



Estimación del (VaR) Valor en Riesgo para la tasa de cambio (TRM) COP-USD. Una aplicación usando modelos de Heterocedasticidad Condicional.

Maribel Osorio Buitrón

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Estadística
Santiago de Cali, Colombia
2017

Estimación del (VaR) Valor en Riesgo para la tasa de cambio (Trm) COP-USD , una aplicación usando modelos de Heterocedasticidad Condicional.

Programa Académico de Estadística

Maribel Osorio Buitrón

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Estadística

Director:
Omar Alexander Ríos Saavedra, M.Sc
Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería, Escuela de Estadística
Santiago de Cali, Colombia
2017

Dedicatoria

A Dios por darme la sabiduría para poder culminar, a mi madre Mónica que con su amor siempre estuvo apoyándome para dar lo mejor de mi, a mi hermana que siempre me alentó. Gracias por estar en esta etapa tan importante para mi.

La paciencia acelera los tiempos de Dios. No desesperes porque la promesa del Señor , pronto se cumplirá.

N.O.B

Agradecimientos

Agradeciendo siempre a Dios por darme la sabiduría, a mis conocidos por su gran aporte durante la elaboración de este documento, su participación durante mi proceso fúe clave para llegar a los resultados gracias a sus aportes verbales, de contacto, entre muchos otros.

Resumen

La presente investigación examinó el riesgo de mercado en Colombia, desde la perspectiva de la regulación de captación de capital para las entidades financieras, siguiendo las directrices de la Superintendencia Financiera, entidad que ha establecido el valor en riesgo (VaR) como medida para cuantificar este tipo de riesgo. Con esta metodología se identificaron y se describieron las cualidades y deficiencias que están presentes en el VaR, a través de un contraste empírico con modelos de volatilidad condicional tomando como ejemplo la tasa representativa del Mercado (TRM) COP-USD. Se concluye que el mejor modelo para los rendimientos de la TRM en el periodo desde 01 Enero de 2012 hasta el 31 de Diciembre de 2014, es el EGARCH(1,1), bajo la distribución de colas pesadas t-student, adicional a esto, se estimó el VaR en un portafolio hipotético y aplicando las pruebas de Backtesting requeridas.

Palabras claves: Arch, VaR, regulación Financiera, hechos estilizados, riesgo de mercado

Abstract

This investigation examined the market risk in Colombia, from the perspective of the regulation of capital raising for financial institutions, following the guidelines of the Financial Superintendence, an entity that has established value at risk (VaR) as a measure to quantify this type of risk, based on this methodology, the qualities and deficiencies that are present in the VaR, through an empirical contrast with conditional volatility models, were identified and described, taking as an example the representative market rate (TRM) COP-USD, it is concluded that the best model for TRM yields for the period 2012 to 2014 is EGARCH (1,1), under the distribution of heavy tails t-student, in addition to this, the VaR was estimated in a hypothetical portfolio and applying the required Backtesting tests.

Keywords: VaR, Arch, Risk, Stylized facts, finance

Contenido

Resumen	vii
Lista de Figuras	xii
Lista de Tablas	1
1. Introducción	3
2. Antecedentes	7
3. Objetivos	12
3.1. Objetivo General	12
3.2. Objetivos Específicos	12
4. Marco Teórico	13
4.1. Tasa de Cambio	13
4.1.1. Regímenes de tasa de cambio	13
4.2. Valor en Riesgo	15
4.2.1. Formas de Estimación del VaR	17
4.3. Modelos de Volatilidad	18
4.4. Procesos de Memoria Larga	19
4.4.1. Pruebas de Memoria Larga	19
4.4.2. Modelo ARFIMA	19
4.5. Modelos de Heterocedasticidad Condicional	22
4.5.1. Modelos ARCH	22
4.5.2. Modelo GARCH	23
4.6. Modelos con apalancamiento: EGARCH, TGARCH, APARCH	23
4.6.1. Modelo EGARCH	23
4.6.2. Modelo TGARCH	25
4.6.3. Modelo APARCH	26
5. Metodología	27
5.1. Fase I	27
5.2. Fase II	30
5.3. Fase III	33

5.4. Fase IV	33
5.5. Fase V	34
6. Conclusiones y recomendaciones	35
6.1. Conclusiones	35
6.2. Recomendaciones	36
7. maribel	37
A. Anexo: Modelos Propuestos para encontrar el mejor ajuste	38
B. Pronostico con el modelo ajustado	41
C. Paquete usados en R	42
Bibliografía	43
Referencias	43

Lista de Figuras

4-1. Representación gráfica VaR	16
4-2. Otros Métodos para Estimar el VaR	17
4-3. Identificación de memoria larga	20
5-1. Ejemplo Ilustrativo: Memoria Corta y Memoria Larga	29
A-1. Estimación del Modelo en Varianza con un modelo APARCH (1,1)	38
A-2. Estimación del Modelo en Varianza con un modelo TGARCH(1,1)	39
A-3. Estimación del Modelo en Varianza con un modelo EGARCH (1,1)	40
B-1. Pronósticos	41

Lista de Tablas

C-1. Paquetes de R	42
------------------------------	----

Declaración

Me permito afirmar que he realizado el presente Trabajo de Grado de manera autónoma y con la única ayuda de los medios permitidos y no diferentes a los mencionados en el propio trabajo. Todos los pasajes que se han tomado de manera textual o figurativa de textos publicados y no publicados. Ninguna parte del presente trabajo se ha empleado en ningún otro tipo de Tesis o Trabajo de Grado.

Igualmente declaro que los datos utilizados en este trabajo son de carácter público y se accede a través de la pagina del Banco de la Republica de Colombia.

Santiago de Cali, 03 de Diciembre del 2017

(Maribel Osorio Buitrón)

1. Introducción

La medición de los riesgos financieros ha contribuido a tomar mejores decisiones en beneficio de su administración dentro de la economía de un país. Por tanto a partir de 1988 el comité de supervisión bancaria de Basilea¹ dictaminó una serie de pautas en términos de regulación que suponían un estándar internacional de la gestión del riesgo en los mercados financieros en el cual se indica que el riesgo financiero proviene de tres fuentes [De Lara \(2005\)](#):

- El riesgo de mercado, definido como la incertidumbre causada por los cambios en los factores que afectan al mercado, como las tasas de interés, tasas de cambio, precio de las acciones y los precios de las materias primas, entre otras;
- El riesgo de crédito, el cual proviene de las pérdidas asociadas con el incumplimiento de los contratos de crédito de un deudor en cual debe considerarse el análisis de diversos componentes tales como el tamaño del crédito, vencimiento, calidad crediticia de la contraparte, garantías, avales, entre otros;
- El riesgo operacional, es aquel que puede provocar pérdidas debido a errores humanos, procesos internos inadecuados o defectuosos, fallos en los sistemas y como consecuencia de acontecimientos externos, por ejemplo: catástrofes, temblores, incendios, entre otros. Su objetivo, es establecer e implantar metodologías y procedimientos de identificación, medición y seguimiento que permitan mantener el perfil de riesgos dentro de los niveles de tolerancia al mismo.

Por lo anterior, basándose en las condiciones nombradas anteriormente, el acuerdo de Basilea I, se firmó en 1988, estableciendo principios básicos para recaudar capital suficiente, tal que, ante una posible pérdida tuviera la suficiente solvencia para enfrentar los riesgos de crédito, mercado y tipo de cambio.

En el acuerdo Basilea II, aprobado en 2004, se estableció que las entidades bancarias aplicaran calificaciones de riesgo basadas en sus modelos internos, y así mitigar también el riesgo de mercado. Por último con el acuerdo Basilea III, aprobado en Diciembre de 2010, la modificación fue incentivada principalmente para mitigar los incumplimientos de liquidez

¹ Los acuerdos de Basilea ha evolucionado en función del ritmo de los acontecimientos, con el fin de reducir al máximo el endeudamiento de las entidades financieras y garantizar la capacidad de respuesta ante el riesgo operacionales, de crédito y de mercado.

presentados por las entidades bancarias a partir de los hechos ocurridos durante épocas de crisis, principalmente la crisis del Subprime durante 2008, tal que se modificó criterios de cálculo de los riesgos para disminuir el nivel de exposición real. [Salem y Cuellar \(2012\)](#)

En relación con los acuerdos, es así como la compañía JP Morgan introduce la metodología de *Value at Risk* [Jorion \(1997\)](#) el cual surge como medida estándar para medir el riesgo, a través de estimaciones de capital de reserva requerido para enfrentar aquellas situaciones de riesgo latentes en el mercado, cuando se encuentra expuesto ante un portafolio de inversión.

De esta forma, esta investigación pretende estudiar el riesgo de mercado específicamente el que existe en los tipos de cambio como lo es la Tasa Representativa del Mercado (TRM), puesto que la variación del precio afectará los activos y pasivos (ganancias y pérdidas) ocasionando que la divisa se encuentre desbalanceada afectando el corto, mediano y largo plazo.

En nuestro país, la entidad encargada de inspeccionar, vigilar y controlar, tal que se cumplan las especificaciones de Basilea es la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), uno de sus objetivos radica en que las instituciones financieras desarrollen e implementen un Sistema de Administración de Riesgos, entre ellos el Riesgo de Mercado (SARM), el Sistema de Administración de Riesgo de crédito (SARC) y el Sistema de Administración del Riesgo Operativo (SARO). Dichos sistemas son libres de realizar sus cálculos; una vez guarden correspondencia con los niveles de exposición y estime el monto de capital adecuado siguiendo las normas establecidas.

Una de las herramientas con la que usualmente los grupos financieros calculan su nivel de exposición es la nombrada anteriormente conocida como Valor en Riesgo (VaR). Básicamente, esta metodología da la respuesta a las siguientes preguntas: ¿Cuánto se puede esperar perder en un periodo de tiempo determinado, dada una cierta confianza o probabilidad?, ¿Cuál es el porcentaje del valor de la inversión que está en riesgo?

En otras palabras, formalmente el VaR estima la pérdida máxima sobre un horizonte de tiempo dado, en condiciones normales del mercado, en un nivel de confiabilidad dado [Jorion \(1997\)](#). Por ejemplo, un banco puede decir que el VaR diario para su portafolio es de 15 millones de dólares al 99 por ciento de confiabilidad. Esto significa que en uno de cien casos, en condiciones normales de mercado, sus pérdidas serán superiores a los 15 millones. ([P. F. Christoffersen, 1998](#)).

Por lo anterior, afrontar las variaciones de la economía que recaen en cambios de precios de acciones, tasas de cambio y tasas de interés, entre otros; es un reto importante que requiere de un control de riesgo de mercado para su estimación en términos de pérdidas.

A estas variaciones es lo que se conoce como volatilidad y es analizada propiamente a través de la varianza de los retornos de los activos [Tsay \(2001\)](#).

Pero ¿cuál es la relación entre riesgo y retorno?, en la teoría de Portafolio propuesta por [Markowitz \(1991\)](#), el autor afirma que los inversionistas buscan siempre conseguir la rentabilidad máxima, dado un nivel de riesgo específico. De aquí que se puedan clasificar los individuos de acuerdo a su grado de aversión al riesgo, siendo esta última la conducta racional al seleccionar su portafolio de inversión.

Por consiguiente, en finanzas es frecuente hablar de generación de expectativas a partir de situaciones que sucedieron en el pasado. Por ejemplo, se relaciona la estabilidad o inestabilidad presente en los mercados financieros con su comportamiento inmediato anterior, algunos de estos cambios pueden ser bruscos, es decir, cambios de frecuencia alta o baja ([Argáez, 2014](#)).

Situaciones como éstas, el comportamiento en el momento actual responde a una expectativa generada sobre el valor de cambio producido en el momento precedente; es decir, existe una dependencia en el tiempo de los rendimientos, lo que se traduce a un valor esperado, condicionado por la varianza del periodo anterior. Por esta razón esta investigación se aborda bajo enfoque paramétrico, ya que este método permite estimar la varianza condicional hacia diferentes horizontes de tiempo. Esta dinámica se permite a través de estudios como los de [Engle \(1982\)](#), quien inicialmente propone los modelos ARCH como modelo que permite ver las variaciones de los retornos a través del tiempo, teniendo en cuenta la heterocedasticidad presente a lo largo de esta.

Es por esto que investigaciones como las de [Mandelbrot \(1963\)](#), ([Fama, 1965](#)) , [Bollerslev \(1986\)](#), ([Fang y Lai, 1997](#)), [Kearns y Pagan \(1997\)](#) , emplean modelos de la familia ARCH, estos sustentan evidencias en los retornos, como omisión de colas pesadas, exceso de curtosis , hechos estilizados , y ajuste apropiado para los retornos que permitan mejorar los sesgos en la estimación del Valor en Riesgo.

En efecto, el objetivo de la presente investigación radica en la estimación del VaR a través de los modelos de la familia ARCH analizando la Tasa de Cambio en Colombia (COP-USD), con datos desde 01 Enero de 2012 hasta Diciembre 31 de 2014, incluyendo 1.096 observaciones.

Es aquí donde se resalta la importancia de considerar la volatilidad condicional, analizando los modelos de la familia ARCH tales como: EGARCH, APARCH y TGARCH, dado que estos consideran propiedades como: agrupamiento de volatilidades y distribución de colas pesadas.

Por último, el documento está dividido en seis secciones. En la primera se define la introducción. La segunda presenta la literatura relacionada tanto a nivel nacional como internacional. La tercera presenta el marco teórico que describe el tópico de análisis. La cuarta describe la metodología implementada para el cálculo del VaR a través de modelos de heterocedasticidad condicional. La quinta sección reúne la descripción de los datos los respectivos, se estudia la serie de los retornos de la TRM, y se proponen varios modelos para estimar el mejor modelo que permita encontrar el VaR, bajo la mejor distribución de colas pesadas, y el modelo que recoja el principio parsimonia. Finalmente la sexta sección describe las conclusiones y las recomendaciones.

2. Antecedentes

Durante la última década, se ha evidenciado los cambios económicos que ha tenido el país y el mundo debido a la expansión o crisis que tienen las potencias mundiales, como lo son: Estados Unidos (ejemplo: crisis de Subprime en el 2008), China, Alemania, entre otros, que afectan significativamente economías emergentes como la colombiana, algunas de estas *afectaciones* son las que implican a las tasas de cambio, puesto que el comportamiento de éstas se ve influenciado por comovimientos de otros indicadores que influyen en el desarrollo o desaceleración de un país. De acuerdo con Reuters¹ algunos de estos comovimientos son: la caída abrupta de los precios internacionales del petróleo, otro aspecto importante es el acrecimiento del servicio de la deuda externa del Gobierno por culpa de la revaluación del peso colombiano.

Parte de estos comovimientos son las alzas o bajas del precio del petróleo, hecho que influye directamente en la tasa de cambio, aunque de un día a otro no se vea un *cambio* tan alarmante, puesto que al moverse entre pesos inferiores a \$50 día tras día, esto en el mediano plazo genera una característica clave y son los elementos de incertidumbre [Moreno y Rojas \(2014\)](#), y es esta expectativa, la que hace que el comportamiento en la serie sea NO lineal, lo que indicaría una especulación sobre mercado o inversiones inciertas. Es por esta razón que se desea conocer estos movimientos abruptos llamados frecuencias, para así estimar y mitigar un riesgo [Uribe José Darío y Sandra \(2010\)](#).

A las variaciones anteriormente nombradas se les conoce con el nombre de volatilidad que estadísticamente es medida a través de la desviación estándar de los rendimientos de un activo [Tsay \(2001\)](#).

Por lo anterior, se entiende por riesgo, la volatilidad de los flujos financieros no esperados, es por esto que la presencia de este factor, hace necesario el establecimiento de programas de manejo de riesgo cuyo principal objetivo es el dar estabilidad en los activos financieros.

En este sentido, de acuerdo a los lineamientos del comité de Basilea en el documento técnico de ([RiskMetricsTM, 1996](#)), se introduce el concepto del *VaR* por sus siglas en inglés Value

¹Reuters Group Limited, más conocida como Reuters, es una agencia de noticias conocida por suministrar información sobre los principales temas de negocios globales de hoy en día: desde el aumento de la complejidad reguladora y de riesgos hasta la tecnología transformadora y los modelos comerciales.

at Risk: Valor en Riesgo, en donde se plantean algunas metodologías para la medición de riesgos de mercado de diferentes activos de un portafolio y análisis de desempeño de las mismas, esto con el fin de plantear un modelo que permita medir cuantitativamente los riesgos de mercado en instrumentos financieros o portafolios.²

La primera cuantificación de lo que se conoce actualmente como VaR se remota al trabajo de [Leavens \(1945\)](#) donde estudió la diversificación de portafolios, más adelante [Markowitz \(1991\)](#) amplió este concepto analizando los intercambios entre riesgo y rendimiento de un portafolio, es decir, dada una cartera, lo que se busca es optimizar su rentabilidad al máximo dado un nivel de riesgo.

Posteriormente, se desarrollan varias investigaciones sobre el concepto del VaR principalmente los de [Tobin \(1958\)](#), [Treyner \(1961\)](#), entre otros, pero estos nunca tuvieron en cuenta el problema de estacionariedad que presentan las series financieras. [Jorion \(1997\)](#) formaliza el concepto de VaR, teniendo en cuenta aspectos tales como: intervalo de tiempo, nivel significancia, un nivel de confianza para una pérdida esperada, y un portafolio de inversión inicial. Sin embargo, este método seguía siendo ineficiente puesto que no captura los movimientos a los que está expuesto un portafolio.

Por tanto, paralelo a estas investigaciones en la literatura existen una gran cantidad de modelos estadísticos que han sido desarrollados, a fin de capturar el comportamiento dinámico de la volatilidad condicional de los rendimientos de las series financieras, y así calcular el **VaR** bajo diferentes enfoques.

Los primeros autores en hablar sobre modelos econométricos que expliquen sobre la volatilidad condicional se traslada a [Mandelbrot \(1963\)](#); [Fama \(1965\)](#); [Bollerslev y Chou \(1992\)](#); [T. Baillie Bollerslev y Mikkelsen \(1996\)](#); [Fang y Lai \(1997\)](#); [Kearns y Pagan \(1997\)](#); donde analizan situaciones propias de las series financieras como lo son la volatilidad por aglomeraciones, la distribución de los datos con formas picudas y colas anchadas atribuidas a la asimetría y el excesos de curtosis, más precisamente la leptocurtosis, no obstante, la omisión de estos fenómenos estadísticos puede generar significativamente sesgos en la estimación del (VaR) puesto que una mala estimación de parámetros acarrea problemas de subestimación o sobreestimación [Gallati \(2003\)](#), y con ello, insuficientes requerimientos de capital para hacer frente a pérdidas potenciales por cambios inesperados en las posiciones de mercado tomadas por las instituciones financieras.

En este sentido, para calcular el VaR se necesita la previsión de las volatilidades de los rendimientos de un activo, para esto, existen métodos propuestos para la estimación de σ

²En finanzas, un portafolio o cartera es una combinación de las inversiones realizadas por una institución o un individuo.

como son los modelos ARCH, propuestos por [Engle \(1982\)](#); en su investigación se destaca por proponer modelos de Heterocedasticidad Condicional, que tienen que ver con la evolución de la variabilidad en el tiempo. Bajo este enfoque se pretende ver y conocer, la forma en que evoluciona la volatilidad considerando la violación del supuesto de homogeneidad de varianza, a través de test estadísticos de normalidad, independencia, inspección visual, entre otros, y a que es usual que se hable de *estabilidad económica*, considerando la media y la varianza constante, sin hallar un comportamiento estadístico fuerte que permita revelar las verdaderas fluctuaciones por en cada ventana de tiempo.

En el artículo titulado GARCH models in value at risk estimation: empirical evidence from the Montenegrin stock Exchange [Smolović, Lipovina-Božović, y Vujošević \(2016\)](#), consideran la medición del riesgo en el mercado de Montenegro, el cual se caracterizaba por tener 13 intermediarios en la Bolsa de Valores, su principal objetivo se centra en estudiar cómo afecta la inversión extranjera en el mercado de capitales y el mercado inmobiliario, después de la crisis mundial en la rentabilidad diaria del índice montenegrino MONEX, el periodo analizado es enero 2004 hasta febrero 2014. El modelo propuesto se basa en 8 tipos de la familia ARCH, ya que consideran que estos son más precisos en la valoración del riesgo, y realizando las pruebas de Backtesting, los resultados revelaron que bajo la prueba de Christoffersen, el modelo EGARCH(1,1) con distribución t-student para los residuales, logra capturar el agrupamiento de la volatilidad.

Por otra parte [Mirjana Miletic \(2015\)](#) implementaron modelos GARCH que implican volatilidad variable en el tiempo y colas pesadas para la distribución empírica de los retornos, en mercados emergentes seleccionados de Europa Central y Oriental (Croacia, Checa, Hungría, Rumania y Serbia). Se demostró que los modelos GARCH con una distribución t de los residuos en la mayoría de los casos analizados dan una mejor estimación de VaR que los modelos GARCH con errores normales en el caso de un nivel de confianza del 99%, así mismo los resultados del backtesting para el período de crisis mostraron que los modelos GARCH con una distribución t para los residuos, proporcionan mejores estimaciones de VaR cuando se comparan con modelos GARCH con una distribución normal.

Ahora bien, [Nyssanov \(2013\)](#) en el documento de tesis de maestría, evalúa 7 acciones de los principales productores de cobres a nivel mundial, usando modelos de la familia GARCH para estimar el riesgo asociado. Para comparar sus resultados evalúan por medio de cuatro pruebas la calidad de su predicción: pruebas Kupiec, prueba Christoffersen, prueba conjunta: K+ C y un test que compara el método de Backtesting, logrando resultados muy fiables y similares, lo cual significa que la capacidad de los modelos depende de un activo en particular. Ligeramente los mejores resultados se dieron para los modelos GJR-GARCH y EGARCH, y la metodología RiskMetrics produce previsiones significativas en la estimación del VaR 95%, pero el mejor estimador del *Var* es el GARCH VaR ya

que da resultados sólidos y sitúe por encima todos los otros métodos, incluyendo RiskMetrics.

No obstante [Bucevska \(2013\)](#), mostró que los modelos de familia GARCH son los más adecuados para estimar la volatilidad en el mercado bursátil macedonio³ son el modelo GARCH (EGARCH) exponencial asimétrico con la distribución t de Student. Los hallazgos obtenidos tienen importantes implicaciones en la estimación del VaR, ya que en condiciones turbulentas del mercado, los inversores tienen que estimar su capital adecuado de reserva para mitigar el impacto. A diferencia de [Nyssanov \(2013\)](#) esta investigación no realiza pruebas de Backtesting

[Rodríguez y Ossa \(2014\)](#), evalúan el Backtesting del VaR para los mercados bursátiles 9 países, BOVESPA, Merval, IPSA, IGBC, IPYC, IGBVL, DJIA, NASDAQ y el Índice de la National Association of Securities, teniendo en cuenta las principales divisas latinoamericanas: el peso argentino, el peso mexicano, el peso colombiano, el real brasileiro, entre otros, frente al dólar estadounidense, el análisis se divide en 4 periodos de tiempo: precrisis, crisis asiática, subprime, alta volatilidad y proyección, se compara las estimaciones bajo tres metodologías, paramétrico: Modelos de la familia ARCH, semiparamétrico: CAViaR y no paramétrico: Simulación Histórica. Para la estimación de los parámetros se basan en criterios de bondad de ajuste como Log-Likelihood y AIC.

De acuerdo con los resultados para el caso de Colombia se encontró que el mejor ajuste en el periodo 1 era el Caviar y el para los siguientes periodos un AR(1) EGARCH(1,1), sin efecto de apalancamiento significativo, concluyendo así que ambas metodologías poseen resultados muy acertados para diferentes proyecciones, ya que ambos tienen en cuenta la componente autoregresiva.

En el proyecto de [Giraldo y Ospina \(2009\)](#) el VaR fue aplicado a la serie de rendimientos de las acciones de mayor bursatilidad del mercado colombiano tales como Suramericana de Inversiones, Compañía Nacional de Chocolates, Bancolombia, entre otras, de acuerdo con el Índice de Bursatilidad Accionaria publicado por la Superintendencia Financiera en el 2009 estas estaban entre las 22 acciones reportadas con más alta bursatilidad, a estas 7 acciones se les calculó su volatilidad por medio de los modelos de econométricos de la familia ARCH como los GARCH, IGARCH, PGARCH, TGARCH, EGARCH, IGARCH, GARCH-M, y se usó un enfoque paramétrico utilizando el enfoque RiskMetrics, encontrando para cada acción un modelo asociado de acuerdo a sus características Éxito: APARCH(1,2); Chocolates: EGARCH(1,2); Suramericana: EGARCH(1,1), Inverargos: EGARCH(1,1); Fabricato: APARCH(1,1) y Bancolombia: EGARCH(1,1), para la acción del banco de Bogotá no se detectó, así mismo para poder pronosticar el VaR era necesario conocer la distribución asociada, siendo la GED la más usual (4 acciones), la t -student para grupo

³República de Macedonia, Antigua República Yugoslava de Macedonia

éxito y chocolates, y el Banco de Bogotá se ajustó una distribución normal, posteriormente modelan el VaR ajustándose todas bajo enfoque paramétrico a la distribución normal enfoque **Riskmetrics**. A manera de conclusión se destacó el modelo EGARCH como el de mejor ajuste ya que captura el efecto de apalancamiento es el que mejor puede interpretar este tipo de activos, a manera de recomendación para calcular mejor el riesgo proponen metodologías **Backtesting**.

Por ultimo [Kar y Sarkar \(2006\)](#), evalúa la *La media y la dinámica de volatilidad del tipo de cambio: rupia de la india y el dólar estadounidense*, el periodo de estudio corresponde desde el 1 de Noviembre hasta 13 Febrero de 2004, con periodicidad diaria⁴, el análisis se dividió en 5 subperiodos teniendo en cuenta periodos de crisis y de auge, además del periodo en que se introdujo la convertibilidad parcial de la rupia a través del sistema de tipo de cambio llamado LERMS.

Esto con el fin de tener una estimación más robusta y estable de los parámetros, finalmente se encuentra que el modelo que logra remover la correlación serial, y la media condicional de los retornos validando bajo los modelos EGARCH, IGARCH, APARCH, el mejor modelo que se ajustaba a las especificaciones de los 3 primeros periodos fue un EGARCH(1,1).

⁴de (Banco de la Reserva de la tasa de referencia de la India)

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

Estimar el VaR en un portafolio hipotético, de la serie Tasa Representativa del Mercado (TRM) relación COP-USD, en el periodo comprendido entre 1 de Enero de 2012 y el 31 de Diciembre de 2014, a través de modelos de Heterocedasticidad Condicional.

3.2. Objetivos Específicos

- Identificar el proceso generador en media de la serie de los Retornos de la TMR.
- Identificar el proceso generador en Varianza que sigue la serie de los Retornos de la TMR.
- Estimar las pérdidas potenciales a la que están expuestos los inversionistas, aplicando la metodología de Valor en Riesgo en un portafolio hipotético, de acuerdo a los modelos identificados del proceso en media y varianza.

4. Marco Teórico

4.1. Tasa de Cambio

La tasa de cambio muestra la relación que existe entre dos monedas. Para el caso de Colombia, ésta expresa la cantidad de pesos que se deben pagar por una unidad de la moneda extranjera. Es decir, se toma como base el dólar, porque es la divisa más utilizada para las transacciones con el exterior. Al igual que con el precio de cualquier producto, la tasa de cambio sube o baja dependiendo de la oferta y la demanda: cuando la oferta es mayor que la demanda (hay abundancia de dólares en el mercado y pocos compradores), la tasa de cambio baja; por el contrario, cuando la oferta es menor que la demanda (escasez de dólares y muchos compradores), la tasa de cambio sube.¹

4.1.1. Regímenes de tasa de cambio

Tasa de cambio fija Este sistema tiene como objetivo mantener constante a través del tiempo la relación de las dos monedas; es decir, que la cantidad de pesos que se necesiten para comprar un dólar (u otra moneda extranjera) sea la misma siempre. El banco central, que en el caso de Colombia es el Banco de la República, se compromete a mantener esta relación y tomar las acciones necesarias para cumplir con este objetivo. Por lo tanto, cuando en el mercado existe mucha demanda por dólares o cualquier otra divisa (moneda extranjera), el Banco pone en el mercado la cantidad de dólares necesaria para mantener la tasa de cambio en el valor que se determinó. Igualmente, cuando se presentan excesos de oferta (cuando hay más dólares en el mercado de los que se están pidiendo o demandando), el Banco compra dólares para evitar que la tasa de cambio disminuya.

Tasa de cambio flotante Este régimen permite que el mercado, por medio de la oferta y la demanda de divisas (monedas extranjeras), sea el que determine el comportamiento de la relación entre las monedas. El banco central no interviene para controlar el precio, por lo cual la cantidad de pesos que se necesitan para comprar una unidad de moneda extranjera (dólar, por ejemplo) puede variar a lo largo del tiempo.

¹Accedido el 3 de Diciembre de 2017 2016, desde [http : //www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/qu – tasa – cambio](http://www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/qu-tasa-cambio)

Tasa de cambio representativa del mercado (TRM)

La tasa representativa del mercado (TRM) es el valor oficial de la tasa de cambio. Ésta se calcula de acuerdo con la información de las operaciones de compra y venta de divisas efectuadas en los bancos comerciales y corporaciones financieras de Bogotá, Cali, Medellín y Barranquilla ².

¿Por qué Baja o Sube la Tasa de Cambio COP/USD?

Así como las cosas tienen un valor, las monedas de los países (pesos, dólares, reales, libras esterlinas, etc.) también tienen un valor determinado. El cambio de valor de una moneda, dependiendo de si éste aumenta o disminuye en comparación con otras monedas extranjeras, se denomina revaluación o devaluación respectivamente. La revaluación ocurre cuando una moneda de un país aumenta su valor en comparación con otras monedas extranjeras, mientras que la devaluación ocurre cuando la moneda de un país reduce su valor en comparación con otras monedas extranjeras, razón por la cual el concepto de devaluación es completamente opuesto al de revaluación [Moreno y Rojas \(2014\)](#).

La devaluación de una moneda puede tener muchas causas, sin embargo, ésta generalmente sucede porque no hay demanda de la moneda local o hay mayor demanda que oferta de la moneda extranjera. Lo anterior puede ocurrir por falta de confianza en la economía local, en su estabilidad, en la misma moneda, etc. (Devaluación: [banrepcultural.org](#), 2015)

La tasa de cambio en Colombia varía de acuerdo a dos componentes muy importantes: Primero los ingresos, que se refiere a la cantidad de divisas que entran al país, tales factores que hacen que esto ocurra son las exportaciones, el crédito externo (endeudarse en el exterior para traer dólares al país) y la inversión extranjera; segundo tenemos los egresos que corresponden a factores tales como Importadores, la deuda externa y la inversión. Los ingresos y egresos interactúan en una "balanza" para mantener el equilibrio. ³

Dicho equilibrio se puede ver afectado por la caída del precio del petróleo, la reducción de inversión extranjera y la disminución de las exportaciones. Por ejemplo, Según el Banco de la República de Colombia, la tasa de cambio oficial al 5 de octubre de 2015 indica que, por cada dólar, se recibe 3.034,90 pesos colombianos.

Entre las causas anteriormente nombradas, el **precio del petróleo** juega un papel fundamental en la variación del peso colombiano pues es el principal producto de exportación del país [de Colombia \(2011\)](#).

²Recuperado 3 Diciembre de 2017, [http : //obicee.banrep.gov.co/analytics/Missing/TRM/html/DESC_TASA_DE_CAMBIO.h](http://obicee.banrep.gov.co/analytics/Missing/TRM/html/DESC_TASA_DE_CAMBIO.h)

³Banco de la República

Así mismo, Colombia se encuentra como el cuarto mayor productor de petróleo de América Latina, es por esto que si sube el precio del crudo, el peso colombiano se aprecia y si baja, la moneda colombiana se deprecia, esto causa que menos dólares entren al mercado y que el dólar sea máspreciado y más costoso en relación al peso colombiano. Petróleo Colombia, (2016).

Estas variaciones traen importantes cambios en la economía, ya representa incertidumbre frente al movimiento del mercado, invertir ya se convierte en un tema no muy atractivo, las alzas en las tasas de interés provocan una desaceleración y frenan el consumo.

4.2. Valor en Riesgo

En Colombia, la medición del denominado *riesgo de mercado* para las entidades financieras presentó un gran cambio de metodología en el año 2001, pues a partir de esta fecha se empiezan a seguir las recomendaciones del Comité de Basilea. Es así como, la regulación colombiana adopta el Valor en Riesgo, VaR por sus siglas en inglés, como la metodología requerida para la medición de los riesgos de mercado en las entidades financieras.

Para el caso colombiano, el VaR tiene implicaciones directas en el cálculo de la relación de solvencia de las entidades financieras, un VaR más alto representa una relación de solvencia más baja, lo cual obliga a las entidades a reasignar sus activos riesgosos o a realizar aportes adicionales de capital.

Bajo las consideraciones del segundo acuerdo de Basilea en Colombia se crearon los sistemas de administración de riesgos de mercado (SARM); de riesgo crediticio (SARC); de riesgo operacional (SARO); de riesgos de liquidez (SARL); y de riesgo para la prevención del lavado de activos y financiación del terrorismo (SARLAFT). En el 2002, esta normatividad exige a los bancos a desarrollar modelos internos para la medición de riesgo crediticio por pérdidas esperadas, que para el 2004 ya estaba en completo funcionamiento.

El SARM expedido por la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC) realiza un riguroso compendio de las recomendaciones descritas por el Comité de Basilea en el año 2006. Se destaca la implementación del libro de tesorería como punto de partida para la medición y cálculo del riesgo de mercado, la sistematización y automatización de metodologías para calcular la exposición de las entidades bajo supervisión, la generación de lineamientos básicos requeridos para la constitución de los modelos de medición internos, y la conformación de políticas vinculantes directamente con la alta gerencia.

El VaR se define como la máxima pérdida esperada en un portafolio con cierto nivel de confianza en un determinado periodo de tiempo. Específicamente, siguiendo a

(Alonso y Berggrun, 2008), el VaR para el siguiente periodo de negociaciones, dada la información disponible en el actual periodo, $(VaR_{t+1}|t)$ está definido por:

$r_t (\mu, \sigma^2)$ entonces:

$$\hat{VaR}(t+1/t)_\alpha = \hat{\mu} + \hat{\sigma}_{q\alpha} \quad (4-1)$$

Es decir,

$$Pr(Z_{t+1} < VaR_{t+1}|t) = \alpha \quad (4-2)$$

Donde Z_{t+1} representa el cambio futuro en el valor del portafolio en un periodo de tiempo determinado y α es el nivel de significancia del VaR. Ciertamente, la implementación de la estimación del VaR depende de los supuestos subyacentes sobre la serie de los retornos.

Si Z_{t+1} sigue una distribución cuyos 2 primeros momentos son finitos (como la distribución normal o la *t-student*), entonces el VaR será:

$$VaR_{t+1}|t = F_\alpha * \sigma \quad (4-3)$$

Donde σ representa la desviación estándar de la distribución de Z_{t+1} y F_α es el cuántil α de la correspondiente distribución (estandarizada). El cálculo depende crucialmente del supuesto de cómo se comporta la volatilidad de Z_{t+1} de σ y cuál es la distribución F_α .

El VaR_α corresponde al α -ésimo cuantil de la distribución de pérdidas y ganancias de un activo. Es decir, representa la máxima pérdida en que incurre un activo en el $\alpha * 100\%$ mejor de los casos.

Por ejemplo, un banco puede decir que el VaR diario para su portafolio es de 15 millones de dólares al 99 % de confiabilidad. Esto significa que en uno de cien casos, en condiciones normales de mercado, sus pérdidas serán superiores a los 15 millones.

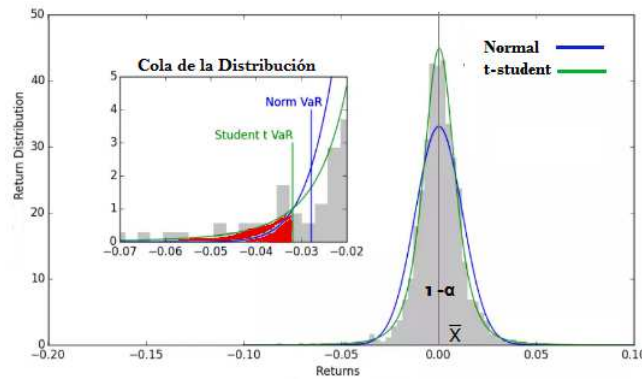


Figura 4-1.: Representación gráfica VaR

Existen varias aproximaciones metodológicas para la estimación del VaR como lo son: Aproximación Paramétrica, la cual implica calcular parámetros poblacionales y suponer una distribución, por otra parte se tiene la Aproximación NO paramétrica, en el cual no es necesario calcular parámetros poblacionales, ni implica supuestos sobre el comportamiento de Z_{t+1} . A continuación se describe un poco más al detalle estas aproximaciones.

4.2.1. Formas de Estimación del VaR

Otros Métodos para evaluar el VaR

Figura Resumen, basado en Rodríguez y Ossa (2014)

Figura 4-2.: Otros Métodos para Estimar el VaR

Modelo	Autores	Descripción	Ventajas	Desventajas
Teoría del Valor Extremo	Danielsson y de Vries (2000)	Estudia los extremo de las colas	No se necesita conocer la distribución de los datos.	Existen muchas diferencias con el metodo para estimar el indice umbral (M), lo que implica muchos resultados para este metodo dependiendo del camino a elegir.
Valor en Riesgo Condicional	Engle y Manganelli (1999)	Se centra en modelar el percentil de probabilidad , combinando metodos parametricos y no parametricos	Realmente proporciona información sobre la magnitud de las pérdidas cuando ellas exceden el VaR.	Al mezclar métodos paramétricos con no parametricos el calculo no es simple.
Simulación Historica	Jorion	Utiliza la data empirica, ordenando de mayor a menor y creando asi una distribucion empirica. El VaR corresponde a la densidad acumulada de	Nodepende de ninguna de las hipotesis sobre distribución de probabilidad	Cuando se analian sus resultados a traves del tiempo , se puede observar que no es sensible a los cambios en los datos.
Simulación Montecarlo (Mc)	Metropoli y Ulam (1949) , Precursores : Fermi, Ulam , Von Neumann	Simula N escenarios donde la data puede cambiar, generando asi una distribucion simulada. EL VaR corresponderá a alfa% de esa distribución	Logra envolver una gran cantidad de escenarios negativos y positivos en el futuro.	Ventajas: Este metodo es el mas complet pues toma en cuenta factores no lineales, riesgos de volatilidad en el tiempo, colas anchas y escenarios extremos. Sin embargo , requiere de mucha información y facilmente puede tener problemas para ser

Métodos Semiparamétricos

Son aquellos donde no se especifica un modelo completo de la estructura de correlación (o espectral) sino sólo su comportamiento en los retardos alejados (o en las frecuencias bajas). Bajo este método la tasa de convergencia es más lenta hacia el este método puede llegar hacer apropiado, pues sus estimadores serían más robustos, tienen propiedades asintóticas (Robinson y Henry, 1999).

Aproximación Paramétrica

Tienen como característica el supuesto de que los rendimientos del activo en cuestión tiene una determinada función de distribución $F(x)$, tal como la distribución normal, t-student, GED, log normal, etc. Se calcula bajo la siguiente expresión: $Var_{t+1}/t= F(\alpha)\sigma_{t+1}$, donde σ_{t+1} representa la distribución condicional a la información disponible en el tiempo t .

Adicionalmente, el método paramétrico permite conocer en forma explícita la estructura de correlación o del espectro, tanto en el corto como en el largo plazo, sus ventajas radican en que permiten caracterizar todas las autocorrelaciones.

Para el cálculo del VaR de esta investigación, es necesario conocer la distribución estimada de los retornos, así mismo, conocer la varianza, y ésta es conocida a través de los modelos de volatilidad propuestos en la literatura, como lo son los modelos de la familia ARCH [Engle \(1982\)](#).

4.3. Modelos de Volatilidad

Los modelos que se analizan usualmente asumen que la varianza es constante en el tiempo, sin embargo, para agentes adversos al riesgo, que toman sus decisiones en un régimen de incertidumbre la variabilidad es un factor importante para tomar decisiones, ya que la distribución de los rendimientos cambia en cada instante de tiempo, por esta razón es necesario considerar un modelo que recoja los agrupamientos de volatilidad. Una de las contribuciones importantes de la literatura son los modelos propuestos por [Engle \(1982\)](#), llamados ARCH, el cual tiene en cuenta las variaciones condicionales, el cual es conocido como volatilidad.

La volatilidad se define como la varianza condicional de los retornos de los activos, y es un factor importante en la valoración de opciones y el mercado financiero [Tsay \(2001\)](#). Aunque las correlaciones de los retornos de los activos son pequeñas, los cuadrados correspondientes son altos, siendo estos los más apropiados para su estimación empleando modelos de series de tiempo que tengan en cuenta el proceso de memoria larga, tanto en la media como en la varianza.

Por tanto, la formulación básica de estos modelos consiste en modelizar la serie e_t según la ecuación: $e_t = \sigma_t \varepsilon_t$. Donde ε (proceso de ruido blanco formado por variables aleatorias normales independientes de media cero y varianza igual a 1) y σ_t (factor denominado volatilidad) son procesos estacionarios independientes entre sí.

La condición de independencia entre σ_t y ε garantiza que la serie e_t tenga media marginal igual a cero.

$$E(e_t) = E(\sigma_t \varepsilon_t) = E(\sigma_t)E(\varepsilon_t) = 0 \quad (4-4)$$

Y lo mismo ocurre con la media condicional que es nula:

$$E(e_t/e_{t-1}) = E(\sigma_t^2/e_{t-1})E(\varepsilon_t) = 0 \quad (4-5)$$

La varianza marginal de e_t tiene que ser constante, σ^2 Esta varianza se calcula como:

$$E(e_t^2) = E(\sigma_t^2 \varepsilon_t^2) = E(\sigma_t^2)E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2 * 1 = \sigma_t^2 \quad (4-6)$$

Sin embargo la varianza condicional no es constante:

$$Var(e_t^2 | e_{t-1}) = E(\sigma_t^2 | e_{t-1}) \quad (4-7)$$

4.4. Procesos de Memoria Larga

Existen diferentes técnicas que permiten modelar y estimar las características propias de una serie, por ejemplo su dependencia a largo plazo, los hechos estilizados, entre otros. Tradicionalmente para estimar la volatilidad de series temporales de alta frecuencia se han utilizado los modelos Autoregresivos de Heterocedasticidad Condicionada (modelos ARCH) y su generalización (modelos GARCH) los cuales en algunas ocasiones pueden ser adecuados; pues pueden capturar la dependencia en media condicional y varianza condicional. Sin embargo, existen otras alternativas como los son los modelos ARFIMA, EGARCH, TGARCH, APARCH, que aunque son más complejos de estimar recogen de forma adecuada las principales características de las series temporales de alta frecuencia.

4.4.1. Pruebas de Memoria Larga

Prueba de Geweke Y Porter-Hudak (1983)

[Geweke y Porter \(1983\)](#) Esta es una prueba de contraste semiparamétrico, es robusto a la normalidad, sin embargo presenta problemas de sesgo y eficiencia en presencia de componentes a corto plazo. Se basa en la inferencia sobre el estimador del parámetro d de la ecuación de regresión de mínimos cuadrados en el dominio de frecuencia.

$$GPH = \frac{\hat{d} - d}{var(\hat{d}^{\frac{1}{2}})} \xrightarrow{dist} N(0, 1) \quad (4-8)$$

A continuación se describe el proceso para modelar el proceso, en el caso de media condicional.

4.4.2. Modelo ARFIMA

Para resolver el problema de raíces unitarias usados en las series no estacionarias y modelos estacionarios que imponen un decrecimiento exponencial de las autocorrelaciones, [Granger y Joyeux \(1980\)](#) y [Hosking \(1981\)](#) proponen una clase de procesos intermedios, en los que el orden de integración es fraccionario. Donde introducen los procesos

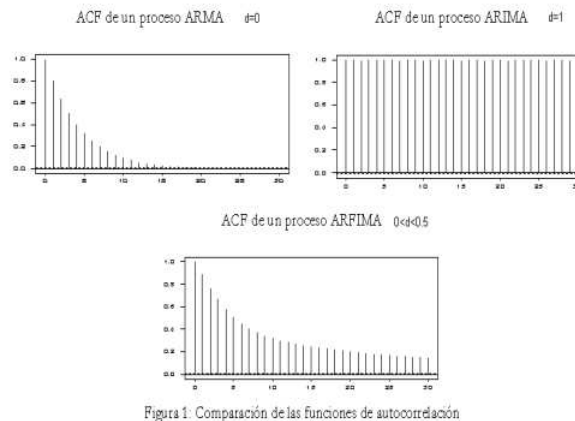


Figura 1: Comparación de las funciones de autocorrelación

Figura 4-3.: Identificación de memoria larga

autorregresivos y de medias móviles fraccionalmente integrados $ARFIMA(p, d, q)$, d es un número real comprendido entre $-0,5$ y $0,5$. Al permitir que el orden de integración d sea un número no entero positivo, estos modelos actúan como un "puente" entre los procesos con raíces unitarias ARIMA ($d = 1$) y los procesos ARMA estacionarios que no requieren integración ($d = 0$).

Algunas de las series son diferenciadas en forma entera es decir $d=1$, según Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981), esto puede traer graves consecuencias, pues una diferenciación excesiva elimina la componente de bajas frecuencias, la cual es muy importante para los pronósticos a largo plazo.

Los modelos ARFIMA, tienen la capacidad para mostrar dependencias significativas entre periodos de tiempo distantes, esta persistencia de algún comportamiento se le denomina: como un **proceso de identificación de memoria larga** (decaimiento muy lento en su ACF), la memoria de una serie de tiempo está relacionada con el comportamiento que exhibe su función de autocorrelación. E. Castaño (2015)

Para poder entender la forma del modelo ARFIMA, se hace el paralelo con la metodología usada en Box Jenking, ya que éste usa una serie de "pasos" para poder identificar el modelo que genera la serie de tiempo, ya sea ARMA o ARIMA, para esto se usa el método gráfico para identificar cambios de nivel, tendencia y estacionariedad, así mismo se requiere estimar el correlograma, ya que este ayudará a identificar si el proceso es memoria larga o memoria corta.

Para la construcción del modelo se requiere obtener la identificación de la componente de diferenciación d y de la componente a corto plazo ARMA, para el reconocer si sigue un modelo ARMA (p, q) este se puede evidenciar por medio de las correlaciones, si decrecen

exponencialmente a medida que crece el número de retardos se dice que tiene un proceso de memoria corta.

Por otra parte, si se ve reflejado un proceso de **memoria larga**, se debe analizar al detalle, puesto que se debe determinar la tasa de convergencia de las correlaciones, y este proceso requiere de modelos que lo expliquen, en vista que no solo se observa la magnitud de cada una de ellas sino también la correlación individual, y esta puede ser arbitrariamente pequeña, pero el decrecimiento debe ser lento.

Por lo anterior, para observar la persistencia en periodos largos se requiere calcular un número razonablemente grande de autocorrelaciones estimadas [Pérez y Ruiz \(2001\)](#). Por tanto se sugiere calcular por lo menos 50 autocorrelaciones estimadas, lo cual significa que necesitamos series de mínimo 150 a 200 datos para poder realizar un análisis adecuado.

De esta manera, en primer lugar se define el modelo ARFIMA como:

$$\phi(B)\Delta^d Y_t = \phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)a_t \quad (4-9)$$

Donde:

- Parte Autorregresiva (AR)

$$\underbrace{\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p}_{(4-10)}$$

- Parte Media Movil (MA)

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (4-11)$$

- $\Delta^d Y_t$: es un proceso estacionario
- d es un numero entero positivo
- B es el operador de retardo
- a_t es Ruido Blanco $\sim N(0, \sigma^2)$

Si $d = 0$, Z_t es un proceso estacionario de memoria corta o $I(0)$, es decir que Z_t sigue un proceso ARMA(p,q).

Si d es un numero entero positivo, Z_t , tiene memoria persistente y d raíces unitarias, Z_t sigue un proceso integrado ARIMA(p, d, q), generalmente $d = 1, 2, \dots$

Si d es un número real no entero, se dice que Z_t es un proceso fraccionalmente integrado. Si $0 < d < 0,5$, Z_t es un proceso estacionario de memoria larga.

Si $0,5 < d < 1$, Z_t es un proceso no estacionario, con reversión a la media.

Si los valores del parámetro d , se encuentran en el intervalo $0,5 < d < 0,5$ el proceso ARFIMA(p, d, q) es estacionario e invertible. La componente ARMA(p, q) del modelo ARFIMA es denominada la componente de corto plazo.

Una vez que se pueda establecer necesita ser diferenciada para volverla estacionaria, se determina ese valor de d , ya que si vimos un decaimiento rápido exponencial el d puede ser entero o si tiene un decaimiento muy lento hacia cero, se considera el d menor a 1, luego se procede a realizar los pasos que ya conocemos en el análisis exploratorio. Paso siguiente se puede evaluar la bondad del ajuste utilizando pruebas de memoria larga.

4.5. Modelos de Heterocedasticidad Condicional

4.5.1. Modelos ARCH

Engle (1982) presenta el modelo ARCH (*Autorregresive Conditional Heteroskedasticity*), el cual modela la varianza condicionada de mediciones pasadas, siendo esta no constante (heterocedástica). Para estos procesos, el pasado proporciona información para el presente y así poder estimar la varianza del pronóstico de un periodo.

Entonces como primera introducción de los modelos de volatilidad se tendrá en cuenta que el modelo para la media condicional es μ , y a_t se le denomina shock o retorno corregido por la media. La idea básica del modelo de heterocedasticidad es:

- a) El retorno corregido por la media a_t no está serialmente correlacionado pero es dependiente.
- b) La dependencia de a_t , puede ser descrita por una simple función cuadrática de sus valores rezagados.

Específicamente el modelo ARCH(m) supone que:

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m a_{t-m}^2 \quad (4-12)$$

Donde ε_t es una sucesión de variables i.i.d con media cero y varianza 1, $\alpha_i > 0$, para $i \geq 0$. Los coeficiente α_i para $\alpha_i > 0$ deben cumplir algunas condiciones de regularidad para asegurar que la varianza incondicional de a_t sea finita. Se supone que $\varepsilon \sim N(0, 1)$ o una distribución t-student ($N \sim 0, \sigma_t^2$).

4.5.2. Modelo GARCH

Autores como [Tsay \(2001\)](#) señala que los procesos GARCH (p,q) (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) es una técnica desarrollada por [Bollerslev, 1986](#)

Este modelo evita que exista un alto número de coeficientes en términos autoregresivos ya que esto ocasionaría que se produzca una importante pérdida de precisión en su estimación, es por esto que se propone el modelo GARCH como parametrización alternativa y restringida, dependiente de un número reducido de parámetros, donde la generación de los residuos debe incluir la varianza rezagada. El modelo viene definido de la siguiente manera:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (4-13)$$

Donde :

- α es el promedio
- ε_{t-i}^2 son los impactos sobre la volatilidad del periodo anterior (el termino ARCH).
- σ_{t-1}^2 es la varianza pronosticada del segundo periodo (EL termino GARCH)

Para entender las propiedades de los modelos GARCH, es útil usar la siguiente representación:

Sea $n_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$; entonces $\sigma_t^2 = \varepsilon_t^2 - n_t$

Podemos re escribir el modelo de tal manera:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 + n_t - \sum_{j=1}^q \beta_j n_{t-j} \quad (4-14)$$

4.6. Modelos con apalancamiento: EGARCH, TGARCH, APARCH

4.6.1. Modelo EGARCH

El modelo **GARCH Exponencial** (por sus siglas en inglés) fue propuesto por [Nelson \(1991\)](#), tiene la gran cualidad de modelar el comportamiento asimétrico de la varianza que depende del tiempo y al mismo tiempo garantizar que la varianza siempre sea positiva.

Se incluyen los efectos asimétrico ya que los cambios en los retornos de un activo afecta la su volatilidad.

$$g(\varepsilon) = \theta \varepsilon + \gamma [|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)] \quad (4-15)$$

donde θ y γ son constantes reales.

Tanto $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$ son sucesiones *i.i.d*⁴ con media cero y distribuciones continuas. Por tanto $E(|g(\varepsilon_t)| = 0)$.

- El efecto de asimetría puede verse, al expresar la función g , ya que este permite responder asimétricamente a valores positivos y negativos rezagados a a_t , para esto, se tiene:

$$g(\varepsilon) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\varepsilon - \gamma E(|\varepsilon|) & \text{si } \varepsilon \leq 0 \\ \theta - \gamma)\varepsilon - \gamma E(|\varepsilon|) & \text{si } \varepsilon > 0 \end{cases} \quad (4-16)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, un modelo EGARCH (p,q) puede ser escrito como:

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t ,$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln(\sigma_{t-1}^2) + \sum_{i=1}^q \left\{ \alpha_i \left[\left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] - \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right\} \quad (4-17)$$

- α_0 es una constante.
- σ_t es la varianza condicional de ε_t , dada la información disponible hasta el tiempo t , adicional a esto, para asegurar que σ_t permanezca positiva, se usa el logaritmo de la varianza para relajar la restricción de coeficientes positivos ($\ln(\sigma_t^2)$)
- Generalmente se usa la formulación de ε_t , como el error estandarizado, es decir, el error dividido por su desviación típica condicional: $\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}}$.
- Como $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ se tiene $E(|\varepsilon_t|) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$.
- $\alpha_i \left[\left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$, aquí la varianza condicional evoluciona de manera no lineal que depende del signo de ε_{t-1} .
- El coeficiente γ mide la sensibilidad de la varianza condicional de impactos de distinto signo, a esto es lo que se conoce como efecto de asimetría o efecto de apalancamiento. En la práctica, se espera que el signo de este parámetro sea positivo, por lo que un impacto negativo incrementará la volatilidad futura (incertidumbre), mientras que un impacto positivo facilita el efecto de incertidumbre futura.

⁴un conjunto de variables aleatorias se consideran independientes e idénticamente distribuidas *i.i.d* si cada variable aleatoria tiene la misma distribución de probabilidad y todas son mutuamente independientes

- Diagnostico de efectos leverage: Algunas series financieras tienden a disminuir la volatilidad cuando los retornos aumentan y a aumentarla cuando los retornos caen. Este evento es denominado *efecto Leverage*

Este efecto es importante medir puesto que un inversionista a menudo se enfrenta a la disyuntiva en aumentar el retorno o disminuir el riesgo, pues siempre se está sujeto a cambios de la economía, medir este efecto permitirá cuantificar pérdidas, ante un evento adverso, por ejemplo, entro de una Empresa, se refiere a una "palanca" que hace multiplicar tanto buenos y malos resultados, ahora si se menciona "LeverageFinanciero" se hace mención al uso de la deuda para financiar los activos, aumentando así el valor de la empresa, por lo tanto al aumentar el leverage, estamos diciendo que estamos financiando los activos con mayor proporción de deuda lo que implica un aumento en el ratio deuda activos.⁵

4.6.2. Modelo TGARCH

Otro proceso para modelar efectos asimétricos, es el propuesto por [Zakoian \(1994\)](#), se conoce como modelo **GARCH por umbrales (TGARCH)**, por sus siglas en inglés).

El modelo TGARCH (m,s), la varianza condicional se modela de la siguiente manera:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^s (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) \varepsilon_i^2 + \sum_{j=1}^m \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4-18)$$

Donde:

- $\alpha_i, \gamma_i, \beta_j$ son parámetros no negativos que satisfacen condiciones similares a aquellos de los modelos GARCH.
- N_{t-i} Se define como una variable indicadora dada por:

$$N_{t-i} = \begin{cases} 1, & \text{si } \varepsilon_{t-1} < 0 \quad (\text{impactos negativos}) \\ 0, & \text{si } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \quad (\text{impactos positivos}) \end{cases} \quad (4-19)$$

La variable N_i usa un umbral igual a cero para clasificar los impactos pasados. En la práctica se pueden usar otros valores para el umbral, tal como propone ([Tsay, 2001](#)).

- El coeficiente γ corresponde al parámetro de apalancamiento y cuando $\gamma_1 = 0$, el modelo corresponde a un GARCH(1,1) estándar.

⁵Tomado de : <http://economia.ucsc.cl/wp-content/uploads/2013/09/Clase-directiva-04.pdf>

De acuerdo con este modelo, cuando se tiene un impacto positivo el efecto que se tiene en la volatilidad es igual a α_1 . Así mismo, cuando el impacto es negativo el efecto de la volatilidad es $\alpha + \gamma$.

- El parámetro γ es positivo y con un valor significativo, los impactos negativos tendrán un mayor efecto en σ_t^2 que impactos positivos.
- El modelo usa el cero como el *umbral* para separar los impactos de los shocks pasados.

4.6.3. Modelo APARCH

Otro modelo que incorpora la asimetría de la distribución de los rendimientos, es el **ARCH Potencial Asimétrico denominado (APARCH)**, este modelo es una versión generalizada del modelo ARCH, y fue propuesto por :

La estructura general de modelo es:

$$a_t \sigma_t \varepsilon_t \quad \text{donde} \quad \varepsilon_t \sim i.i.d N \sim (0, 1)$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\alpha_{t-i}| - \gamma_i \alpha_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (4-20)$$

Donde:

- $\alpha_0 \geq 0, \delta \geq 0$,
- $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, p$
- $-1 < \gamma_i < 1, i = 1, 2, \dots, p$
- $\beta_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, q$

En este modelo están implícitas dos transformaciones potenciales tipo Box-Cox:

- Sobre la desviación típica (en función del valor de d); con la que se recoge el coeficiente de elasticidad de sustitución (CES) de un modelo tipo Arrow (1961).
- Sobre el valor absoluto asimétrico de los residuos; con la que se recoge el "efectoapalancamiento" (leverage) presente en los mercados financieros; es decir, la respuesta distinta ante "shocks" previos según el signo de estos.

5. Metodología

5.1. Fase I

Obtención y preparación de los datos de Estudio

El análisis financiero de series de tiempo está relacionado con la valoración de activos financieros en el tiempo Tsay (2001), por lo anterior, la motivación radica en analizar los datos de la Tasa Representativa del Mercado (TRM) *COP – USD* durante el periodo comprendido entre el 01 de Enero del 2012 al 31 de Diciembre de 2014 lo que corresponde a 1096 datos diarios. Dicho periodo se analiza debido a los cambios que tuvo la economía colombiana por el contagio mundial de la crisis del Subprime del 2008, el cual trajo consigo etapas de fluctuación que se vio reflejado en los siguientes periodos, esto se traduce a una alta volatilidad de Colombia (2011). Es por esto, que el manejo del riesgo se convirtió en una de las principales herramientas para evitar las enormes pérdidas características de esos periodos.

La información de la serie es de libre acceso, y se encuentra en la pagina del Banco de la República.¹

Análisis Preliminar:

Como primera instancia, se realiza un análisis estadístico preliminar por medio de la representación gráfica de la serie de la TRM a nivel, esto con el fin de identificar qué características posee la serie como: tendencia, es decir, establecer si la media del proceso es constante o no y así esto ayudará a identificar la posible estacionariedad y/o estacionalidad, también si aparecen fluctuaciones cuya amplitud cambia para distintos intervalos del periodo muestral, esto ayudará a determinar que la varianza está fallando.

Por lo anterior, para cada uno de los valores de la serie de la TRM se calculó el retorno compuesto de la siguiente manera Tsay (2001).

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad (5-1)$$

¹ Recuperado de [http : //www.banrep.gov.co/es/trm](http://www.banrep.gov.co/es/trm), o también está disponible en la pagina de la Superintendencia Financiera de Colombia.

Por otra parte, [Tsay \(2001\)](#), afirma que la mayoría de los estudios financieros implica estudiar los retornos, en lugar de precios de activos. Campbell, Lo, y MacKinlay (1997) dan dos razones para usarlos: Primero, por que se trabaja con la rentabilidad esperada, es decir, los inversionistas siempre están interesados en estimar la tasa de retorno y la volatilidad de un instrumento financiero u otros derivados, durante el período de tenencia. En segundo lugar, el retorno de un activo es un resumen completo y sin escalas de la inversión oportuna, por tanto son más fáciles de manejar que las series de precios, ya que tienen propiedades estadísticas más atractivas.

Por lo anterior, se calculó las respectivas transformaciones $r_t, r_t^2 y |r_t|$, (retornos, retornos al cuadrado y en valor absoluto) como se mencionó, estos poseen propiedades estadísticas que son mejores de interpretar; todo esto con el fin de examinar los hechos estilizados con el fin de caracterizar la volatilidad [Fama \(1965\)](#). Dentro de los cuales se encuentra como primera etapa una inspección visual, en el cual se analizará el exceso de curtosis, característica importante de las series financieras [Mandelbrot \(1963\)](#); [Fama \(1965\)](#).

De igual forma, se examina la existencia de periodos de alta y baja volatilidad que será observada a través de la desviación estándar de los rendimientos, estos periodos se les denomina clúster de volatilidad, ya que si la volatilidad es alta en un periodo tiende a seguir alta para el siguiente periodo [Mandelbrot \(1963\)](#); [Engle \(1982\)](#), al mismo tiempo estos clúster permiten describir si este comportamiento se ve afectado por algún co-movimiento de otra serie, por ejemplo factores como la inflación, el precio del petróleo, los intereses interbancarios, la especulación, el valor relativo de otras divisas, entre otros, que pueden estar afectando el valor de TRM COP-USD [Reinhart, Calvo, y Leiderman \(1993\)](#).

Después de una inspección visual, se procede a comprender el comportamiento a través de un resumen estadístico de los retornos COP-USD, donde se podrá tener en detalle el análisis descriptivo como: curtosis, asimetría, cuartiles, etc. Y así poder determinar su comportamiento.

En consecuencia, se procede a examinar los supuestos de normalidad, independencia y homogeneidad por medio del histograma, la asimetría y curtosis, esto ayudará a determinar que distribución puede llegar ajustarse mejor para representar la serie de los retornos.

Identificación:

A continuación se procede a deducir el comportamiento, por medio de la Función de Autocorrelación (FAC) y la Función de Autocorrelación Parcial (PACF), tal que permita conocer si la serie de los retornos presenta corta o larga memoria. Si en el correlograma

muestral (FAC), decrece muy lentamente al aumentar el rezago, sería indicativo de falta de estacionariedad, y si se observa un tipo de decadencia rápido con convergencia hacia cero, éste se puede representar a través de los modelos tradicionales como lo son : AR(p) , MA(q), ARMA(p,q) o ARIMA Geweke y Porter (1983), ver figura 5-1 y figura4-3 del capítulo 3.

Por otra parte, si el correlograma presenta una convergencia lenta, con una tendencia hiperbólica, esto puede ser indicio a un fenómeno de memoria larga, en consecuencia la ausencia de homocedasticidad, este puede ser representado por medio de modelos de la familia ARCH Engle (1982).

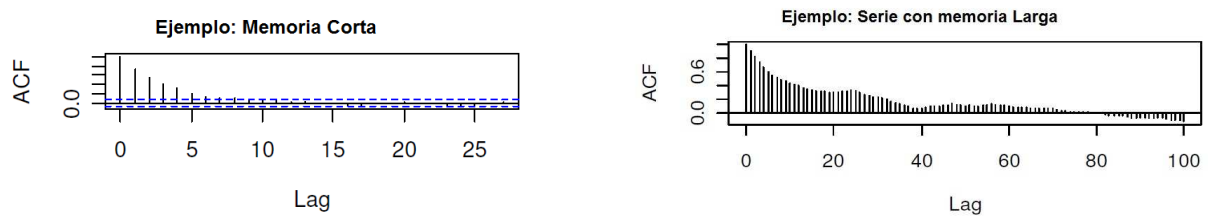


Figura 5-1.: Ejemplo Ilustrativo: Memoria Corta y Memoria Larga

Para probar que tipo de convergencia tiene la serie, se practica la prueba de memoria larga GPH Geweke y Porter (1983), T. Baillie Bollerslev y Mikkelsen (1996).

$$\begin{aligned} H_0 : d &= 0 && \text{memoria corta} \\ H_a : d &> 0 && \text{memoria larga} \end{aligned}$$

$$GPH = \frac{\hat{d} - d}{\text{var}(\hat{d}^{\frac{1}{2}})} \xrightarrow{\text{dist}} N(0, 1) \quad (5-2)$$

Si se rechaza la hipótesis nula, se debe estimar el valor del parámetro de diferenciación fraccional d , su valor es de gran interés para estimar el grado de memoria y estacionariedad, además de indicar el grado de persistencia del proceso. La correcta estimación proporciona una idea más amplia acerca de cuál es el modelo que me permitirá explicar la dinámica del comportamiento de la serie, con esto se determina el orden de parte autorregresiva (p) y el de medias móviles (q), con el cual puede ser un ARIMA (p, d, q), ARFIMA (p, d, q) o SARIMA(P, D, Q).

Paralelo a este parámetro de diferenciación estimado, se encuentra el coeficiente de ([Hurst, 1956](#)) el cual también nos ayuda a determinar si el proceso es de memoria larga. A demás de ayudar a describir como evoluciona la serie financiera.

- Si $d=0$, Z_t es un proceso estacionario de memoria corta o $I(0)$, es decir que Z_t sigue un proceso ARMA(p,q).
- Si d es un numero entero positivo, Z_t , tiene memoria persistente y d raíces unitarias, Z_t sigue un proceso integrado ARIMA(p, d, q), generalmente $d = 1, 2...$
- Si d es un número real no entero, se dice que Z_t es un proceso fraccionalmente integrado. Si $0 < d < 0,5$, Z_t es un proceso estacionario de memoria larga.
- Si $0,5 < d < 1$, Z_t es un proceso no estacionario, con reversión a la media.

Una vez identificado el valor de d , y se observe el intervalo en el que oscila, se procede a diferenciar la serie para volverla estacionaria.

En este sentido, se tiene una idea más amplia del camino se empleará, puesto que al demostrar la existencia de memoria larga, los hechos estilizados, la existencia de colas pesadas, la existencia de no normalidad y el más importante: la presencia de heterocedasticidad, esto se considera como suficiente evidencia para considerar modelar la varianza condicional a través de modelos de la familia ARCH [Engle \(1982\)](#).

5.2. Fase II

Estimación :

Modelación de la media y la varianza.

Una vez identificado el modelo de la serie, se procede a estimar el proceso en media de los retornos, planteando inicialmente un $p=1$ y $q=1$ para el modelo ARFIMA(p,q,d), se comienza por ordenes inferiores como (1,d,1), (1,d,0), (1,0,2)... (2,d,1) ... y así sucesivamente. La idea de conservar un orden no tan elevado radica en la teoría, que al estimar valores mas altos para p y q estos pueden llegar hacer ligeramente sensibles a la dependencia al corto plazo [Bentes \(2016\)](#), ademas al incluir demasiados componentes se *contamina* la estimación siendo poco parsimonioso.

Una vez se tenga la estimación para cada orden , se realizaciones validaciones a través de medidas de bondad de ajuste que minimicen el criterio de Información Akaike y que cumpla

con las pruebas Ljung-Box sobre la no correlación de los residuales [Tsay \(2001\)](#), a demás de observar si la serie sigue un proceso de memoria larga [Beran, Feng, Ghosh, y Kulik \(2014\)](#). Simultáneamente, en cuanto a modelo para la volatilidad, se plantean inicialmente un EGARCH (p, q), TGARCH(p,q) y por ultimo un APARCH (p,q) , estos modelos propuestos permiten evaluar el proceso de desviación estándar condicional.

Los modelos EGARCH(p,q), TGARCH(p,q), APARCH(p,q) son usados en esta investigación para describir la dinámica de las series de rendimientos cambiarios. Se usaron estos modelos porque permiten capturar los efectos de shocks informacionales (simétricos, asimétricos) ante impactos de diferente naturaleza, estos modelos asumen que reacción tienen la volatilidad para así poderla explicar.

Por consiguiente, para cada modelo propuesto se realiza la estimación con distribuciones de colas pesadas tales como: Distribución Condicional (GED), t- student, normal asimétrica, y así mismo estimando el orden adecuado del modelo, conservando el principio de parsimonia.

Se evalúa el mejor modelo de acuerdo a las pruebas de bondad de ajuste, mediante los estimadores del logaritmo de verosimilitud (Log-Likelihood, Logl), del criterio de información de Akaike (AIC), método de Máxima Verosimilitud (Maximum Likelihood, ML), con esto se elige los parámetros significativos y parsimoniosos y la distribución que mejor representaba la serie de los retornos de la TRM.

Al analizar una serie de tiempo puede observarse que los impactos negativos tienen un efecto más fuerte en la volatilidad que las buenas noticias. Mas aun, se ha detectado que para algunos mercados de valores existe una correlación negativa entre el rendimiento actual y la volatilidad futura Suliman y Winker, (2012).

A la tendencia que tiene la volatilidad de decrecer cuando los rendimientos se incrementan se conoce comúnmente como efecto de apalancamiento Enders, (2004). En esta situación, los modelos GARCH poseen la desventaja de que la varianza condicional no es capaz de modelar los cambios asimétricos de los incrementos y decrementos de los rendimientos y_t .

En la literatura se han propuesto algunas maneras para modelar ese efecto por medio de los denominados modelos asimétricos. Los más conocidos en la práctica son el EGARCH [Nelson \(1991\)](#), el TGARCH [Zakoian \(1994\)](#) y el APARCH ([Ding, Granger, y Robert F. Engle, s.f.](#)):

- EGARCH (p,q) : Ecuación 4.6.1

Usa el logaritmo de la varianza para relajar la restricción de coeficientes positivos, además de capturar los efectos asimétricos, lo que se traduce en el empleo de $g(\varepsilon_t)$ (que modela asimetría, es decir, el efecto de apalancamiento), permitiendo al modelo responder asimétricamente a valores positivos y negativos rezagados de a_t .

- APARCH (p,q) :

Ecuación 4.6.2.

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\alpha_{t-i}| - \gamma_i a_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta.$$

Este modelo es una versión generalizada del modelo ARCH, llamado el modelo ARCH Potencial Asimétrico, denotado como APARCH el modelo permite capturar la respuesta asimétrica de la volatilidad a shocks positivos y negativos (efectos leverage) de los retornos.

- TGARCH (p,q) : Ecuación 4.6.3

Otro proceso para modelar efectos asimétricos, que fue propuesto por se conoce como modelo GARCH por umbrales (TGARCH, por sus siglas en inglés). $\sigma_t^2 = w + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$

5.3. Fase III

Validación

Una vez estimado el modelo se debe comprobar si éste se ajusta correctamente al conjunto de datos. Para la aceptación del modelo deben analizarse los residuos, los coeficientes estimados, la bondad del ajuste y la estabilidad del modelo. Por tanto se procede a observar la gráfica de los residuales estandarizados, comprobando el comportamiento de Ruido Blanco para el ajuste propuesto [Herrera López Francisco y de Jesús Gutiérrez \(s.f.\)](#).

Por consiguiente se realiza el pronóstico para un periodo t en el cual se vea reflejado los ajustes para la TRM.

Por ultimo, se analiza la curva de impacto, el cual autores como [Pagan y Schwert \(1990\)](#) fueron los primeros investigadores en introducir una representación gráfica de la respuesta asimétrica de la varianza condicional ante choques positivos o negativos. Esta representación gráfica se le denominó, curvas de impacto de noticias, esto quiere decir que se genera un aumento inesperado en el precio, lo cual se entiende como una noticia positiva. En caso contrario, si, el precio cae de manera inesperada, posiblemente a causa de una noticia negativa. Estas curvas de impacto de los shocks representan la varianza condicional del presente período.

5.4. Fase IV

Estimación del VaR en un portafolio Hipotético

Se procede a calcular el VaR bajo el enfoque paramétrico propuesto, mediante el esquema de la familia ARCH, y así estimar el rendimiento de la cartera.

El esquema a seguir para el cálculo del valor en riesgo de una cartera comprende las siguientes etapas:

Identificar e introducir el modelo que concederá la información sobre los cambios, que puedan afectar de modo significativo al valor de la cartera. Esta estimación dependerá de

cuál haya sido el mejor modelo de la familia ARCH la predicción de la volatilidad futura y de las hipótesis estadísticas que hayan sido realizadas al respecto. Es decir, lo hallado en la fase I y II: estimación del modelo en media y la varianza, y finalmente la fase III que contiene las validaciones pertinentes como test estadísticos .

De acuerdo a la etapa anterior, se procede a realizar un ejemplo en un portafolio de inversión con un nivel de confianza, un intervalo de tiempo definido y así poder calcular las pérdidas esperadas en condiciones normales del mercado ([Alonso y Berggrun, 2008](#)), ([Tsay, 2001](#)), [Áleman y Sánchez \(2013\)](#).

5.5. Fase V

Pruebas Backtesting

El Backtesting es un proceso estadístico por el cual se determina la precisión en la estimación del VaR de un portafolio, acudiendo a una comparación entre dicha estimación y la pérdida real del portafolio en diferentes días del pasado. En el proceso puede analizarse, además, la bondad o pertinencia del modelo empleado para el cálculo del VaR.

Si se considera una estimación del VaR a un día y con una confianza de $1 - \alpha$, una excepción se define como el día en el cual el cambio real del portafolio excede el cálculo del VaR. Si el modelo usado para dicho cálculo es adecuado, entonces la probabilidad de que el VaR sea excedido en un día dado es $p = \alpha$. [P. F. Christoffersen \(1998\)](#).

En otras palabras, como se nombró anteriormente el VaR se define como la pérdida potencial frente a escenarios negativos y que suceden con una probabilidad máxima de ocurrencia. Por ejemplo, si una cartera de inversiones tiene un retorno esperado anual de 10 % y un VaR anual de 30 % quiere decir que, en promedio, se espera ganar un 10 % pero existe una probabilidad baja típicamente , 5 %, ($\alpha = 5\%$) de que un año se pierda más del 30 %.

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1. Conclusiones

Finalmente, para la serie de la TRM COP/USD en Colombia, en el periodo estudiado se comparó los modelos APARCH, EGARCH, TGARCH, encontrando mejor ajuste lo presentó el EGARCH (1,1) con la distribución *t-student*, adicionalmente se calculó una pérdida esperada a través de un portafolio que puede ser modificado con cualquier valor, para realizar el ejercicio. Al realizar la prueba de ajuste de Kupiec y Christoffersen, se encontró que el modelo tiene un promedio de fallas de 6 %, con una confiabilidad de 95 %, lo que indica que el modelo está dentro de los límites fijados para la estimación del valor en riesgo.

No se puede asumir normalidad, ya que esto se traduce a suponer que la volatilidad permanece constante, lo que se traduce a un mal ajuste y términos del VaR a que arroje resultados falsos acerca de la máxima pérdida esperada, puesto que se llegaría a subestimar o sobrestimar los parámetros. Los modelos que consideren la volatilidad condicional como los propuestos en ésta investigación tienen en cuenta los efectos de asimetría, ante impactos positivos o negativos, por ejemplo alguna burbuja financiera que altere el valor de la TRM para un instante de tiempo t , que pueda afectar la distribución de los rendimientos.

Es importante tener una gestión del riesgo, ya que para créditos denominados en moneda extranjera, el riesgo de mercado derivado de la volatilidad de las tasas de cambio respectivas traen impacto sobre la capacidad de pago del deudor, esto se traduce a riesgos ante una transferencia y convertibilidad de divisas para cubrir ese crédito, se debe tener en cuenta la convertibilidad de las divisas para poder identificar los riesgos de transferencia en capital colombiano.

Con una regulación más ajustada se fortalece, entre otras, la industria bancaria y financiera, la industria de seguros y también la industria de la administración de fondos de pensiones.

Bajo el enfoque paramétrico de los modelos de la familia ARCH, se puede obtener una estimación robusta del VaR, ya que al conocer el valor medio en que oscila los retornos y la variabilidad, bajo un horizonte de tiempo deseado, es posible conocer las pérdidas esperadas a la que se enfrenta ante una inversión y así mitigar el impacto ante un efecto negativo. Así pues, el VaR ayuda a los reguladores a decidir las exigencias de capital adecuado, lo que

a nivel bancario se denomina, calculo apropiado de provisiones.

El número de fallas obtenidas con la metodología RiskMetrics no fue significativa, es decir, con un nivel de Confianza del 95 % para un horizonte de tiempo de un 30 días, y un portafolio Hipotético de 10,000, el VaR se excede en un 6 %. Lo cual indica que sería útil usar otras técnicas de RiskMetrics, ya que el implementado presentó limitaciones en su uso, a pesar de haber tratado la correlación de los retornos.

6.2. Recomendaciones

Existen muchas variables que afectan al precio de la TRM, no solo el precio del petróleo, estas apreciaciones serian importantes para futuros estudios, tener en cuenta series multivariadas, además de un modelo que no solo incluya los 4 primeros momentos y la distribución de los retornos, si no otros parámetros como la amplitud en que me moverán los retornos, la persistencia de los shock, algunos modelos sugeridos en la literatura es el HYAPARCH [Schoffer \(2003\)](#)

De acuerdo a los resultados arrojados por el VaR para la TRM, es de particular interés estudiar otras distribuciones que consideren el alto grado de curtosis de la serie. Es por esta razón, que se propone evaluar el ajuste con otras distribuciones de colas pesadas tales como Laplace, lognormal, o la doble exponencial, y así poder determinar si existe una mejor que la *t-student* en el periodo estudiado.

De esta manera las pérdidas de un activo financiero estarían bien modeladas y el capital de la compañía no estaria gravemente afectado, ante la probabilidad de ocurrencia de un evento extremo que conlleve a grandes perdidas.

7. maribel

A. Anexo: Modelos Propuestos para encontrar el mejor ajuste

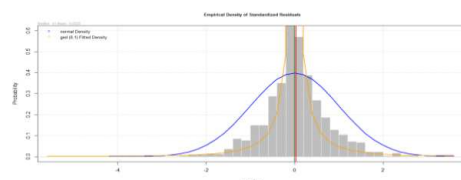
A continuación se presentan los modelos evaluados para encontrar el mejor ajuste. Se evalúan los modelos APARCH (p,q), TGARCH (p,q) , y EGARCH(p,q) , todas bajo el ajuste de distribuciones de colas pesadas tales como t-student, Ged y Normal asimétrica.

Se tiene en cuenta el orden Garch , para proceder a realizar la estimación.

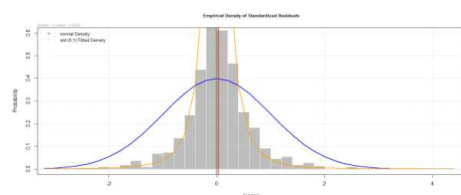
Modelo APARCH

APARCH (1,1).

GED:



t-student:



Normal Asimetrica:

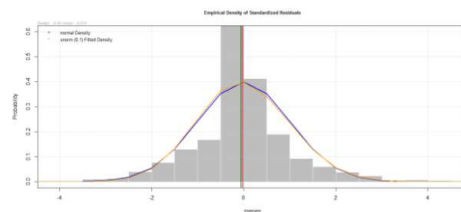


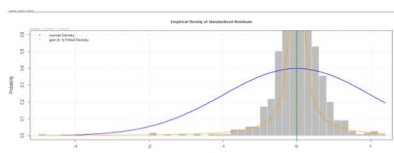
Figura A-1.: Estimación del Modelo en Varianza con un modelo APARCH (1,1)

	APARCH(1,1)		
	Log Verosim	AIC	Bayes
GED	3265,15	-5,9455	-5,8998
t-student	4827,067	-8,7502	-8,7246
normal asimetrica	4702,09	-8,5719	-8,5308

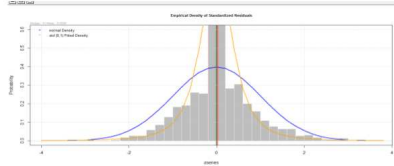
Modelo TGARCH

TGARCH (1,1)

GED:



t-student:



Normal asimétrica

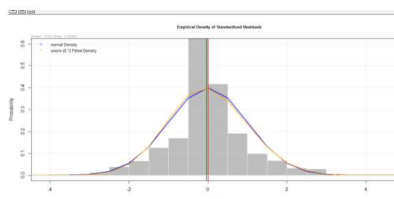


Figura A-2.: Estimación del Modelo en Varianza con un modelo TGARCH(1,1)

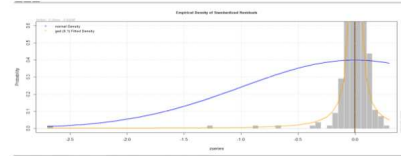
	TGARCH(1,1)		
	Log Verosim	AIC	Bayes
GED	6029,708	-11	-10,96
t-student	4806,763	-8,76	-8,73
normal asimétrica	4692,871	-8,55	-8,52

Adicional a la tabla A, y la figura **A-2**, se analiza que el histograma de la distribución de los residuales Ged esta por debajo del ajuste de la distribución normal, la curva de impacto no reflejaba efecto de apalancamiento ademas de que los parametros estimados no eran significativos.

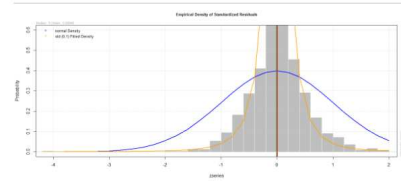
Modelo EGARCH

EGARCH (1,1)

GED:



t-student



Normal asimétrica

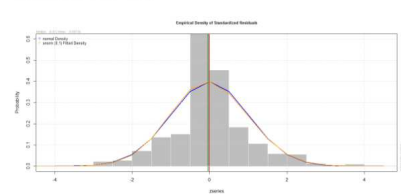


Figura A-3.: Estimación del Modelo en Varianza con un modelo EGARCH (1,1)

	EGARCH(1,1)		
	Log Verosim	AIC	Bayes
GED	5431,718	-9,904	-9,8634
t-student	4809,422	-8,7679	-8,7668
normal asimetrica	4700,9	-8,569	-8,528

B. Pronostico con el modelo ajustado

De acuerdo a los resultados, es posible realizar una predicción de los rendimientos para los siguientes diez períodos,y se obtiene los siguientes resultados:

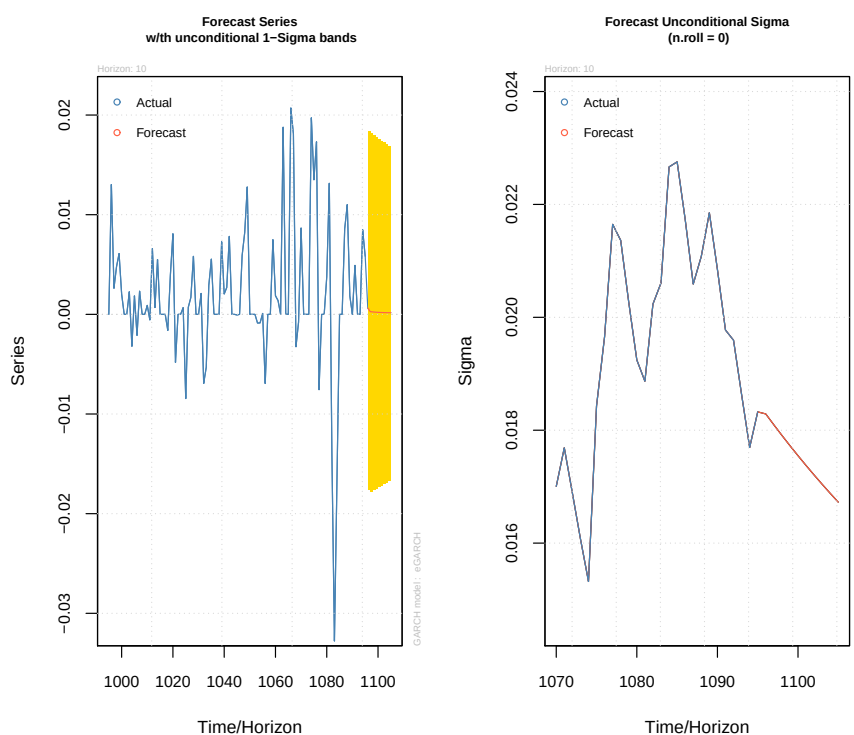


Figura B-1.: Pronósticos

De acuerdo a la información suministrada por el Banco de la Republica, ([Moreno y Rojas, 2014](#)) se puede concretar los resultados mostrados, ya que a finales del año 2014 y comienzos del 2015 , precisamente entre julio de 2014 y marzo de 2015 el peso colombiano registró una depreciación de 39,4 % frente al dólar, puesto que la tasa de cambio pasó de un valor promedio mensual de COP 1.858 a COP2.591 por dólar.

Así, finalmente se concluye que el modelo estimado para los retornos de la tasa de Cambio en Colombia para el periodo del 1ro de Enero de 2012 hasta el 31 de Diciembre de 2014, parece responder a un ARFI(1,0.18), EGARCH(1,1).

C. Paquete usados en R

([R Core Team, 2017](#))

A continuación se presentan los paquetes de *R* utilizados en este trabajo:

Tabla C-1.: Paquetes de R

Paquete	Uso
library(xts)	función constructora para crear un objeto de series temporales extensible.
library(zoo)	zoo es el creador de una clase S3 de observaciones totalmente ordenado indexado que incluye series de tiempo irregulares.
library(tseries)	Paquete que permite modelar pruebas de estacionariedad , estimar garch , metodos arma, arima, permite colocar un objeto como serie de tiempo
library(PerformanceAnalytics)	Sirve para calcular los retornos
library(quantmod)	quantmod hace más fácil el modelado mediante la eliminación de los problemas de flujo de trabajo repetitivas que rodean la gestión de datos, interfaces de modelado y análisis de rendimiento.
library(car)	Regresion
library(FinTS)	Para analizar los efectos arch
library(moments)	Calcula la asimetría y la curtosis
library(forecast)	Series de tiempo
library(TSA)	Series de tiempo
library(utils)	Sirve para usar otros métodos clases que se utilizan internamente por otros paquetes en el CRAN
library(fBasics)	Paquete que permite correr la ACF y PACF
library(fGarch)	Paquete econometrico para modelar procesos GARCH, APARCH, etc
library(rugarch)	Permite definir las dinámicas para la media condicional apartir del modelo general ARFIMAX
library(timeSeries)	Predicción de series de tiempo
library(actuar)	paquete del VaR

Referencias

- Alonso, J. C., y Berggrun. (2008). *Introducción al análisis de riesgo financiero*. Cali: Universidad Icesi.
- Argáez, S. J. (2014). Un paseo por el modelo garch y sus variantes. *Abstraction & Application*, 10, 35–50.
- Baillie, R. T. (1996). Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics*, 73(1), 5 - 59. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304407695017321> doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01732-1](http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076(95)01732-1)
- Baillie, T., Bollerslev, y Mikkelsen, H. O. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 74(1), 3–30.
- Bentes, S. R. (2016). Long memory volatility of gold price returns: How strong is the evidence from distinct economic cycles? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 443, 149–160.
- Beran, J., Feng, Y., Ghosh, S., y Kulik. (2014). Long-memory processes: Probabilistic properties and statistical methods. *Journal of Time Series Analysis*, 35(4), 390–392.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307–327.
- Bollerslev, T., y Chou, K. K. F., Ray. (1992). Arch modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. *Journal of econometrics*, 52(1-2), 5–59.
- Bucevska, V. (2013). An empirical evaluation of garch models in value-at-risk estimation: Evidence from the macedonian stock exchange. *Business Systems Research*, 4(1), 49–64.
- Casas, M. M., y Cepeda, C. E. (2008, 06). Modelos arch, garch y egarch: Aplicaciones a series financieras. *Cuadernos de Economía*, 27, 287 - 319. Descargado de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-4772200800010001
- Castaño, Gómez, Portilla, y Gallón. (2008). Pronóstico y estructuras de volatilidad multiperíodo de la tasa de cambio del peso colombiano. *Cuadernos de Economía*, 27(48), 241–266.
- Castaño, E. (2015, Agosto). *Modelos para series de tiempo de memoria larga: identificación y aplicaciones*. Armenia Colombia: Simposio Internacional de Estadística 2015.
- Castaño, E., Gómez, K., y Gallón, S. (2008). Una nueva prueba para el parámetro de diferenciación fraccional. *Revista Colombiana de Estadística*, 31(1), 67–84.
- Christoffersen, P., Hahn, J., y Inoue, A. (2001). Testing and comparing value-at-risk measures. *Journal of empirical finance*, 8(3), 325–342.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*, 841–862.

- DAleman, F. O., y Sánchez, D. A. G. (2013). Aplicación de los modelos garch a la estimación del var de acciones colombianas. *Revista Soluciones de Postgrado*, 2(3), 11–24.
- de Colombia, S. F. (2011). Actualidad del sistema financiero colombiano. *Dirección de investigación y desarrollo*, 10.
- De Lara, H. A. (2005). *Medición y control de riesgos financieros*. Editorial Limusa.
- Ding, Z., y Granger, C. W. (1996). Modeling volatility persistence of speculative returns: A new approach. *Journal of Econometrics*, 73(1), 185 - 215. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304407695017372> doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01737-2](http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076(95)01737-2)
- Ding, Z., Granger, C. W., y Robert F. Engle, n. . . p. . . y. . . i. . . d. . h. u. . h., volume = 1. (s.f.). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987–1007.
- Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *The journal of Business*, 38(1), 34–105.
- Fang, H., y Lai, T.-Y. (1997). Co-kurtosis and capital asset pricing. *Financial Review*, 32(2), 293–307.
- Gallati, R. (2003). *Risk management and capital adequacy*. McGraw Hill Professional.
- Geweke, J., y Porter, S., Hudak. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 4, 221–238.
- Giraldo, D., y Ospina, F. (2009). Aplicación de los modelos garch a la estimación del var de acciones colombianas. *Revista Soluciones de Postgrado EIA*(3), P11–24.
- Granger, C. W. (1980). Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. *Journal of econometrics*, 14(2), 227–238.
- Granger, C. W., y Joyeux, R. (1980). An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *Journal of time series analysis*, 1(1), 15–29.
- Herrera López Francisco, O. E., y de Jesús Gutiérrez. (s.f.). Integración fraccionaria y valor en riesgo. *Estocástica*, 29.
- Hosking, J. R. (1981). Fractional differencing. *Biometrika*, 165–176.
- Hurst, H. (1956). The problem of long-term storage in reservoirs. *Hydrological Sciences Journal*, 1(3), 13–27.
- Jorion, P. (1997). *Value at risk: the new benchmark for controlling market risk*. Irwin Professional Pub.
- Kar, R., y Sarkar, N. (2006). Mean and volatility dynamics of indian rupee/us dollar exchange rate series: an empirical investigation. *Asia-Pacific Financial Markets*, 13(1), 41–69.
- Kearns, P., y Pagan, A. (1997). Estimating the density tail index for financial time series. *Review of Economics and Statistics*, 79(2), 171–175.

- Leavens, D. H. (1945). Diversification of investments. *Trusts and Estates*, 80(5), 469–473.
- Mandelbrot, B. (1963). New methods in statistical economics. *Journal of political economy*, 71(5), 421–440.
- Markowitz, H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *The Journal of Finance*, 46(2), 469–477. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1991.tb02669.x> doi: 10.1111/j.1540-6261.1991.tb02669.x
- Mirjana Miletic, S. M. (2015). Performance of value at risk models in the midst of the global financial crisis in selected cee emerging capital markets. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 28(1), 132–166.
- Moreno, J. F., y Rojas, J. S. (2014). Comportamiento reciente de la tasa de cambio del peso colombiano frente al dólar. , 33–35.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347–370.
- Nyssanov, A. (2013). An empirical study in risk management: estimation of value at risk with garch family models.
- Pagan, A. R., y Schwert, G. W. (1990). Alternative models for conditional stock volatility. *Journal of econometrics*, 45(1), 267–290.
- Parra, A. D. (2014). *Estimación de la volatilidad de la tasa de cambio peso-dólar a través de un modelo de volatilidad estocástica* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad Nacional de Colombia.
- Pérez, A., y Ruiz, E. (2001). Modelos de memoria larga para series económicas y financieras.
- R Core Team. (2017). R: A language and environment for statistical computing [Manual de software informático]. Vienna, Austria. Descargado de <https://www.R-project.org/>
- Reinhart, C., Calvo, G., y Leiderman, L. (1993). Afluencia de capital y apreciación del tipo de cambio real en América Latina: el papel de los factores externos.
- RiskMetricsTM. (1996). Riskmetricstm-technical document. *Morgan Guaranty Trust Company of New York: New York*.
- Robinson, P. M., y Henry, M. (1999). Long and short memory conditional heteroskedasticity in estimating the memory parameter of levels. *Econometric theory*, 15(03), 299–336.
- Rodríguez, W. K., y Ossa, A. B. (2014). Backtesting del valor en riesgo para los mercados bursátiles y de divisas latinoamericanas. *Investigación Económica*, 73(287), 37 - 60. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0185166714726062> doi: [https://doi.org/10.1016/S0185-1667\(14\)72606-2](https://doi.org/10.1016/S0185-1667(14)72606-2)
- Salem, D. S., y Cuellar, L. I. P. (2012, 04). Evolución de los acuerdos de Basilea: diagnóstico de los estándares de regulación bancaria internacional. *Economía UNAM*, 9, 29 - 50. Descargado de <http://www.scielo.org.mx/scielo.php>
- Schoffer, O. (2003). Hy-a-parch: a stationary a-parch model with long memory.

- Smolović, J. C., Lipovina-Božović, M., y Vujošević, S. (2016). Garch models in value at risk estimation: empirical evidence from the montenegrin stock exchange. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, 30(1), 477–498.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The review of economic studies*, 25(2), 65–86.
- Treynor, J. L. (1961). Toward a theory of market value of risky assets. *Unpublished manuscript*, 6.
- Tsay, R. S. (2001). *Analysis of financial time series*. Wiley.
- Uribe José Darío, B. P., y Sandra, C. (2010). La volatilidad de la tasa de cambio en colombia. *Reportes Boletín Económico Regional*.
- Zakoian, J.-M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and control*, 18(5), 931–955.