo deben aceptar la existencia de una solución, sino reflexionar sobre qué características hacen posible que un algoritmo sea tan eficiente.

6.3.2 Análisis Retrospectivo de la Actividad 2 Pregunta 2

La segunda pregunta de esta actividad buscaba que los estudiantes reflexionaran sobre la relación entre el estado inicial del Cubo de Rubik y la selección del algoritmo adecuado para resolverlo. Este tipo de preguntas es clave en el desarrollo del pensamiento algorítmico porque introduce la idea de que los algoritmos no son recetas universales aplicables a cualquier situación, sino procedimientos que dependen de las características del problema en cuestión. Las respuestas de los estudiantes demuestran avances significativos en esta comprensión.

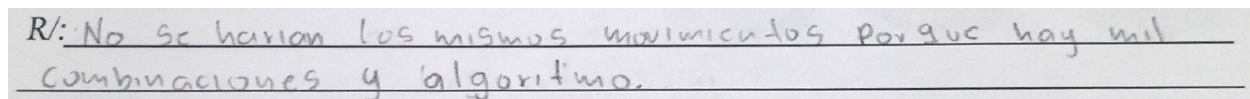
Figura 18. Hoja de Trabajo de E1. Actividad 2 Pregunta 2



R/: No se harían los mismos movimientos en caso, variarían porque existen diversos algoritmos para resolver el cubo.

En la respuesta de **E1**, se observa una afirmación directa: “variarían porque existen diversos algoritmos para resolver el cubo”. Con esta respuesta, E1 reconoce que no hay un único camino para llegar a la solución y que la diversidad de algoritmos implica decisiones y selecciones según la situación. Esta afirmación muestra que **E1** comienza a identificar la naturaleza no determinista del procedimiento humano al armar el cubo, pues comprende que cada algoritmo responde a una configuración particular. Desde la perspectiva del pensamiento algorítmico, esta respuesta evidencia un avance en la habilidad de descomposición, al reconocer que cada estado requiere pasos propios y no un procedimiento generalizado.

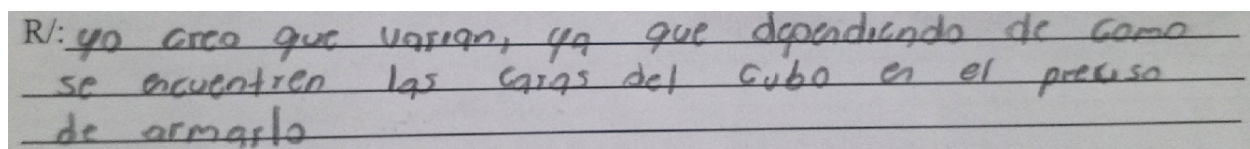
Figura 19. Hoja de Trabajo de E2. Actividad 2 Pregunta 2



R/: No se harían los mismos movimientos porque hay mil combinaciones y algoritmo.

Por otro lado, **E2** complementa esta idea introduciendo el concepto de la cantidad de combinaciones posibles del cubo: “hay mil combinaciones y algoritmos”. Aunque no utiliza un lenguaje técnico, **E2** alude de manera intuitiva a la magnitud del espacio de estados del cubo (43 trillones de configuraciones posibles). Esta referencia evidencia que el estudiante comprende que, dado el tamaño del problema, es imposible que un único algoritmo contemple todas las configuraciones. Esta respuesta permite inferir que **E2** está desarrollando pensamiento algorítmico en el sentido de reconocer patrones y clasificar situaciones, pues entiende que no todos los estados requieren o permiten los mismos movimientos.

Figura 20. Hoja de Trabajo de E3. Actividad 2 Pregunta 2



R/: yo creo que varían, ya que dependiendo de como se encuentren las caras del cubo en el proceso de armarlo

La respuesta de **E3** profundiza en un elemento clave del análisis algorítmico: “dependiendo de como se encuentren las caras del cubo”. Esta respuesta indica que el estudiante comprende que el algoritmo no se selecciona de manera arbitraria, sino que surge de un análisis inicial del estado del cubo. **E3** evidencia una habilidad temprana de abstracción, al vincular la elección del algoritmo con la lectura de la configuración del objeto, identificando qué piezas están resueltas, qué piezas están orientadas incorrectamente y qué patrones permiten seleccionar un procedimiento adecuado. Estas tres respuestas muestran que los estudiantes están comenzando a relacionar la resolución del cubo con una idea central del pensamiento algorítmico: la dependencia contextual de los algoritmos. Es decir, los algoritmos no operan sobre “problemas generales”, sino sobre estados específicos que deben ser interpretados. Esta comprensión es fundamental, pues aleja a los estudiantes de la idea de que basta con memorizar un conjunto de pasos fijos y los acerca a la noción de que resolver un problema implica leer el estado inicial, seleccionar un procedimiento y evaluar su pertinencia. Además, se evidenció que durante la discusión entre los estudiantes aparecieron comparaciones entre algoritmos “fáciles” y “complejos”, así como reflexiones sobre cuándo un algoritmo parece más conveniente que otro, lo que sugiere un avance en la construcción del criterio de eficiencia, uno de los componentes más profundos del pensamiento algorítmico.

6.3.3 Análisis Retrospectivo de la Actividad 2 Pregunta 3

La tercera pregunta de esta actividad invitaba a los estudiantes a enfrentar un desafío: intentar resolver el Cubo de Rubik en 20 movimientos o menos, un reto asociado al conocido “número de Dios”. El propósito pedagógico era provocar en los estudiantes una reflexión profunda sobre la complejidad del problema, las limitaciones de los enfoques intuitivos y la necesidad de contar con algoritmos eficientes. Las respuestas evidencian cómo los estudiantes comienzan a construir una comprensión más realista del Cubo como sistema matemático complejo y no simplemente como un juguete.

E3: *"Lo intenté, y no pude resolverlo, empezando por el hecho de que no sé armar más de una cara, y solo con una cara hago más de 20 movimientos, llego al momento en donde si muevo una desarmo la otra cara."*

La respuesta de **E3** destaca una dificultad propia de quienes resuelven el cubo de manera intuitiva: la imposibilidad de avanzar sin desarmar lo previamente construido. **E3** menciona que logra armar una cara, pero cualquier movimiento posterior “desarma la otra”. Esta observación es de gran valor pedagógico, pues evidencia que el estudiante está reconociendo un problema fundamental del cubo: la dependencia entre piezas y el desafío de preservar estructuras parciales. En términos de pensamiento algorítmico, esta experiencia muestra un avance en la comprensión de la secuenciación y del papel de los algoritmos como procedimientos diseñados para manipular ciertas piezas sin afectar otras. El estudiante está experimentando de forma directa la necesidad de algoritmos controlados que permitan actuar sobre un subconjunto de piezas mientras se preservan las ya resueltas, uno de los principios básicos del método en capas (layer-by-layer). Además, el comentario de **E3** revela que la estrategia inicial del estudiante se basa en el ensayo y error, lo cual explica por qué superar la marca de los 20 movimientos resulta imposible. Desde la perspectiva de la THA, esta respuesta es clave porque muestra un punto de partida común en los aprendices del Cubo: comprender que la intuición no es suficiente para lograr soluciones eficientes. Esta constatación abre la puerta para introducir de manera más clara conceptos como eficiencia, optimización y diseño algorítmico, habilidades esenciales para el desarrollo de pensamiento algorítmico.

E5: *"No pude porque no tengo la practica es muy dificil ya que soy principiante de pronto si soy profesional en esto si algo lo arme en 20 movimientos"*

Por su parte, la respuesta de **E5** apunta a otro aspecto relevante: la relación entre práctica, experticia y eficiencia. **E5** señala que es “muy difícil” resolverlo en 20 movimientos siendo principiante, y que tal vez un “profesional” sí podría lograrlo. Esta afirmación muestra que el estudiante reconoce que existe un conocimiento especializado detrás de la resolución del cubo, lo que implica una diferenciación entre resolver de manera básica y resolver con eficiencia. Este reconocimiento hace visible un avance en la comprensión del carácter técnico y sistemático de

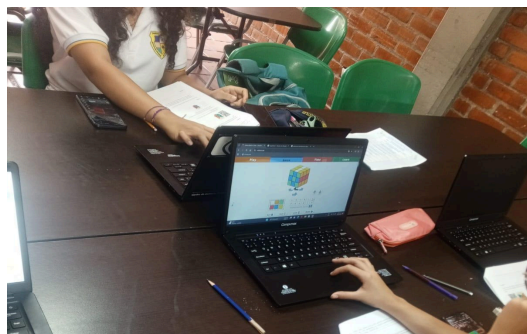
los algoritmos del cubo, así como de la idea de que resolver en 20 movimientos no depende de fuerza bruta o suerte, sino de un dominio profundo del espacio de movimientos y de técnicas avanzadas.

Ambas respuestas coinciden en un punto fundamental: los estudiantes se enfrentan a la noción de complejidad algorítmica, comprendiendo que no basta con “resolver”, sino que es necesario resolver bien, esto es, con un número limitado de pasos. Esta actividad, además de generar frustración productiva, permitió que los estudiantes contrastaran sus estrategias intuitivas con la existencia de algoritmos diseñados específicamente para minimizar movimientos. Desde la perspectiva de la enseñanza, esta reflexión es clave porque muestra que los estudiantes han comenzado a asociar los algoritmos con procesos optimizados, más allá de simples secuencias de pasos memorizadas.

6.4 Análisis Retrospectivo Actividad 3

La Actividad 3 tuvo como propósito principal introducir a los estudiantes en el reconocimiento de patrones y el diseño de algoritmos, dos habilidades esenciales del pensamiento algorítmico. A diferencia de actividades anteriores, que se enfocan en nociones más generales como la descomposición o la eficiencia, esta tarea colocó a los estudiantes frente a un desafío concreto: recrear un patrón visible en el Cubo de Rubik a partir de información parcial, apoyándose en un código QR que muestra el paso a paso para llegar al patrón. Esto permitió evaluar cómo los estudiantes interpretan configuraciones del cubo, identifican estructuras recurrentes e infieren movimientos necesarios para transformar un estado inicial en uno deseado.

Figura 21. *Desarrollo de la Actividad 3*

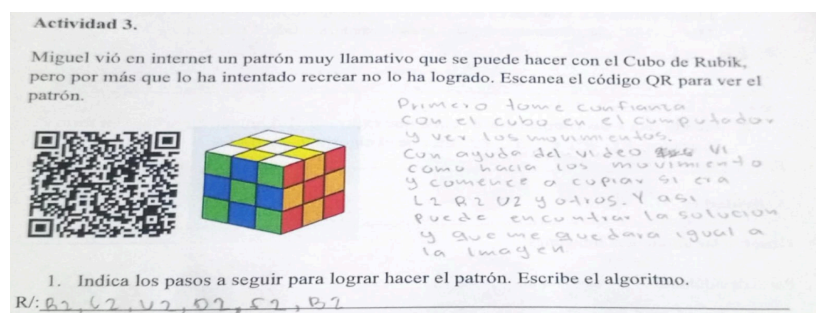


Antes de responder las preguntas, los estudiantes observaron atentamente el patrón presentado mediante el código QR y lo compararon con el estado de su propio cubo digital. Este proceso de observación inicial fue fundamental para evidenciar la manera en que activan la habilidad de detección de regularidades, dado que algunos expresaron espontáneamente que “las esquinas parecían cambiar de lugar pero los centros no”, lo cual muestra un avance conceptual importante: reconocer la invariancia del centro y la función estructural de las piezas.

6.4.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 3 Pregunta 1

En la primera pregunta de la Actividad 3, los estudiantes debían indicar los pasos necesarios para recrear el patrón presentado y escribir el algoritmo correspondiente. Esta tarea buscaba evidenciar cómo los estudiantes articulan la identificación de un patrón visual con la construcción de una secuencia algorítmica, y qué estrategias ponen en juego para deducir los movimientos necesarios.

Figura 22. Hoja de Trabajo de E2. Actividad 3 Pregunta 1



En la respuesta de **E2**: “Primero tomé confianza con el cubo en el computador y ver los movimientos, con ayuda del video que vi como hacia los movimientos y comencé a copiar si L2 R2 U2 y otros. Y así pude encontrar la solución y que me quedará igual a la imagen. R2, L2, U2, D2, F2, B2.” se observan varios elementos significativos del proceso de aprendizaje: En primer lugar, **E2** reconoce que necesitó explorar libremente el cubo digital antes de intentar construir el algoritmo, lo cual confirma que la fase inicial de familiarización es clave para permitir que los

estudiantes se sientan seguros manipulando el entorno. Esta exploración previa también fue fundamental para que lograra identificar qué movimientos producían efectos controlados sobre ciertas piezas, lo cual es indispensable para avanzar hacia una formulación algorítmica.

Asimismo, el estudiante menciona que recurrió a un video como apoyo, lo que muestra que comprende la necesidad de apoyarse en referentes externos para verificar procedimientos y comprender patrones previamente establecidos. Este comportamiento resulta coherente con los procesos propios del pensamiento algorítmico: buscar ejemplos, comparar secuencias y ajustar pasos hasta lograr el resultado esperado.

Otro aspecto relevante es que **E2** identifica y reproduce correctamente una secuencia compuesta por giros dobles (R2, L2, U2, D2, F2, B2), lo cual indica un reconocimiento de que estos movimientos permiten transformar el cubo sin alterar drásticamente todas sus piezas. En términos de habilidades cognitivas, esto evidencia un avance notable en el reconocimiento de patrones, pues los giros dobles son característicos de patrones clásicos del cubo debido a su capacidad de permutar grupos de piezas sin modificar otras.

Además, el hecho de que **E2** mencione que logró que su resultado “quedará igual a la imagen” muestra que realizó un proceso de verificación del algoritmo, comparando de manera sistemática el estado final de su cubo con el patrón objetivo. Esta comparación refleja el uso de la habilidad de evaluación algorítmica, entendida como la capacidad de comprobar si una secuencia de pasos produce el resultado deseado. La estrategia del estudiante revela una transición importante: pasa de una aproximación basada en ensayo y error hacia un procedimiento más estructurado, apoyado en una secuencia explícita de movimientos. Esto confirma que la actividad favoreció la consolidación de la idea de algoritmo como una secuencia ordenada, repetible y verificable, que es precisamente uno de los propósitos centrales de la THA.

6.4.2 Análisis Retrospectivo de la Actividad 3 Pregunta 2

En la segunda pregunta de la Actividad 3, los estudiantes debían analizar el estado parcial del cubo presentado por Miguel e identificar qué movimientos le faltaban para completar el patrón. Esta pregunta tenía la intención de profundizar en el reconocimiento de patrones, la comparación entre estados y el uso del razonamiento lógico para deducir un algoritmo incompleto.

E1: *Para llegar a la respuesta, primero tomé en cuenta el algoritmo que indiqué en la pregunta 1, lo fui haciendo y hasta L2 me estaba quedando igual a la imagen hasta que ya no quedaba como lo había hecho Miguel, ahí también me di cuenta de que el cambio estaba en la cara de arriba que es blanca y amarilla, por ende me di cuenta de que Miguel había hecho 3 movimientos R2, L2 y B2, por ende faltaba F2, U2 y D2. La opción d.*

En primer lugar, **E1** demuestra que comprendió la necesidad de comparar el estado parcial del cubo con el resultado esperado, reproduciendo el algoritmo que había formulado en la pregunta anterior. Al ejecutar nuevamente la secuencia, el estudiante identifica con precisión el punto en el que la configuración comienza a diferir de la imagen de referencia. Este tipo de comparación sistemática muestra el uso de habilidades de descomposición y verificación paso a paso, fundamentales en el pensamiento algorítmico.

De manera significativa, **E1** detecta que la diferencia clave se encuentra en la “cara de arriba”, lo cual evidencia que no solo reproduce movimientos, sino que observa y analiza cambios locales en el cubo, conectando visualización espacial con razonamiento algorítmico. El hecho de que mencione específicamente las piezas blancas y amarillas también sugiere que ha desarrollado un nivel de atención al detalle que supera la manipulación superficial del cubo y se acerca a una comprensión más estructurada de sus transformaciones.

Posteriormente, **E1** deduce qué movimientos Miguel sí ejecutó y cuáles omitió. Para ello identifica tres movimientos correctos R2, L2, B2 y, a partir de la diferencia entre su propio proceso y la posición mostrada, infiere que los movimientos faltantes son F2, U2 y D2. Esta inferencia muestra que **E1** realiza un reconocimiento de patrones. Esta respuesta muestra que la

actividad logró movilizar procesos complejos: reconstrucción de algoritmos, análisis de errores, identificación entre algoritmos y patrones.

6.5 Análisis Retrospectivo Actividad 4

El objetivo de esta actividad era que los estudiantes explorarán empíricamente cómo ciertos algoritmos, al repetirse suficientes veces, regresan el Cubo a su estado inicial. Para ello se propuso el algoritmo clásico $R U R' U'$, conocido por su capacidad de generar ciclos de piezas.

Desde el inicio de la actividad, los estudiantes mostraron curiosidad por la afirmación de que “si aplicas varias veces el mismo algoritmo, volverás al inicio”. Algunos la consideraban intuitivamente falsa —creían que repetir movimientos complicaría cada vez más el cubo— mientras que otros la veían plausible pero no sabían justificar por qué podría funcionar. Esto generó un ambiente favorable para la experimentación y la verificación.

Al ejecutar el algoritmo en el entorno digital, los estudiantes comenzaron a notar que, aunque las piezas cambiaban de posición tras cada aplicación, ciertos patrones se repetían después de varios ciclos. Esta observación inicial facilitó que comprendieran que los movimientos del Cubo no son arbitrarios, sino transformaciones estructuradas sobre un conjunto finito de estados.

6.5.1 Análisis Retrospectivo de la Actividad 4 Pregunta 1

En la pregunta 1 de la Actividad 4, los estudiantes debían determinar cuántas veces era necesario aplicar el algoritmo $R U R' U'$ para que el cubo regresara a su estado inicial, y explicar por qué este fenómeno ocurre.

Figura 23. Hoja de Trabajo de E1. Actividad 4 Pregunta 1

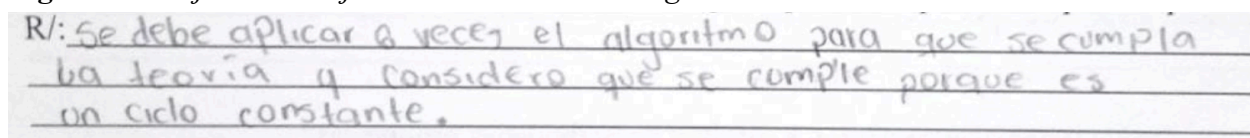
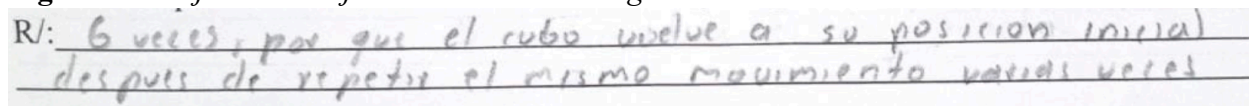


Figura 24. Hoja de Trabajo E4. Actividad 4 Pregunta 1



R/: 6 veces, por que el cubo vuelve a su posicion inicial
despues de repetir el mismo movimiento varias veces

Las respuestas de **E1** y **E4** (ver Figuras 23 y 24) muestran que ambos estudiantes lograron identificar correctamente que el algoritmo debe repetirse seis veces para que el cubo vuelva al punto de partida. Más allá de acertar en la cantidad, lo relevante es que ambos estudiantes ofrecieron explicaciones que evidencian una comprensión intuitiva del comportamiento cíclico del cubo. E1 afirma que “se cumple porque es un ciclo constante”, mientras que E4 señala que “el cubo vuelve a su posición inicial después de repetir el mismo movimiento varias veces”. Aunque estas explicaciones no están formalizadas matemáticamente, reflejan con claridad que los estudiantes reconocen la naturaleza repetitiva y estructurada de las transformaciones del cubo.

Los estudiantes identifican que el algoritmo no genera cambios indefinidos ni caóticos, sino que sigue un patrón cíclico que, tras un número finito de aplicaciones, retorna al estado inicial. Esta idea es clave dentro del pensamiento algorítmico y se relaciona directamente con conceptos como *órbita*, *ciclo* y *orden* de una permutación, aunque los estudiantes aún no las nombren de esta manera. Ambos estudiantes intuyen que el cubo opera bajo reglas que limitan sus posibles configuraciones. La noción de que “el cubo vuelve” no surge de memorizar una respuesta, sino de observar experimentalmente cómo ciertas secuencias repiten posiciones de manera sistemática. Se destaca que esta comprensión nació de la manipulación directa del cubo digital, lo que confirma que el entorno favoreció la exploración autónoma y la verificación empírica.

Además, esta pregunta permitió contrastar la percepción inicial de varios estudiantes, quienes en actividades anteriores asumían que repetir movimientos sin intención llevaba al cubo a estados cada vez más desordenados. La experimentación con $R\ U\ R'\ U'$ les permitió descubrir que algunas secuencias tienen estructura interna, lo que amplió su concepción sobre cómo “funcionan” los algoritmos del Cubo.

6.6 Síntesis de los Resultados de la Implementación

En este apartado se presentan los hallazgos más relevantes derivados del ciclo de diseño, implementación y análisis realizado en el marco de esta investigación. Estos resultados permiten dar respuesta tanto a la pregunta de investigación como a los objetivos planteados, articulándose con los conceptos que fundamentaron el estudio: el pensamiento algorítmico, el uso del Cubo de Rubik como recurso didáctico, la THA y la interacción entre los procesos de descomposición, reconocimiento de patrones, diseño de algoritmos.

La implementación de la THA permitió observar cómo los estudiantes se enfrentaron a una serie de actividades progresivas, cada una con un reto distinto, que los motivaba a construir, ajustar y comparar estrategias de resolución. A pesar de que no existía una única forma “correcta” de abordar los problemas, esta diversidad de aproximaciones fomentó la argumentación, la confrontación de ideas y la toma de decisiones fundamentadas. Así, la creatividad y la autonomía emergieron como elementos constantes en la manera en que los estudiantes desarrollaron sus procedimientos.

En relación con el objetivo de fundamentar el diseño de la THA, los resultados muestran que el uso del Cubo de Rubik “particularmente desde un entorno digital que permite manipulación segura y reversibilidad” favoreció la apropiación gradual de nociones propias del pensamiento algorítmico. Los estudiantes interactuaron con el Cubo desde acciones intuitivas iniciales hasta análisis más estructurados en actividades posteriores. El diseño por capas, la comparación de métodos, la aplicación repetida de secuencias y la búsqueda de eficiencia se convirtieron en oportunidades genuinas de aprendizaje algorítmico, coherentes con los supuestos teóricos que dieron origen a la THA.

En cuanto a las posibilidades didácticas del Cubo de Rubik, se evidenció que este recurso no solo despierta interés, sino que impulsa formas de razonamiento que suelen verse fragmentadas en el currículo escolar. La herramienta permitió que los estudiantes trabajaran de manera natural procesos como; La descomposición del problema, al separar el cubo en capas, patrones o estados parciales, reconocimiento de patrones, especialmente en actividades

relacionadas con permutaciones repetidas, algoritmos clásicos y patrones visuales y diseño de algoritmos, al elaborar secuencias, evaluar su efecto, revisar errores y ajustar procedimientos. El Cubo actuó como una herramienta donde los estudiantes podían explorar, fallar, retroceder y volver a probar, permitiendo un espacio de experimentación que fortaleció su comprensión operacional y estratégica.

Respecto al objetivo de analizar las interacciones entre pensamiento algorítmico y pensamiento matemático, la implementación mostró que los estudiantes movilizaron simultáneamente ideas como secuencia, ciclo, inversión, orden y trayectoria mínima. Aunque estas nociones no fueron abordadas desde su formalización matemática, fueron identificadas de manera intuitiva en expresiones como “es un ciclo”, “vuelve a lo mismo”, “faltan movimientos”, “este método es más rápido” o “depende del estado inicial”. Esto evidencia que el pensamiento matemático emergió como un soporte natural para el pensamiento algorítmico que se pretendía desarrollar.

Los estudiantes también reconocieron que distintos estados del cubo exigen diferentes algoritmos, lo que los llevó a reflexionar sobre variabilidad, generalidad y aplicabilidad de métodos. En actividades como la del “número de Dios”, se observó que lograban distinguir entre estados “más largos” y “más cortos” en términos de resolución, aproximándose de manera intuitiva a la noción de complejidad de un problema. Además, la manipulación digital del cubo favoreció el análisis retrospectivo y las reflexiones. El entorno permitió avanzar y retroceder movimientos, comparar trayectorias y observar efectos parciales del algoritmo, lo que enriqueció significativamente la experiencia y facilitó la verificación empírica de hipótesis planteadas por los propios estudiantes.

En síntesis, la implementación mostró que el Cubo de Rubik —integrado en una THA cuidadosamente diseñada— constituye un escenario didáctico potente para promover habilidades de pensamiento algorítmico en la educación media. Los estudiantes no solo completaron las actividades, sino que transformaron sus intuiciones iniciales en pensamientos más estructurados, acercándose a ideas clave que conectan la matemática escolar con prácticas contemporáneas de resolución de problemas.

7. Conclusiones

Las conclusiones de este trabajo surgen del propósito central de fundamentar el diseño, la implementación y el análisis retrospectivo de una trayectoria hipotética de aprendizaje construida alrededor del Cubo de Rubik. En esta investigación, el Cubo funcionó como un entorno

manipulable que permitió a los estudiantes construir y refinar sus estrategias a través de la exploración y la acción, en línea con lo planteado por perspectivas de aprendizaje basadas en diseño (Gravemeijer & Cobb, 2006; Bakker, 2018). De esta manera, el Cubo de Rubik se consolidó como un medio para promover procesos algorítmicos y formas de pensamiento matemático mediante la experimentación, la resolución de problemas y la reflexión sobre las propias acciones.

En relación con el primer objetivo específico, se encontró que el diseño de la trayectoria favoreció el desarrollo gradual de habilidades de pensamiento algorítmico. Las actividades permitieron que los estudiantes pasaran de una manipulación intuitiva del Cubo hacia formas más estructuradas de pensamiento, evidenciando procesos clave como la descomposición del problema, el reconocimiento de patrones y el diseño de algoritmos propios. Las actividades diseñadas ofrecieron retos crecientes y significativos, lo que motivó a los estudiantes a experimentar, justificar decisiones y reflexionar sobre sus procedimientos, alineándose con los principios del enfoque construccionista.

Respecto a las posibilidades didácticas del Cubo de Rubik, se identificó que este objeto constituye un recurso altamente pertinente para promover el pensamiento algorítmico. Su estructura finita y combinatoria permitió que los estudiantes formularán hipótesis, probaran estrategias, analizaran ciclos y discutieran sobre eficiencia. Durante la implementación, se observó que el Cubo generó un ambiente de exploración espontánea, donde los estudiantes no solo buscaban resolver las actividades, sino comprender por qué ciertos procedimientos funcionaban. Esta característica convierte al Cubo en un medio ideal para potenciar la reflexión matemática dentro del aula.

En cuanto a la interacción entre el pensamiento algorítmico y el pensamiento matemático, los resultados muestran que los estudiantes no sólo aplicaron algoritmos, sino que lograron reconocer conceptos matemáticos vinculados con ciclos, variación de estados, permutaciones y eficiencia. Aunque estas ideas no aparecieron formalizadas, sí emergieron en el razonamiento y las explicaciones de los estudiantes, especialmente cuando comparaban métodos o justificaban por qué un mismo algoritmo podía devolver el cubo a su estado inicial. Esta interacción evidencia

que el cubo funciona como un puente entre procesos algorítmicos y formas de pensamiento matemático más amplias.

A pesar de los avances logrados, la investigación presenta algunas limitaciones. La primera de ellas corresponde al tamaño reducido del grupo participante, conformado por solo cinco estudiantes, lo que restringe la generalización de los resultados. Además, el tiempo disponible para la implementación fue limitado, lo que impidió desarrollar actividades más extensas o profundizar en actividades más avanzadas relacionadas con la optimización de algoritmos.

A partir de los resultados obtenidos, se recomienda ampliar la implementación a cursos más numerosos y con más tiempo destinado a la exploración. También sería pertinente integrar el Cubo de Rubik como parte regular del currículo escolar, debido a que con este trabajo de investigación se ve potencial para promover el análisis, la lógica, la creatividad y la resolución de problemas. La experiencia sugiere la conveniencia de combinar Cubos físicos y digitales para favorecer tanto la manipulación concreta como la visualización dinámica. Asimismo, sería provechoso que futuros docentes recibieran formación en el uso didáctico del Cubo para orientar procesos de exploración reflexiva más allá de la simple reproducción mecánica de algoritmos.

Este trabajo abre puertas para nuevas investigaciones. Sería valioso implementar la trayectoria en estudiantes de otros niveles escolares, como básica secundaria o incluso primaria, donde la curiosidad y el juego pueden potenciar aún más el aprendizaje. También se podría explorar la experiencia con estudiantes sin conocimientos previos del Cubo o sin contacto con ambientes digitales, lo cual podría permitir observar cómo se construyen desde cero las nociones algorítmicas. Una proyección interesante sería desarrollar un mundo físico–digital que permita visualizar en tiempo real los efectos de los algoritmos en ambos tipos de Cubo. Finalmente, convendría investigar la transferencia del pensamiento algorítmico del Cubo hacia otras áreas de la matemática escolar.

En lo personal, este trabajo ha representado un proceso formativo profundo. La investigación me permitió comprender que la enseñanza no consiste solo en presentar contenidos,

sino en diseñar experiencias que despierten el interés, la creatividad y el razonamiento autónomo. A pesar de los desafíos surgidos —como el tiempo limitado, los recursos mínimos o la dificultad de coordinar la implementación— la investigación reafirmó mi convicción de que la docencia exige flexibilidad, capacidad de adaptación y disposición para transformar obstáculos en oportunidades de aprendizaje. Esta experiencia fortaleció mi mirada pedagógica, afianzó mi gusto por la enseñanza de las matemáticas y reafirmó mi compromiso con metodologías que promuevan la exploración, el pensamiento crítico y la curiosidad como motores del aprendizaje.

8. Referencias Bibliográficas

Aho, A. V., Lam, M. S., Sethi, R., & Ullman, J. D. (2006). *Compilers: Principles, Techniques, and Tools* (2nd ed.). Addison-Wesley.

Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools* (Doctoral dissertation).

Bakker, A., & van Eerde, D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education. En A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 429–466). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_16

Bakker, A. (2018). *Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203701010>

Brennan, K., & Resnick, M. (2012, April). New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. In *Proceedings of the 2012 annual meeting of the American educational research association, Vancouver, Canada* (Vol. 1, p. 25).

Boakes, N. J. (2009). Origami instruction in the middle school mathematics classroom: Its impact on spatial visualization and geometry knowledge of students. *Research in Middle Level Education Online*, 32(7), 1-12. doi.org/10.1080/19404476.2009.11462060

Boussaïd, I., Lepagnot, J., & Siarry, P. (2013). A survey on optimization metaheuristics. *Information Sciences*, 237, 82–117. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.02.041>

Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis* (9^a ed.). Brooks/Cole, Cengage Learning.

Cano-Parra, N. Y. (2018). *Atención, memoria y rendimiento escolar. Entrenamiento con el cubo de Rubik* (Master's thesis). <https://reunir.unir.net/handle/123456789/6467>

Cárcamo, A., & Fuentealba, C. (2023). A Hypothetical Learning Trajectory for Trigonometric Equations with Infinite Solutions. *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. In *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado* (pp. 196-196). <https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/pt/biblio-1196441>

Clements, D. H., & Sarama, J. (2015). Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach (2ª ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203763865>

Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003083528>

Clements, D. H., & Sarama, J. (2021). Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach (3ª ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003083528>

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). Introduction to Algorithms (3-rd edition). MIT Press and McGraw-Hill.

Gámiz Tallón, C. (2015). *Presencia de los materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas* (Bachelor's thesis). <http://hdl.handle.net/10481/40544>

Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press.

Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In *Educational design research* (pp. 29-63). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203088364>

Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational thinking in K-12: A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42(1), 38-43. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463051>

Guevara Neyra, J. R. (2024). Uso del Cubo de Rubik para desarrollar el Pensamiento Crítico en estudiantes de la IEPC Jesús Maestro-N. Chimbote. <https://repositorio.uns.edu.pe/handle/20.500.14278/4691>

Guzmán, M., & Conejo, J. (2021). *Materiales manipulativos y su impacto en el aprendizaje de algoritmos matemáticos*.

Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, 43, 19-58. <https://doi.org/10.35362/rie430750>

Jonassen, D. H. (2010). *Learning to solve problems: A handbook for designing problem-solving learning environments*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203847527>

Jurafsky, D., & Martin, J. H. (2025). *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition* (3^a ed.).

Knuth, D. E. (1997). *The art of computer programming* (Vol. 3). Pearson Education.

Lockwood, E., DeJarnette, A. F., Asay, A., & Thomas, M. (2016). Algorithmic Thinking: An Initial Characterization of Computational Thinking in Mathematics. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. <https://eric.ed.gov/?id=ED583797>

Lockwood, E., DeJarnette, A., Thomas, M., & Mørken, K. (2022, February). Exemplifying algorithmic thinking in mathematics education. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (No. 06). <https://hal.science/hal-03748468/document>

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*.

Mitchell, T. M. (1997). *Machine Learning*. McGraw-Hill.

Moreno-León, J., Robles, G., & Román-González, M. (2015). Dr. Scratch: Análisis Automático de Proyectos Scratch para Evaluar y Fomentar el Pensamiento Computacional. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (46).

Navas-López, E. A. (2024). Relaciones entre la matemática, el pensamiento algorítmico y el pensamiento computacional. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 15, e1929-e1929. doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v15i0.1929

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers* (Vol. 17). Springer Science & Business Media.

Okamoto, Y., & Miura, K. (2018). Applied origami: A method for building self-folding machines. *Science*, 345(6197), 647-651. doi.org/10.1126/science.1252610.

Padrón, N. P., Planchart, S. F., & Reina, M. F. (2021). Aproximación a una definición de pensamiento computacional. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 55-76. doi.org/10.5944/ried.24.1.27419

Panca, D., & Erick, H. Cubo de rubik como material didáctico en el aprendizaje del área de matemática en los estudiantes del cuarto grado de la IEP 70580 Chilla Juliaca-2020. <https://repositorio.unap.edu.pe/handle/20.500.14082/19188>

Papert, S. (1980). *Children, computers, and powerful ideas* (Vol. 10, pp. 978-3). Eugene, OR, USA: Harvester. <https://rafaelleviblog.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/11/mindstorms-chap1.pdf>

Pico, U. C. D. (2014). Las matemáticas en el desarrollo de algoritmos computacionales en estudiantes de análisis de sistemas. *Sinapsis: La revista científica del ITSUP*, 2(5), 10. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8280820>

Preparata, F. P., & Shamos, M. I. (1985). *Computational Geometry: An Introduction*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1098-6>

Román-González, M., Pérez-González, J. C., & Jiménez-Fernández, C. (2017). Which cognitive abilities underlie computational thinking? Criterion validity of the Computational Thinking Test. *Computers in Human Behavior*, 72, 678-691. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2016.08.047>

Rubik, E. (2020). *Cubed: The Puzzle of Us All*. Hachette UK.

Sagasti-Escalona, M. (2019). La ansiedad matemática. <http://hdl.handle.net/10396/20248>

Sarmiento, J. Q., Sánchez, R. L., & Gutiérrez, E. G. Q. (2023). El pensamiento computacional en el currículo de matemáticas de la enseñanza básica y la formación del profesorado: ¡ una segunda oportunidad!. *FPIEM: Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, (15), 203-226. dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9504898

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for research in mathematics education*, 26(2), 114-145. doi.org/10.5951/jresmetheduc.26.2.0114

Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91–104. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_2

Simon, M. A. (2020). Hypothetical Learning Trajectories in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 396–399). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_72

Singmaster, D. (1981). Notes on Rubik's magic cube.

Slocum, J. (2009). The cube: The ultimate guide to the world's bestselling puzzle: Secrets, stories, solutions.

Stillwell, J. (2008). *Naive Lie Theory*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-78214-0>

Strang, G. (2009). *Introduction to Linear Algebra* (4^a ed.). Wellesley-Cambridge Press.

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada* (2^a ed.). Universidad de Antioquia.

Teppo, A. R. (2015). Theory-Driven Research in Mathematics Education. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (3rd ed., pp. 537–562). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203608051.ch22>

Velasco Ramírez, M. L. (2020). *Resolución de problemas algorítmicos y objetos de aprendizaje: una revisión de la literatura*. RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 10(20), e022. <https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.630>

Villarreal, M. (2003). La investigación en educación matemática: ¿qué ocurre en Argentina? *Premisa*, 16(December), 4–12. <http://funes.uniandes.edu.co/23155/>

Vrancken, S., Engler, A., & Müller, D. (2018). La investigación basada en diseño como sustento de ambientes de aprendizaje para el aula de matemática. *Acta latinoamericana de Matemática educativa. Seccion 4. VOL, 31*.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33-35. doi.org/10.1145/1118178.1118215

9. Anexos

9.1 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E1

Nombre: *Hilary Dayana Lopez Perez* Grado: *11-1*

Actividades con el Cubo de Rubik

R *R'* *L* *L'*

U *U'* *D* *D'*

F *F'* *B* *B'*

Actividad 1.

Juan lleva días intentando resolver el Cubo de Rubik, por más que ha intentado no logra resolverlo. Su amiga Marta le propone a Juan una serie de pasos que puede seguir para resolverlo: Primero una cruz, segundo las esquinas junto con las aristas y tercero la última cara.

1. 2. 3.

1. ¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas en lugar de intentar resolverlo de una?

R/: *Dividir el problema en una serie de pasos nos permite llevar un procedimiento más ordenado y entendible, por ende más fácil.*

2. ¿Crees que es posible resolver el Cubo de Rubik sin seguir una serie de pasos? Si es posible ¿cómo lo harías?

R/: Considero que sí puede ser posible, puesto a que existen diversas series de pasos que nos llevan al mismo fin. Por otra parte, está la posibilidad de hacerlo aleatoriamente, moviendo piezas sin orden y creo que también se podría resolver así, pero llevaría un tiempo más extenso y complicaciones que podrían ahorrarse siguiendo alguna serie de pasos.

3. ¿Los pasos que Marta le propone a Juan son los más óptimos para resolver el Cubo? Explica.

R/: Los pasos de Martha son los más óptimos si Juan es un principiante, puesto a que no conlleva una dificultad muy alta ni experiencia previa. Pero si Juan ya es un jugador con experiencia y domina el algoritmo de capas, podría optar por serie de pasos más eficientes y veloces, hasta llegar a dominar el FOP.

Actividad 2.

Dentro del mundo del Cubo de Rubik existe lo que muchos llaman el número de Dios (God's number) que consiste en que no importa en qué estado de combinación esté el Cubo siempre se puede resolver en solo 20 movimientos.

1. ¿Crees que se puede resolver el Cubo en solo 20 movimientos? Explica.

R/: Sí es posible, pero considero que solo puede llevarse a cabo por parte de un profesional o un sistema diseñado a partir de procesos matemáticos, que incluso se podría optimizar para ser menos de 20.

2. ¿Se harían los mismos movimientos en cada caso para resolverlo o varían?

R/: No se harían los mismos movimientos en caso, variarían porque existen diversos algoritmos para resolver el cubo.

3. Haz el reto, intenta resolver el Cubo en 20 movimientos o menos. Comparte tu experiencia.

R/: No pude, lo intente varias veces y la máxima

que logre fue media cara, me parece solamente
difícil y me sorprende q. alguien pueda hacerlo
realmente, muy chévere.!!

Actividad 3.

Miguel vió en internet un patrón muy llamativo que se puede hacer con el Cubo de Rubik, pero por más que lo ha intentado recrear no lo ha logrado. Escanea el código QR para ver el patrón.



1. Indica los pasos a seguir para lograr hacer el patrón. Escribe el algoritmo.

R/: R2, L2, U2, D2, F2, B2

2. Miguel muestra lo máximo que ha logrado llegar al patrón. Indicale a Miguel el algoritmo correcto que le falta para llegar a la solución.

- a. L2, U2, R2
b. U2, F2, U2
c. D2, U2, F2
d. F2, U2, D2



R/: D

=para llegar a la respuesta,
primero tome en cuenta el
algoritmo que indique en la
pregunta 1, lo fui haciendo
y hasta L2 me estaba quedando
igual a la imagen hasta que
andé U2 y me di cuenta que
ya no quedaba como lo había
hecho Miguel, ahí también me di
cuenta que el cambio estaba
en la cara de arriba que esa
blanca y amarilla, por ende me
di cuenta de que
Miguel había hecho 3

Actividad 4.

Dicen que si aplicas varias veces el mismo algoritmo en el Cubo, volverás al inicio.

1. Diego quiere probar la teoría para ver si es verdadera o falsa, pone a prueba el siguiente algoritmo: $R U R' U'$ ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? Si la teoría es verdadera ¿Por qué crees que se cumple? Explica.

R/: se debe aplicar 6 veces el algoritmo para que se cumpla la teoría y considero que se cumple porque es un ciclo constante.

maximizar
R2 L2 y B2, por
ende faltaba
F2, U2 y D2,
la opción D.

9.2 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E2

Nombre: Nosly Valeria Garcia Romero Grado: 11-1

Actividades con el Cubo de Rubik

R R' L L'

U U' D D'

F F' B B'

Actividad 1.

Juan lleva días intentando resolver el Cubo de Rubik, por más que ha intentado no logra resolverlo. Su amiga Marta le propone a Juan una serie de pasos que puede seguir para resolverlo: Primero una cruz, segundo las esquinas junto con las aristas y tercero la última cara.

1. 2. 3.



1. ¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas en lugar de intentar resolverlo de una?

R/: Dividir el problema en varias partes sea mas facil, organizado y al resolverlo con pasos el problema sea mas pequeño.

2. ¿Crees que es posible resolver el Cubo de Rubik sin seguir una serie de pasos? Si es posible ¿cómo lo harías?

R/: De mi parte siempre había pasos a seguir, porque si lo llego a intentar armar seguía una serie de pasos, por ejemplo hacer los mismos pasos en cada cara o me ayudaría con videos que me ayude con las combinaciones y llegar a una solución.

3. ¿Los pasos que Marta le propone a Juan son los más óptimos para resolver el Cubo? Explica.

R/: En esta situación si, porque Juan es principiante y al ponerle una resolución de capas le será más fácil resolverlo ya que estos movimientos no tienen tanta dificultad que otros.

Actividad 2.

Dentro del mundo del Cubo de Rubik existe lo que muchos llaman el número de Dios (God's number) que consiste en que no importa en qué estado de combinación esté el Cubo siempre se puede resolver en solo 20 movimientos.

1. ¿Crees que se puede resolver el Cubo en solo 20 movimientos? Explica.

R/: Si, pero si tengo varias bases para resolverlo por ejemplo saber las combinaciones necesarias y tener experiencia en ello.

2. ¿Se harían los mismos movimientos en cada caso para resolverlo o varían?

R/: No se harían los mismos movimientos porque hay mil combinaciones y algoritmo.

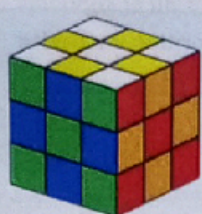
3. Haz el reto, intenta resolver el Cubo en 20 movimientos o menos. Comparte tu experiencia.

R/: No sabía que era tan difícil, cuando uno se enfrenta

Este problema entiendo que no es tan fácil

Actividad 3.

Miguel vio en internet un patrón muy llamativo que se puede hacer con el Cubo de Rubik, pero por más que lo ha intentado recrear no lo ha logrado. Escanea el código QR para ver el patrón.



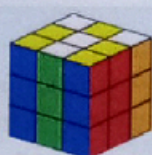
Primero tome confianza con el cubo en el computador y ver los movimientos. Con ayuda del video ~~que~~ vi como hacia los movimientos y comence a copiar si era L2 R2 U2 y otros. Y así puede encontrar la solución y que me quedara igual a la imagen

- Indica los pasos a seguir para lograr hacer el patrón. Escribe el algoritmo.

R/: B2, L2, U2, D2, F2, B2

- Miguel muestra lo máximo que ha logrado llegar al patrón. Indícale a Miguel el algoritmo correcto que le falta para llegar a la solución.

- L2, U2, R2
- U2, F2, U2
- D2, U2, F2
- F2, U2, D2



R/: D

Actividad 4.

Dicen que si aplicas varias veces el mismo algoritmo en el Cubo, volverás al inicio.

- Diego quiere probar la teoría para ver si es verdadera o falsa, pone a prueba el siguiente algoritmo: $R U R' U'$ ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? Si la teoría es verdadera ¿Por qué crees que se cumple? Explica.

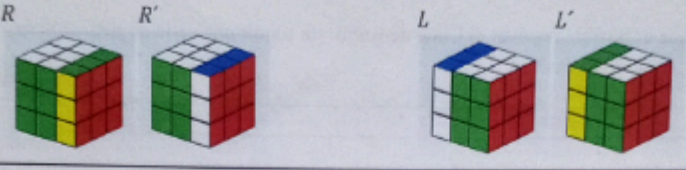
R/: Diego debe aplicar el algoritmo seis veces para que se cumpla esto sucede porque si cada repetición mueve las piezas a una posición distinta, pero al repetirlo muchas veces, todo se regresa a su lugar original

9.3 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E3

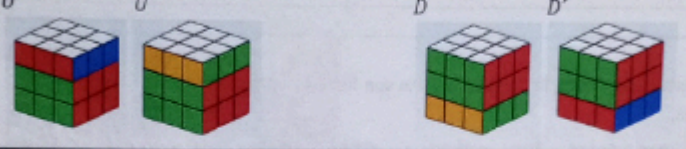
Nombre: Lesly Xiomara Valencia C. Grado: 11-1

Actividades con el Cubo de Rubik

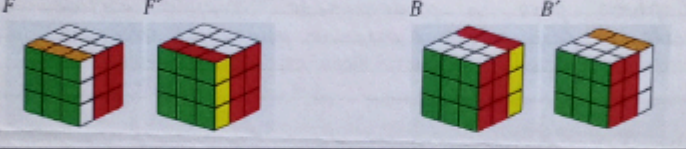
R **R'** **L** **L'**



U **U'** **D** **D'**



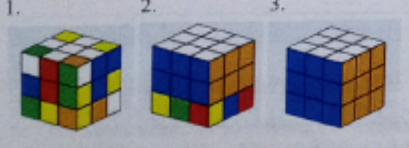
F **F'** **B** **B'**



Actividad 1.

Juan lleva días intentando resolver el Cubo de Rubik, por más que ha intentado no logra resolverlo. Su amiga Marta le propone a Juan una serie de pasos que puede seguir para resolverlo: Primero una cruz, segundo las esquinas junto con las aristas y tercero la última cara.

1. 2. 3.



1. ¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas en lugar de intentar resolverlo de una?

R: Mantener el problema en partes más pequeñas, es más fácil organizarlo

terminar de armarlo

2. ¿Crees que es posible resolver el Cubo de Rubik sin seguir una serie de pasos? Si es posible ¿cómo lo harías?

R/: Si, una de las posibilidades podría ser armar cara por cara

3. ¿Los pasos que Marta le propone a Juan son los más óptimos para resolver el Cubo? Explica.

R/: Si, ya que entre los métodos, petrus, Roux, Fridrich, CFOP el mas optimo para un principiante seria, el metodo que marta le propone a Juan este me parece el adecuado

Actividad 2.

Dentro del mundo del Cubo de Rubik existe lo que muchos llaman el número de Dios (God's number) que consiste en que no importa en qué estado de combinación esté el Cubo siempre se puede resolver en solo 20 movimientos.

1. ¿Crees que se puede resolver el Cubo en solo 20 movimientos? Explica.

R/: Si creo, ya que hay estudios y han habido personas capaces de hacerlo

2. ¿Se harían los mismos movimientos en cada caso para resolverlo o varían?

R/: Yo creo que varían, ya que dependiendo de como se encuentren las caras del cubo es el proceso de armarlo

3. Haz el reto, intenta resolver el Cubo en 20 movimientos o menos. Comparte tu experiencia.

R/: Lo intente, y no pude resolverlo, empezando por el berto

de que no se armen más de una cara, y solo sea una cara luego más de 20 movimientos. Llego al momento en donde si muevo una desarmo la otra cara.

Actividad 3.

Miguel vió en internet un patrón muy llamativo que se puede hacer con el Cubo de Rubik, pero por más que lo ha intentado recrear no lo ha logrado. Escanea el código QR para ver el patrón.



- Indica los pasos a seguir para lograr hacer el patrón. Escribe el algoritmo.

R/: R2, L2, B2, F2, U2, D2

- Miguel muestra lo máximo que ha logrado llegar al patrón. Indicale a Miguel el algoritmo correcto que le falta para llegar a la solución.

- L2, U2, R2
- U2, F2, U2
- D2, U2, F2
- F2, U2, D2



R/: D

Actividad 4.

Dicen que si aplicas varias veces el mismo algoritmo en el Cubo, volverás al inicio.

- Diego quiere probar la teoría para ver si es verdadera o falsa, pone a prueba el siguiente algoritmo: $R U R' U'$. ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? Si la teoría es verdadera ¿Por qué crees que se cumple? Explica.

R/: La teoría si se cumple, se debe aplicar 6 veces para que esta teoría se cumpla y creo que se cumple ya que al tener el cubo de cierta manera y aplicarle un mismo algoritmo repetidas veces en algún momento se llega al punto inicio

9.4 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E4

Nombre: *Angie Vanesa Vasquez* Grado: *11-1*

Actividades con el Cubo de Rubik

R *R'* *L* *L'*



U *U'* *D* *D'*



F *F'* *B* *B'*



Actividad 1.

Juan lleva días intentando resolver el Cubo de Rubik, por más que ha intentado no logra resolverlo. Su amiga Marta le propone a Juan una serie de pasos que puede seguir para resolverlo: Primero una cruz, segundo las esquinas junto con las aristas y tercero la última cara.

1. 2. 3.



1. ¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas en lugar de intentar resolverlo de una?

R/: *te ayuda a entender la manera correcta de en la que*

la tienes que resolver, te ayuda a entender
cómo resolverlo básicamente.

2. ¿Crees que es posible resolver el Cubo de Rubik sin seguir una serie de pasos? Si es posible ¿cómo lo harías?

R/: Si es posible, primero puedes armar una cara luego
la otra y así sucesivamente.

3. ¿Los pasos que Marta le propone a Juan son los más óptimos para resolver el Cubo? Explica.

R/: Sí, por que son los más sencillos. Además, te ayudan a
entender cómo armar el cubo paso a paso.

Actividad 2.

Dentro del mundo del Cubo de Rubik existe lo que muchos llaman el número de Dios (God's number) que consiste en que no importa en qué estado de combinación esté el Cubo siempre se puede resolver en solo 20 movimientos.

1. ¿Crees que se puede resolver el Cubo en solo 20 movimientos? Explica.

R/: Sí, pero depende pero depende del estado del
cubo y de la persona por que una persona
normal que no lo sabe resolver le va a costar
más.

2. ¿Se harían los mismos movimientos en cada caso para resolverlo o varían?

R/: los movimientos varían en cada caso por que existen
diferentes algoritmos.

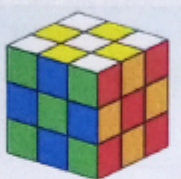
3. Haz el reto, intenta resolver el Cubo en 20 movimientos o menos. Comparte tu experiencia.

R/: es complicada pero divertida y no lo pude resolver en

20 movimientos y solo reste una cara.

Actividad 3.

Miguel vió en internet un patrón muy llamativo que se puede hacer con el Cubo de Rubik, pero por más que lo ha intentado recrear no lo ha logrado. Escanea el código QR para ver el patrón.



- Indica los pasos a seguir para lograr hacer el patrón. Escribe el algoritmo.

R/: $R_2, L_2, U_2, D_2, F_2, B_2$

- Miguel muestra lo máximo que ha logrado llegar al patrón. Indicale a Miguel el algoritmo correcto que le falta para llegar a la solución.

- L_2, U_2, R_2
- U_2, F_2, U_2
- D_2, U_2, F_2
- F_2, U_2, D_2



R/: D

Actividad 4.

Dicen que si aplicas varias veces el mismo algoritmo en el Cubo, volverás al inicio.

- Diego quiere probar la teoría para ver si es verdadera o falsa, pone a prueba el siguiente algoritmo: $R U R' U'$ ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? Si la teoría es verdadera ¿Por qué crees que se cumple? Explica.

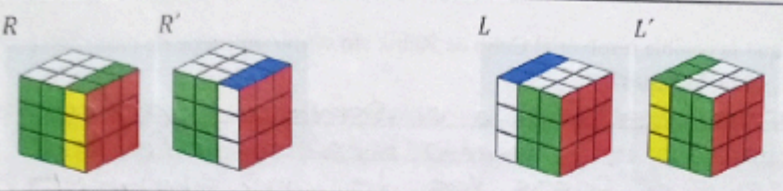
R/: 6 veces, por que el cubo vuelve a su posición inicial después de repetir el mismo movimiento varias veces

9.5 Anexo Hojas de Trabajo del estudiante E5

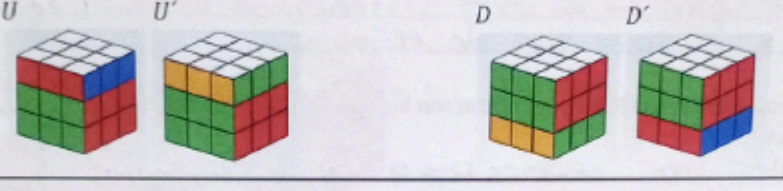
Nombre: EDDY TIVJP/10 EDDY TIVJP/10 Grado: (1-1)

Actividades con el Cubo de Rubik

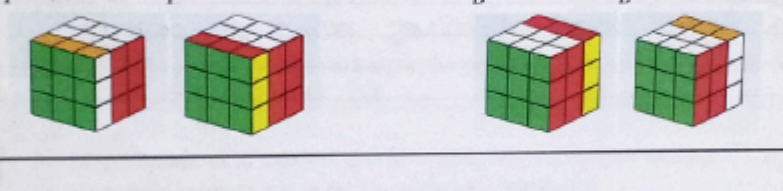
R R' L L'



U U' D D'



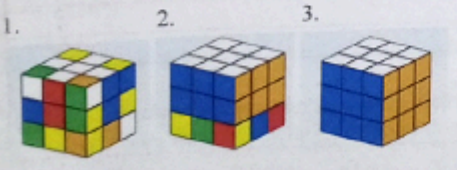
F F' B B'



Actividad 1.

Juan lleva días intentando resolver el Cubo de Rubik, por más que ha intentado no logra resolverlo. Su amiga Marta le propone a Juan una serie de pasos que puede seguir para resolverlo: Primero una cruz, segundo las esquinas junto con las aristas y tercero la última cara.

1. 2. 3.



1. ¿Qué ventajas tiene dividir el problema en partes más pequeñas en lugar de intentar resolverlo de una?

R/: que entre menos pasos mas fácil es resolverlo

2. ¿Crees que es posible resolver el Cubo de Rubik sin seguir una serie de pasos? Si es posible ¿cómo lo harías?

R/: Pues creo que sí, pero el tiempo que lleve es mayor porque lo estoy intentando hacer aleatoriamente, pero con la serie de pasos voy de una forma el cubo, lo voy a lo largo intentando combinaciones extrañas y hasta que de el cubo

3. ¿Los pasos que Marta le propone a Juan son los más óptimos para resolver el Cubo? Explica.

R/: Pues los más óptimos para un principiante pero obviamente hay pasos más rápidos de girar el cubo pero más difíciles como el método Fridrich

Actividad 2.

Dentro del mundo del Cubo de Rubik existe lo que muchos llaman el número de Dios (God's number) que consiste en que no importa en qué estado de combinación esté el Cubo siempre se puede resolver en solo 20 movimientos.

1. ¿Crees que se puede resolver el Cubo en solo 20 movimientos? Explica.

R/: Pues sí creo pero no un persona común y corriente, si no una máquina con inteligencia artificial

2. ¿Se harían los mismos movimientos en cada caso para resolverlo o varían?

R/: No creo varían porque no siguen el mismo orden nunca o de cuando uno llega al último paso de delante la cosa varía

3. Haz el reto, intenta resolver el Cubo en 20 movimientos o menos. Comparte tu experiencia.

R/: No pude porque no tengo la práctica

es muy difícil de que sea principalmente
deprimido se son profesional en esto
si algo lo gana en 20 movimientos

Actividad 3.

Miguel vió en internet un patrón muy llamativo que se puede hacer con el Cubo de Rubik, pero por más que lo ha intentado recrear no lo ha logrado. Escanea el código QR para ver el patrón.



1. Indica los pasos a seguir para lograr hacer el patrón. Escribe el algoritmo.

R/: $R2, L2, F2, B2, U2, D2$

2. Miguel muestra lo máximo que ha logrado llegar al patrón. Indicale a Miguel el algoritmo correcto que le falta para llegar a la solución.

- a. $L2, U2, R2$
- b. $U2, F2, U2$
- c. $D2, U2, F2$
- d. $F2, U2, D2$



R/: D

Actividad 4.

Dicen que si aplicas varias veces el mismo algoritmo en el Cubo, volverás al inicio.

1. Diego quiere probar la teoría para ver si es verdadera o falsa, pone a prueba el siguiente algoritmo: $R U R' U'$. ¿Cuántas veces debe aplicar el algoritmo para que se cumpla la teoría? Si la teoría es verdadera ¿Por qué crees que se cumple? Explica.

R/: la teoría es verdadera 105 veces que se tiene que aplicar el algoritmo 6 veces pero con otros algoritmos también se puede cumplir por que se repite d 10

9.6 Anexo Fotografías tomadas en la implementación





