

**PROBLEMA DE BALANCE DE LÍNEA CON MÚLTIPLES LÍNEAS EN
PARALELO Y ENFOQUE MULTIOBJETIVO.**

**JULIAN DAVID MORENO DRADÁ
LUISA MARÍA MONTEALEGRE LÓPEZ**



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
INGENIERÍA INDUSTRIAL
SANTIAGO DE CALI
2013**

**PROBLEMA DE BALANCE DE LÍNEA CON MÚLTIPLES LÍNEAS EN
PARALELO Y ENFOQUE MULTIOBJETIVO.**

**Trabajo de grado para optar por el título de:
Ingeniero Industrial**

**JULIAN DAVID MORENO DRADÁ
LUISA MARÍA MONTEALEGRE LÓPEZ**

**DIRECTOR
MSC. JUAN PABLO OREJUELA**



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
INGENIERÍA INDUSTRIAL
SANTIAGO DE CALI
2013**

*A mi Abuelo Eduardo
y a mi padre, Erseto Morso*

Julian David Moreno Dradá

*A mi familia por ser el motor de mi vida...
a todos mis compañeros y amigos, que hicieron que estos 5 años se pasaran volando,
y a todos los que hicieron parte de mi vida y me alentaron a seguir adelante,
aguantando mis berrinches, mis locuras, mi malgenio y una que otra crisis existencial...
a Jaime por haberme apoyado tanto, ¡Qué sería de mí sin él!
y a Juli por arrastrarme y hacer que esto sea posible...*

Luisa María Montealegre López

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos por la culminación de esta etapa de nuestra vida principalmente a Dios que siempre estuvo con nosotros bendiciéndonos, a nuestros padres que desde el inicio nos inculcaron el amor por el aprendizaje y sin su apoyo nada de esto fuera posible, a nuestras hermanas que estuvieron junto a nosotros cuando más las necesitábamos, a todos los profesores que participaron en nuestra formación desde la escuela y a nuestros compañeros y amigos que aportaron de alguna manera en la adquisición de conocimientos que se ven plasmados en el documento.

Y como no agradecer a nuestro guía, a quien estuvo durante más de un año soportándonos y dándonos los consejos en los momentos que más lo necesitábamos, muchas gracias profesor Juan Pablo por su donación de conocimiento en esta linda etapa vivida en la Universidad del Valle.

“Si las cosas las conocemos fáciles, es porque venimos en hombros de gigantes”

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
OBJETIVOS.....	6
OBJETIVO GENERAL.....	6
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	6
 CAPITULO 1: MARCO TEÓRICO.....	 7
1.1. SISTEMAS DE PRODUCCIÓN	7
1.2. CONCEPTUALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS DE ENSAMBLE	13
1.3. PROBLEMAS DE BALANCE DE LÍNEAS DE ENSAMBLE	22
1.4. LÍNEAS DE ENSAMBLE PARALELAS.....	31
1.5. PROBLEMAS DE BALANCEO DE LÍNEAS DE ENSAMBLE MULTIOBJETIVO (MOALBP).....	35
 CAPITULO 2: AMBIENTE PARTICULAR DE LÍNEAS DE ENSAMBLE PARALELAS Y PROBLEMA DE BALANCEO DE LÍNEA CON ENFOQUE MULTIOBJETIVO (MOALBP).....	 38
 CAPITULO 3: ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN.	 43
3.1. MARCO TEÓRICO.....	43
3.2. SELECCIÓN DE LA ESTRATEGÍA DE SOLUCIÓN	59
 CAPITULO 4: IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA EN EL CASO DE ESTUDIO.	 60
4.1.CONJUNTO DE VARIABLES Y SUS RELACIONES.	60
4.2. IMPLEMENTACIÓN.....	63
 CAPITULO 5: RESULTADOS Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.....	 72
5.1 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO Y RESULTADOS OBTENIDOS	72
5.2 ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD DE LA ESTRUCTURA	78
5.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	87
 CAPITULO 6: CONCLUSIONES.	 101
 BIBLIOGRAFÍA.....	 106

LISTA DE TABLAS

Tabla 01. Cuadro comparativo de diferentes tipos de configuraciones.....	13
Tabla 02. Tiempos de cada operación.	39
Tabla 03. Parámetros	61
Tabla 04. Variables.....	62
Tabla 05. Variación de costos asociados.....	66
Tabla 06. Resumen de resultados primer escenario	73
Tabla 07. Configuración del primer escenario	73
Tabla 08. Resumen de resultados segundo escenario.....	75
Tabla 09. Configuración del segundo escenario.....	75
Tabla 10. Resumen de resultados tercer escenario	76
Tabla 11. Configuraciones del tercer escenario.....	77
Tabla 12. Resultados variación demanda	88
Tabla 13. Resultados variación costo de operarios.....	92
Tabla 14. Resultados variación costo de célula.....	95
Tabla 15. Resultados variación costo del Tiempo de ciclo	98

LISTA DE FIGURAS

Figura 01. Ensamble de línea para uno y múltiples productos.....	15
Figura 02. Línea serial.....	16
Figura 03. Línea de ensamble con estaciones en paralelo.....	16
Figura 04. Líneas en paralelo.....	17
Figura 05. Líneas circulares.....	18
Figura 06. Línea en forma de U.....	18
Figura 07. Tipos de líneas de ensamble.....	21
Figura 08. Líneas independientes.....	33
Figura 09. Estaciones de múltiples líneas.....	34
Figura 10. Líneas rectas con cruces.....	34
Figura 11. Línea de montaje.....	38
Figura 12. Secuencia de operaciones.....	39
Figura 13. Tipos de algoritmos heurísticos según Talbot, Patterson y Gehrlein.....	48
Figura 14. Configuración primer escenario.....	74
Figura 15. Configuración segundo escenario.....	75
Figura 16. Configuraciones tercer escenario.....	77
Figura 17. Gráfica de Demanda vs. Función objetivo.....	89
Figura 18. Gráfica de Demanda vs. Cantidad de operarios.....	89
Figura 19. Gráfica de Demanda vs. Cantidad de células.....	90
Figura 20. Gráfica de Demanda vs. Tiempo de ciclo.....	91
Figura 21. Gráfica de Costo de operarios vs. Función objetivo.....	92
Figura 22. Gráfica de Costo de operarios vs. Cantidad de operarios.....	93
Figura 23. Gráfica de Costo de operarios vs. Cantidad de células.....	93
Figura 24. Gráfica de Costo de operarios vs. Tiempo de ciclo.....	94
Figura 25. Gráfica de Costo de célula vs. Función objetivo.....	95
Figura 26. Gráfica de Costo de célula vs. Cantidad de operarios.....	96
Figura 27. Gráfica de Costo de célula vs. Cantidad de células.....	96
Figura 28. Gráfica de Costo de célula vs. Tiempo de ciclo.....	97
Figura 29. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Función Objetivo.....	98
Figura 30. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Cantidad de operarios.....	99
Figura 31. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Cantidad de células.....	99
Figura 32. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Tiempo de ciclo.....	100

INTRODUCCIÓN

El problema general de los sistemas de producción consiste en definir la correcta asignación de recursos a los procesos de fabricación, para lograr un equilibrio que ayude a encontrar la forma de minimizar costos, mantener la calidad y usar el tiempo eficientemente; razón por la que adquiere importancia el estudio del balance de línea, cuyo fin es el de asegurar un flujo continuo y uniforme de los productos, asignando las operaciones de tal forma que se equilibren los tiempos.

Sin embargo, a raíz de la complejidad del balance de línea, han surgido una serie de problemas conocidos como Problemas de Balance de Líneas de Ensamble (ALBP, por sus siglas en ingles), y existen dos grandes categorías: el caso más sencillo, problemas simples de balance de línea de ensamble (SALBP, por sus siglas en ingles), pretende determinar cómo se deben asignar las tareas a las máquinas y cómo ordenar su procesamiento en cada máquina, de manera que se minimice el tiempo de procesamiento del conjunto de las tareas y se minimice el número de máquinas empleadas. En este tipo de problema no hay limitación en la cantidad de máquinas ni en el tiempo de uso máximo de cualquier máquina, conocido éste como el tiempo de ciclo, además, no se asignan restricciones a las tareas, sólo las restricciones de precedencia, y una tarea no puede ser dividida en una o más estaciones. (Marval, 2004).

Por su parte, el caso más complejo corresponde a los problemas generales de balance de línea de ensamble (GALBP, por sus siglas en ingles), los cuales incluyen todos los problemas de balanceo de línea que no son considerados SALBP, como por ejemplo, aquellos que tienen modelos mixtos, estaciones y líneas en paralelo, procesamientos alternativos, tiempos de proceso variables, enfoque multiobjetivo, diseño en forma de U, entre otros; logrando dar cabida a problemas más reales y cotidianos que los SALBP.

Dentro de la literatura, los problemas clásicos de balance de línea tratan de encontrar el número mínimo de estaciones o el tiempo de ciclo mínimo requerido para procesar un cierto número de operaciones, piezas o componentes, de manera que se optimice una

medida de eficiencia específica mientras se mantienen las relaciones de precedencia de las tareas.

Desde la primera formalización matemática de Balance de Líneas de Ensamble por Salveson en 1955, el trabajo académico se centró principalmente en el problema de la configuración o asignación de tareas a las estaciones. Las obras consecutivas, intentaron extender cada vez más el problema mediante la integración de las limitaciones de la práctica como las líneas en forma de U, estaciones paralelas o alternativas de procesamiento; sin embargo, es tanta la variedad de extensiones a considerarse, que existe una brecha considerable entre la discusión académica y las aplicaciones prácticas. (Becker y Scholl, 2006; Boysen et al, 2006a)

Esto se presenta debido a que los trabajos de investigación a menudo se refieren a una única o sólo unas pocas extensiones de ALB (Assembly Line Balance) en forma aislada, mientras que los sistemas de ensamble del mundo real requieren una gran cantidad de estas extensiones en muchas combinaciones posibles. Por lo tanto, se requieren procedimientos más flexibles de balance de línea que puedan hacer frente a muchas de las generalizaciones al mismo tiempo. (Boysen et al., 2006a)

En la presente investigación se propone una estrategia de solución para un problema de balanceo de línea a partir de un caso de estudio con características particulares de paralelismo y enfoque multiobjetivo, que apunta a la minimización de los costos asociados a la cantidad de líneas paralelas y de operarios, además de incluir características adicionales en cuanto a la asignación de operarios y operaciones, buscando satisfacer la demanda y por consiguiente, alcanzar el tiempo de ciclo requerido.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los problemas más importantes que se enfrentan al diseñar un sistema de producción es el de la capacidad de la línea de ensamble, la cual debe ser suficiente para garantizar el cumplimiento de la demanda, por lo que una forma posible de aumentar la capacidad es la construcción de líneas paralelas (Gökçen, et al., 2006).

El paralelismo de las líneas de ensamble es una estrategia que puede ofrecer numerosas ventajas tanto para la empresa como para los trabajadores. Sin embargo, existen ciertas limitaciones e inconvenientes que también deben ser considerados. Estas ventajas y desventajas se resumen a continuación.

Las ventajas principales de las líneas paralelas frente a una sola línea son las siguientes:

- Reducen la vulnerabilidad de fallo (Rekiek, et al., 2002; Becker y Scholl, 2006; Chiang et al, 2007): Porque no es más que una línea de ensamble, la producción no se interrumpe cuando una de las líneas se rompe (las otras siguen trabajando).
- Aumentan la flexibilidad del sistema (Rekiek et al, 2002; Becker y Scholl, 2006; Chiang et al, 2007): Cada línea puede tener su propio tiempo de ciclo (es decir, la tasa de producción), lo que hace que sea más fácil adaptar la producción a los cambios en la cantidad y composición de la demanda. Además, una configuración de múltiples líneas puede permitir un gran número de alternativas de soluciones óptimas (Chiang et al., 2007).
- Mejoran el balance del sistema de producción global y por lo tanto su productividad (Boysen et al, 2006; Chiang et al, 2007): La flexibilidad inherente de un sistema que contiene varias líneas de ensamble en paralelo proporcionan un mejor balance (mejor eficiencia de la línea), disminuye el tiempo ocioso y/o el tiempo de cambio e incrementa la productividad del sistema en conjunto.

- El balance de múltiples líneas con división de puestos de trabajo tienen la ventaja potencial de incrementar la eficiencia de trabajo para reducir el número de puestos de trabajo, así, la fuerza de trabajo requerida.
- Aumentan el tiempo de ciclo, lo que produce la ampliación de trabajo o enriquecimiento en cada una de las estaciones: si hay varias líneas de ensamble en paralelo, el tiempo de ciclo de cada una de ellas se puede aumentar sin disminuir la productividad que se pueden obtener mediante el uso de una sola línea. Un aumento del tiempo de ciclo puede a la vez, aumentar la satisfacción del trabajador (Ellegard y Jonsson, 1992). Esto reduce el absentismo (que es una de las causas de las fluctuaciones en la tasa de producción) y la rotación del personal (lo que disminuye la tasa de producción) y aumenta la productividad del sistema (Chakravarty y Shtub, 1988).

Los inconvenientes más importantes y las limitaciones de la adopción de las líneas paralelas son las siguientes.

- El aumento del costo de equipos: está claro que si algunas estaciones (con las herramientas y / o máquinas correspondientes) tienen que ser duplicadas, una mayor inversión será requerida y los costos de operación pueden aumentar.
- Una gran cantidad de espacio requerido: cada operación puede requerir un espacio para los materiales correspondientes y cada máquina requiere su propio espacio.
- El balance de múltiples líneas con división de puestos de trabajo podría traer costos de requerimientos adicionales, porque la división de puestos de trabajo cubre 2 o más estaciones, además, las estaciones vacías podrían ser necesarias.
- Si el tiempo de ciclo también aumenta (aumenta el trabajo):
 - El efecto de aprendizaje se reduce (porque el número de repeticiones por período se reduce). En algunos casos esto podría causar una disminución en la productividad (Chakravarty y Shtub, 1988).
 - Si el número de operaciones realizadas por un trabajador aumenta, el tiempo necesario para cambiar de una tarea a otra ya no puede considerarse insignificante.

Si se tienen en cuenta los inconvenientes y las limitaciones asociadas a las líneas paralelas indicados anteriormente, parece claro que la mejor solución será la que establece un equilibrio entre un posible aumento en el costo y el aumento de la productividad y flexibilidad, y que satisface las limitaciones financieras y de espacio (Lusa, 2008).

En consecuencia, el número de líneas a instalar es una característica clave que se debe determinar cuando un sistema de producción con líneas paralelas o múltiples está siendo diseñado y balanceado, con lo que surgen nuevos problemas respecto al balance de cada línea, de forma que se determine la solución óptima en cuanto a la cantidad de líneas de ensamble que se deben abrir, sus características (número de estaciones y tiempo de ciclo) y la asignación de los productos y los trabajadores. Y aunque hay una cantidad considerable de literatura sobre los problemas de balance de líneas de ensamble (particularmente, el caso más simple, conocido como SALBP), las líneas paralelas no han sido estudiadas en detalle y son pocos los artículos que tratan por completo, o casi por completo, el problema de balance de líneas de ensamble en paralelo o múltiples (Lusa, 2008), razón por la que se considera importante identificar y desarrollar estrategias más flexibles de balance de línea que puedan hacer frente este tipo de sistemas.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Proponer una estrategia de solución para un problema de balance de línea con múltiples líneas en paralelo y enfoque multiobjetivo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Caracterizar un ambiente particular de balance de línea que contenga múltiples líneas en paralelo y enfoque multiobjetivo, con el fin de encontrar rasgos propios de este tipo de problema.
2. Definir un conjunto de variables y sus relaciones, con el propósito de establecer las posibles estrategias de solución.
3. Seleccionar la estrategia de solución apropiada y las posibles herramientas computacionales para su implementación.
4. Implementar la estrategia en el caso de estudio y analizar los resultados con el fin de obtener conclusiones y recomendaciones prácticas para estudios futuros.

CAPITULO 1: MARCO TEÓRICO

1.1. SISTEMAS DE PRODUCCIÓN

Sipper & Bulfin en 1998, definen un sistema de producción como aquello que toma un insumo y lo transforma en una salida o producto con valor inherente. Concepto que se complementa con el aporte de Miranda en el 2002, en el que además se involucran el conjunto de instalaciones, equipos, personal y métodos que intervienen en la organización de un producto o servicio.

De esta forma, se definen los sistemas de producción como el conjunto de recursos que interactúan entre sí, tales como personas, máquinas, insumos, herramientas e instalaciones, para lograr la transformación de las entradas del proceso (Materia prima), en las salidas o producto final del mismo. (Autores, 2013)

El análisis de los sistemas de producción gira entorno a cuatro componentes (Sipper & Bulfin, 1998):

- Flujo del proceso.
- Construcción de bloques del sistema.
- Tecnología.
- Tamaño.

Para efectos de este trabajo de grado solo se describirán las configuraciones relacionadas con sistemas de producción manufacturera, enfocadas principalmente en el flujo del proceso, con el fin de definir, entre otras, las características principales de los sistemas de producción continua.

Configuraciones productivas según el flujo del proceso

Machuca y otros (1995, Capítulo 5) clasifican el flujo del proceso de los sistemas productivos en función de la continuidad en la obtención del producto, así:

➤ Configuración productiva por proyectos

Las configuraciones de proyectos son las que se encargan de los productos personalizados que se acoplan a los requerimientos específicos de cada cliente. Una empresa constructora, con sus proyectos de muchos tipos y tamaños, es un ejemplo de estos sistemas. Como las especificaciones del producto no pueden ser estandarizadas y como es común tener que ver con la diversidad de productos, el proceso de transformación debe permitir la flexibilidad en las características y capacidades de los equipos, en las habilidades humanas y en los procedimientos. La tecnología de transformación implica la solución de los problemas por medio de la adaptación, el trabajo en equipo y en la administración de proyectos para el diseño coordinado y la manufactura de productos únicos (Adam & Ebert, 1991).

➤ Configuración productiva por lotes

El hecho diferenciador que distingue a la configuración por lotes está en que utiliza las mismas instalaciones para la obtención de múltiples productos, de forma que, una vez obtenida la cantidad deseada para uno de ellos, se procede a ajustar la instalación o instalaciones y a procesar otro lote de otro producto, repitiéndose continuamente esta secuencia (Machuca y otros, 1995).

En las plantas donde se trabaja por lotes se fabrica una gran diversidad de productos, así como una gran variedad de volúmenes. El sistema debe ser multipropósito y tener flexibilidad para todo tipo de productos, desde lotes de producción con poco volumen hasta lotes de gran tamaño de productos estandarizados que pueden ser procesados de una manera diferente (Adam & Ebert, 1991).

Dentro de esta configuración se pueden encontrar configuraciones tipo *Flow Shop* y *Job Shop*, las cuales se describen a continuación.

- **Configuraciones Job Shop**

En este tipo de configuración se producen lotes más o menos pequeños de una amplia variedad de productos de poca o nula estandarización; empleándose equipos de escasa especialización, los cuales suelen agruparse en talleres o estaciones de trabajo (centros de trabajo) a partir de la función que desarrollan; estos equipos suelen ser versátiles y permiten ejecutar operaciones diversas, por lo que puede alcanzarse una amplia variedad de outputs. Los costos variables son, en general, relativamente altos debido a la baja o muy poca automatización pero, como contrapartida, la inversión inicial no es alta, lo que genera un costo fijo bajo (Machuca y otros, 1995).

Dentro de este tipo de configuración se pueden distinguir las situaciones:

Configuración a medida o de talleres

En este caso el proceso de obtención del producto requiere de un pequeño número de operaciones poco especializadas, las cuales son realizadas por un mismo operario o por un grupo de ellos, que se hacen cargo de todo el proceso de obtención de un pedido concreto empleando diferentes estaciones de trabajo para el desarrollo de distintas operaciones; el lote suele ser de pocas unidades de un producto, normalmente diseñado a medida de las exigencias del cliente, por lo que la variedad es prácticamente infinita.

Este tipo de procesos, en los que la sofisticación tecnológica suele ser muy baja y la automatización nula, suele requerir que el personal domine cada una de las tareas necesarias para la fabricación del producto o prestación del servicio. Lógicamente, son procesos muy flexibles debido a la poca o nula automatización o la poca homogeneidad.

Configuración en batch

En este caso el proceso de obtención requiere más operaciones y estas son más especializadas, con lo que difícilmente un mismo operario podría dominarlas todas con una eficiencia aceptable. Las estaciones de trabajo han de contener maquinaria algo más sofisticada y enfocada ciertos tipos de operaciones, por lo que se requiere una mayor inversión en capital, aunque la automatización de los procesos sigue siendo baja y se mantiene una buena flexibilidad. Cada operario domina el funcionamiento de una o varias estaciones de trabajo; de esta forma, el operario asignado a una estación de trabajo realiza sólo las operaciones de los ítems que se lleva a cabo en el mismo. El lote llega a la estación de trabajo para sufrir una operación y, cuando esta se completa sobre todas las unidades del lote, éste es trasladado a la siguiente estación de trabajo que indica su ruta o, si aquella está ocupada, a un almacén en espera de que quede libre.

El producto suele tener bastantes versiones entre las que ha de elegir el cliente, por lo que ya no es a medida, dándose un cierto grado de estandarización, aunque seguirá habiendo una baja repetitividad de las operaciones; la variedad es grande, pero con ciertas limitaciones con respecto al caso anterior. Además, los lotes suelen ser mayores que en la configuración de taller.

Job Shop flexible

Este es considerado como una variante del problema del Job Shop original, pero que ha sido tratado en la literatura de una manera mucho menor. Es sin embargo, un caso muy interesante y frecuente en los ambientes manufactureros, en el cual, los trabajos que deben ser procesados, pueden asignarse a cualquier máquina de un conjunto de máquinas establecido, dónde los tiempos de operación o costos asociados al trabajo en las máquinas pueden ser diferentes. Por tanto, el problema del Job Shop flexible (Flexible Job Shop Scheduling Problem, FJSSP) es

planear y organizar un conjunto de tareas que deben procesarse en un conjunto de recursos con restricción de operación.

- **Configuración Flow Shop**

En esta configuración se fabrican grandes lotes de pocos productos diferentes, pero técnicamente homogéneos, usando las mismas instalaciones. Se trata de ítems cuyo proceso de obtención en la estación de trabajo requiere de una secuencia similar de operaciones, aunque alguno de ellos pueda saltar alguna que no le es necesaria, por lo que dichas máquinas se disponen en línea, una tras otra. Tras fabricarse un lote de un ítem, se procede a ajustar las máquinas y se fabrica un lote de otro distinto, y así sucesivamente. (Machuca y otros, 1995)

➤ **Configuración continua**

Machuca y otros en 1995, afirman que la fabricación en lotes se transforma en un flujo continuo de producción cuando se eliminan los tiempos ociosos y de espera, de forma que siempre están ejecutando las mismas operaciones, en las mismas máquinas, para la obtención del mismo producto, con una disposición en cadena o en línea, cada máquina o equipo está diseñado para realizar siempre la misma operación y preparados para aceptar de forma automática el trabajo que les es suministrando por una máquina precedente, que también ha sido especialmente diseñada para alimentar a la máquina que le sigue; los operarios siempre realizan la misma tarea en el mismo producto. La homogeneidad del proceso y la repetitividad de las operaciones son altas.

En la fabricación continua no se suele incurrir en paradas de la producción; en algunos casos, una parada podría originar grandes perjuicios a la maquinaria. También pueden darse casos en los que la producción se interrumpa por unas horas al día, pero comenzando al día siguiente donde quedó, siguiendo con la fabricación del mismo producto, por lo que se trataría del mismo caso.

Los objetivos básicos de la producción continua son la mejora del flujo de materiales y trabajos, la especialización de los conocimientos y destrezas de los trabajadores y una rápida realización de los trabajos y generación de valor añadido.

Requisitos para un funcionamiento adecuado de los procesos continuos:

Para que un proceso continuo pueda operar adecuadamente han de cumplirse los siguientes requisitos:

- La demanda debe ser lo más uniforme posible.
- El producto, servicio o trabajo ha de estar estandarizado.
- Los materiales deben ajustarse a las especificaciones y ser entregados a tiempo.
- Todas las operaciones referentes a la realización de un trabajo han de ser detalladas y refinadas.
- La ejecución de las tareas debe de ajustarse a las especificaciones y estándares de calidad.
- El mantenimiento debe de ser preventivo.
- Todas las etapas deben de estar equilibradas.

A continuación se ilustra la comparación de las características de los tipos de configuraciones expuestas a partir de los factores condicionales de cada proceso (Ver Tabla 1).

Tabla 1. Cuadro comparativo de diferentes tipos de configuraciones

Configuración	Homogeneidad del proceso	Repetitividad	Producto	Intensidad del capital	Flexibilidad	Participación del cliente	Volumen del output
Continua	Alta	Alta	Estándar	Automatización e inversión alta	Nula	Nula	Muy grande
Línea	Media	Media	Varias opciones	Automatización e inversión media	Baja	Baja	Medio / Grande
Batch	Baja	Baja	Muchas opciones	Automatización e inversión baja	Media	Media	Bajo
Talleres o a medida	Muy baja	Muy baja	A medida	Automatización escasa o nula e inversión baja	Alta	Alta	Muy bajo
Proyecto	Nula	Nula	Único a medida	Automatización nula	Alta	Alta	Uno o pocos

Fuente: (Machuca, Álvarez, González, Machuca, & Ruiz, 1995)

1.2. CONCEPTUALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS DE ENSAMBLE

Una línea de ensamble es una secuencia de estaciones de trabajo, que están frecuentemente conectadas por un sistema de manejo de materiales, la cual existe con el propósito de ensamblar un producto final. El proceso consiste en una serie de operaciones, cada una compuesta por diversas tareas, organizadas de forma tal que el producto se mueve de una estación a otra siguiendo una ruta usualmente lineal. (Autores, 2013).

Clasificación de los tipos de línea de ensamble

Las líneas de ensamble se pueden clasificar según el tipo de producto, diseño de la línea, el flujo de las piezas, por el tipo de operador de la línea, la variabilidad del tiempo y por la entrada de las piezas a la línea. A continuación se describen las principales características de cada una de ellas.

➤ **Por el tipo de producto a fabricar (Adam 1991)**

Las líneas de ensamble se clasifican de acuerdo con la variedad de productos que se fabrican en la línea.

- **Modelo de línea simple (single-model line):**

Se caracteriza por la producción en masa de un solo producto o una familia de productos con diferencias mínimas entre los modelos de la familia. Debido a que la línea es dedicada a un solo producto, los operarios desarrollan un alto grado de especialización. (Rekiek & Delchambre, 2006)

Para la manufactura de dos o más productos pueden ser utilizados dos modelos que se describen a continuación.

- **Modelo de línea mixto (mixed-model line):**

Se caracteriza por la manufactura de variedades de un producto básico, la producción no implica tiempos de alistamiento o de paradas entre una variedad y otra, dado que se requieren las mismas operaciones básicas para fabricar todos los productos; por tanto, se producen unidades de diferentes modelos en una secuencia mixta arbitraria. Debido a la variedad de productos que se ensamblan en la línea los operarios son multifuncionales, es decir deben estar capacitados para realizar diferentes tipos de tareas en la estación de acuerdo con el tipo de producto; en consecuencia la línea debe poseer flexibilidad para adaptar la variedad de las rutas que siguen los productos (Rekiek & Delchambre, 2006).

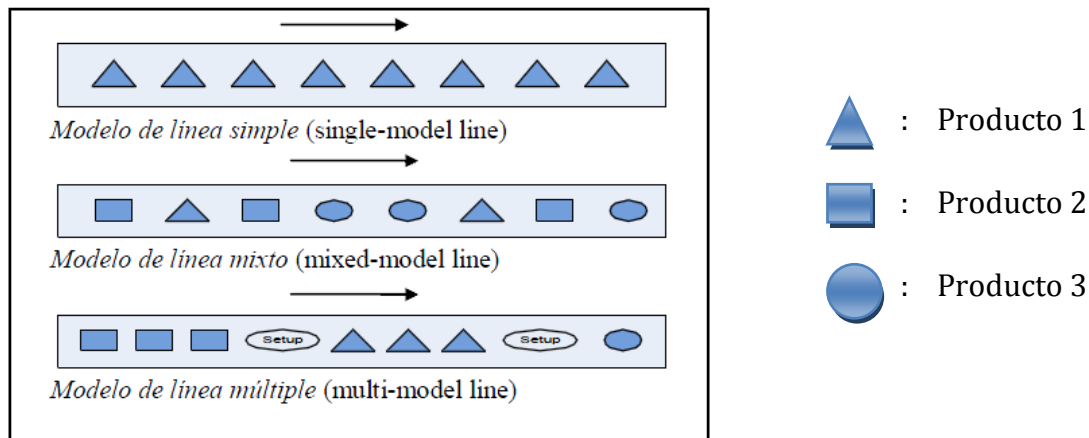
- **Modelo de línea múltiple (multi-model line):**

Se caracteriza por la fabricación de diferentes tipos de productos en una misma línea, pero en este caso, los procesos de producción entre un tipo de producto (o modelo) y otro varían significativamente, por lo que se manufacturan productos por lotes con operaciones de parada intermedias (setup). Debido a las

diferencias entre productos, los tiempos de alistamiento y la secuenciación de productos juegan un papel importante en la optimización del uso de los recursos.

Los diferentes tipos de líneas se muestran en la Figura 1.

Figura 1. Ensamble de línea para uno y múltiples productos.



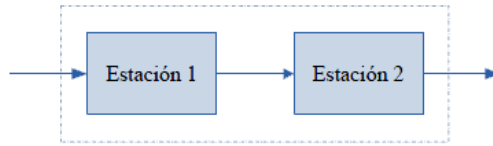
Fuente: (Becker & Scholl, 2006)

➤ **Por el diseño de la línea de ensamble (Lee, 2000)**

- **Línea serial:**

Las estaciones son colocadas en serie a lo largo de un mecanismo de transporte (banda transportadora), en donde las tareas pasan consecutivamente de una estación a la próxima, ver Figura 2.2. Las líneas de ensamble con estaciones de trabajo en serie tienen la desventaja de ser inflexibles cuando se requiere aumentar o disminuir la capacidad de producción de la línea para ajustarse a cambios en demanda y cuando se desea manufacturar otra variedad de productos.

Figura 2. Línea serial

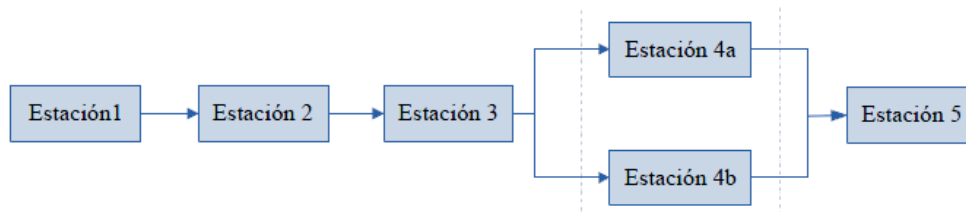


Fuente: (Rekiek & Delchambre, 2006)

- Líneas con estaciones en paralelo:

Se tiene dos o más estaciones idénticas que realizarán en paralelo las mismas tareas, por tanto, los equipos requeridos para ejecutar las tareas deben instalarse tantas veces como estaciones en paralelo existan en la línea, ver Figura 3.

Figura 3. Línea de ensamble con estaciones en paralelo



Fuente: (Rekiek & Delchambre, 2006)

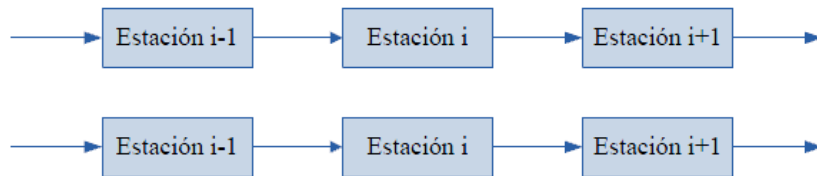
Las estaciones en paralelo pueden ser usadas para solucionar el problema que se presenta cuando se tienen tareas indivisibles y la duración total es mayor que el tiempo de ciclo, ya que el valor promedio de la duración de la tarea se reduce proporcionalmente al número de estaciones.

- Líneas paralelas:

Son varias líneas colocadas en paralelo; este tipo de configuración puede ser muy útil para el caso de modelos múltiples, en el que se asigna una línea para cada modelo o para cada familia de modelos, ver Figura 4. En el caso de líneas

en paralelo se tiene un problema de diseño adicional, el cual consiste en decidir cuántas líneas serán instaladas y cómo será distribuido el equipo y la fuerza de trabajo entre las líneas.

Figura 4. Líneas en paralelo



Fuente: (Rekiek & Delchambre, 2006)

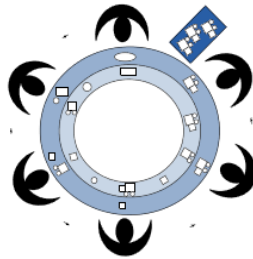
- Líneas de dos lados (two- sided):

Consisten en dos líneas seriales en paralelo; en donde, en lugar de una estación simple, se tienen pares de estaciones opuestas a cada lado de la línea (estación derecha y estación izquierda) que procesan simultáneamente una misma pieza. Aunque puede ser usado para cualquier tipo de producto, las líneas de dos lados suelen implementarse para productos grandes en los que se requieren desarrollar tareas en ambos lados, un ejemplo clásico se presenta en la industria automotriz, en donde se deben realizar las mismas tareas en ambos lados del automóvil (ej. colocar las puertas, ruedas y espejos).

- Líneas circulares/cerradas:

Se puede tener una banda transportadora circular/cerrada que sirva a todas las estaciones, en esta banda las piezas están circulando mientras son tomadas por los operarios que al terminar de procesar las piezas las colocan de vuelta sobre la banda, excepto el que realiza la última tarea que las deposita fuera de la banda transportadora, ver Figura 5.

Figura 5. Líneas circulares

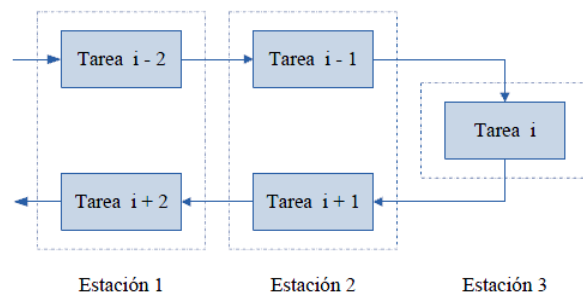


Fuente: (Lee, 2000)

- Línea en forma de U

Este tipo de línea tiene la característica de que la primera y la última estación de trabajo están cerca formando una “U”. Este tipo de diseño facilita la comunicación entre los operarios de la línea y la retroalimentación cuando ocurren problemas de calidad. También resulta muy eficiente en aquellos casos donde se requiere la producción de una mezcla de productos con demanda relativamente pequeña de cada uno de ellos, ver Figura 6. Las líneas U son una consecuencia de la introducción del principio de producción justo-a-tiempo (JIT) dado que esta disposición de las estaciones hace más flexible el sistema de producción, las estaciones pueden trabajar en dos segmentos de la línea de manera que estén de frente una a la otra. Esta configuración puede resultar en un mejor balance para la carga de las estaciones, dado que el número de combinaciones tareas-estación es más grande.

Figura 6. Línea en forma de U



Fuente: (Rekiek & Delchambre, 2006)

➤ **De acuerdo al tipo de flujo de las piezas (Lee, 2000)**

Cuando existe una orientación rígida del proceso, el diseño de los sistemas de producción del flujo de la línea se determina por el flujo de material.

- **Líneas Sincrónicas**

Todas las estaciones tienen un tiempo de ciclo común y por lo tanto las piezas pasan de una estación a otra al mismo tiempo; de esta forma, no hay buffers¹ entre estaciones.

- **Líneas asincrónicas**

Las estaciones están relacionadas a través de buffers que se colocan entre pares de estaciones para almacenar piezas que se han procesado en las estaciones predecesoras, en este caso las estaciones tienen velocidades de proceso diferentes. En este tipo de línea se tiene el problema de decisión acerca de dónde colocar los buffers¹ y el tamaño que tendrán.

- **Líneas de alimentación**

Se pueden diseñar sistemas de montaje conformados por una o más líneas de alimentación (feeder lines), en las que se realizan sub-ensambles; es decir, se tiene una línea principal en donde se van ensamblando las piezas y líneas suplementarias que pre-manufacturan ciertas partes, para luego alimentar con productos intermedios a la línea de ensamble principal.

➤ **Por el tipo de operador de la línea de ensamble (Lee, 2000)**

- **Líneas manuales**

Éste tipo de línea son manejadas por operarios (humanos) los cuales pueden desarrollar las tareas de forma manual o utilizando algún tipo de herramienta.

¹ Los buffers son pequeños almacenes de inventario.

- Líneas Semirobotizadas

En este tipo de líneas intervienen tanto operarios como robots y los procesos ha desarrollar son más especializados o en su defecto necesita una precisión mayor.

- Líneas Robotizadas

Son líneas en las que los operadores son robots y los procesos son totalmente automatizados. Cuando se tiene este tipo de línea, además de planificar el procesamiento de las tareas en las estaciones, se deben planificar las actividades de los robots.

➤ **Por la variabilidad del tiempo de tarea (Rekiek & Delchambre, 2006)**

El tiempo de proceso de tarea es un parámetro esencial en el ALB (Asambly Line Balancing). Las tareas simples pueden tener una variación de tiempo de proceso pequeña, mientras las tareas complejas e inestables pueden tener los tiempos de ejecución muy variables. En el caso de operarios humanos, algunos factores (por ejemplo las habilidades, motivación y comunicación entre el grupo, etc.) tienen una gran influencia en la línea de ensamble.

- Tiempo de tarea determinístico

Todos los tiempos de proceso de las tareas son conocidos con certeza.

- Tiempo de tarea estocástico

La duración de una o más tareas es aleatoria o probabilística dado que la variabilidad en su tiempo de proceso es significativa.

- Tiempo de tarea dinámico

La duración de las tareas depende la curva de aprendizaje de los operarios, ya que las reducciones sistemáticas son posibles debido a los efectos de aprendizaje o las mejoras sucesivas del proceso de producción.

➤ **Por la entrada de piezas a la línea de ensamble**

- Líneas de entrada fija

Las piezas llegan a la línea a intervalos regulares, en el caso de líneas sincrónicas este intervalo es el tiempo de ciclo c .

- Líneas de entrada variables

La tasa de entrada de las piezas a la línea es variable.

Los tipos de líneas descritos previamente se pueden resumir en la Figura 7.

Figura 7. Tipos de líneas de ensamble



Fuente: (Autores, 2013)

Las líneas de ensamble se caracterizan por el movimiento de una pieza semi-procesada de una estación de trabajo a otra, hasta que es completado el producto final. A su vez las tareas

requeridas para completar este producto son divididas y asignadas a las estaciones de trabajo y la pieza permanece en cada estación por un período de tiempo llamado tiempo de ciclo.

En la siguiente sección se mostrarán los problemas al balancear los diferentes tipos de líneas de ensamble. Estos problemas básicamente consisten en asignar las tareas a las estaciones de trabajo, tal que se optimice un indicador de desempeño determinado. (Cortés y Vásquez, 2009)

1.3. PROBLEMAS DE BALANCE DE LÍNEAS DE ENSAMBLE

Los problemas de balanceo de línea consisten en distribuir las tareas necesarias para ensamblar un producto a través del conjunto de estaciones que componen la línea de ensamble. Varias restricciones y diferentes objetivos pueden ser considerados. En los problemas clásicos se requiere encontrar el número mínimo de estaciones o el tiempo de ciclo mínimo requerido para procesar un cierto número de tareas, piezas o componentes, de manera que se optimice una medida de eficiencia específica mientras se mantienen las relaciones de precedencias de las tareas.

Una línea se considera balanceada cuando se utilizan los recursos al máximo y la suma de los tiempos ociosos de las estaciones es lo más pequeña posible; además, si las tareas pueden ser agrupadas de manera que los tiempos de todas las estaciones sean exactamente iguales, se dice que la línea tiene un balance óptimo, lo que en realidad es muy difícil de conseguir. En el caso contrario, se considera que la tasa de producción efectiva de la línea está determinada por la estación más lenta, conocida como la estación cuello de botella (Baybars, 1986).

En las configuraciones en línea o flujo, las tareas se deben desarrollar sucesivamente y conducen a la obtención de un producto final. En este tipo de problemas, las relaciones de precedencia entre las tareas imponen un orden parcial, y obligan a que algunas tareas deban

ser completadas antes de otras. Dentro de cada estación el producto debe permanecer un tiempo máximo determinado por el tiempo de ciclo de la línea.

Problemas fundamentales del balanceo de líneas de ensamble (Cortés y Vásquez, 2009)

- División del trabajo en operaciones o tareas
- Asignación de las tareas a estaciones u operarios
- Cumplir las restricciones del proceso
- Determinar la secuencia óptima de procesar trabajos en una máquina.

Un problema que surge en una línea de producción es el minimizar el número de estaciones de trabajo, dado el tiempo de ciclo deseado, o con el número de estaciones de trabajo se puede asignar los elementos del trabajo a las estaciones, dentro de las restricciones establecidas para minimizar el tiempo del ciclo (Cortés y Vásquez, 2009).

Restricciones al balancear una línea de ensamble (Cortés y Vásquez, 2009)

- Cada operación se asigna a una estación
- Se respetarán las relaciones existentes entre operaciones
- Relaciones de precedencia
- Relaciones de zona
- Los tiempos de las operaciones no excederán el tiempo de ciclo

Objetivos de balancear una línea de ensamble (Cortés y Vásquez, 2009)

✓ Basados en la capacidad

- o Minimizar el tiempo de demora total
- o Minimizar el tiempo total de ensamble
- o Minimizar el tiempo ocioso

- o Balancear la utilización de la capacidad de las estaciones
- o Distribuir de forma equitativa las cargas de trabajo

✓ **Basados en los costos**

- o Minimizar los costos de los materiales
- o Minimizar los costos de las herramientas
- o Minimizar los costos de inventario
- o Minimizar los costos de la mano de obra de los operarios

✓ **Basados en la organización**

- o Variar las operaciones
- o Evitar cambios de diseño si cambia el Plan de Producción

Clasificación de los Problemas de Balance de Línea de Ensamble (ALBP)

A la hora de hablar de los problemas de balanceo de línea, se distinguen los dos tipos de problemas más conocidos propuestos por Baybars: el Simple Assambly Line Balancing Problem - SALBP (Problemas Simples de Balanceo de Línea de Ensamble) y el General Assambly Line Balancing Problem - GALBP (Problemas Generales de Balanceo de Línea de Ensamble). (Baybars, 1986)

➤ **Problemas simples de balanceo de línea (Simple Assambly Line Balancing Problem - SALBP).**

El *SALBP* pretende determinar cómo se deben asignar las tareas a las máquinas y como ordenar su procesamiento en cada máquina de manera que se minimice el tiempo de procesamiento del conjunto de las tareas y se minimice el número de máquinas empleadas.

En el 2006 Boysen, y otros, en su trabajo (*A classification of Assembly Line Balancing Problems*) consideran que los SALBP abarcan los problemas de balanceo más simples y están caracterizados de la siguiente manera:

- (S-1) Producción en masa de un producto homogéneo.
- (S-2) Todas las tareas son procesadas de una forma determinada (no existen procesos alternativos).
- (S-3) La velocidad de la línea es fijada con el tiempo de ciclo conforme a la cantidad de rendimiento deseado.
- (S-4) La línea es considerada de forma serial sin líneas alimentadoras o elementos en paralelo.
- (S-5) La secuencia de los procesos de las tareas son sujetos a restricciones de precedencia.
- (S-6) El tiempo de la tarea t_i es determinístico.
- (S-7) No se asignan restricciones a las tareas, solo las restricciones de precedencia.
- (S-8) Una tarea no puede ser dividida en una o más estaciones.
- (S-9) Todas las estaciones son igualmente equipadas respecto a máquinas y trabajadores.

Restrepo, y otros, en el 2008 publican un artículo titulado (*Problemas de Balanceo de Línea Salbp-1 y Salbp-2*) en donde definen que el SALBP supone que todos los parámetros son conocidos con certeza, así, una tarea no puede ser dividida entre dos o más estaciones de trabajo, ya que existen secuencias tecnológicas que deben respetarse (relaciones de precedencia e incompatibilidad entre las tareas) y todas las tareas deben llevarse a cabo. También se presupone que todas las estaciones de trabajo están equipadas para poder realizar cualquier tarea y bajo el mismo costo. A la vez, la duración de realización de una tarea es independiente de la estación de trabajo a la que sea asignada y de las tareas que la hayan precedido en ella.

Clasificación de los SALBP (Becker & Scholl, 2006)

Se distinguen cuatro tipos de SALBP:

- ✓ SALBP-1: Consiste en asignar un conjunto de tareas a las estaciones, de tal forma que se minimice el número de estaciones, la suma del tiempo ocioso en cada estación, dado un tiempo de ciclo (o tasa de producción). Es muy común que se dé cuando la demanda externa puede ser estimada y un nuevo sistema de montaje vaya a ser instalado.
- ✓ SALBP-2: Busca minimizar el tiempo de ciclo (o maximizar la tasa de producción) garantizando el mínimo tiempo ocioso, dado un número de estaciones fijo. Se acostumbra a presentar dicho problema cuando la línea de montaje ya existe.
- ✓ SALBP-E: Maximiza la *eficiencia E de la línea*, o lo que es equivalente, minimizar el producto del número de estaciones y el tiempo de ciclo. Una maximización de E también minimiza los tiempos ociosos.
- ✓ SALBP-F: En este caso no se busca maximizar ni minimizar ningún valor, sino determinar si existe alguna solución factible para la combinación de un número m de estaciones y un tiempo de ciclo c ; es decir, determinar si la línea puede operar con m estaciones y un tiempo de ciclo c .

➤ Problemas generales de balanceo de línea de ensamble (General Assembly Line Balancing Problem – GALBP)

Los GALBP incluyen a todos los problemas de balanceo de líneas que no son SALBP, como por ejemplo, las estaciones en paralelo, los modelos mixtos, los tiempos de proceso variables, los procesos alternativos, etc.; de esta manera se pueden formular y resolver problemas más reales.

Clasificación de los GALBP (Becker & Scholl, 2006)

Dentro de la variedad de problemas GALB se destacan cuatro tipos de problemas:

- Problemas de balanceo de línea tipo U (U-line Assembly Line Balancing Problem – UALBP)

Los UALBP están caracterizados de manera similar a los problemas SALBP pero consideran una línea tipo U en lugar de una serial. La disposición de las estaciones en una línea U hace que los UALBP sean más flexibles que los SALBP dado que, en estos últimos, únicamente se pueden asignar aquellas tareas cuyas predecesoras han sido asignadas, mientras que en el UALBP se pueden asignar las tareas cuyas predecesoras o sucesoras ya hayan sido asignadas. Las estaciones pueden ser ubicadas de tal manera que, durante el mismo tiempo de ciclo, se puedan manejar a la vez dos piezas de trabajo en diferentes posiciones de la línea. Esto implica un mayor número de posibilidades de asignar las tareas a las estaciones, lo que conlleva en algunos casos a que el problema se pueda resolver de manera más eficiente que cuando se tiene una línea simple.

Otra ventaja significativa es que permite rebalancear las cargas de trabajo sin requerir cambios en el despliegue de la planta física.

Se puede definir tres tipos de UALBP con respecto a SALBP (Becker & Scholl, 2006):

- ✓ UALBP-1: Se da el tiempo de ciclo c , minimizando el número de estaciones m .
- ✓ UALBP-2: Se da el número de estaciones m , minimizando el tiempo de ciclo c .
- ✓ UALBP-E: Maximiza la eficiencia E para el tiempo de ciclo c y para las estaciones m cuando son variables.

- Problemas de balanceo de línea de ensamble con modelos mixtos (Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem – MALBP)

Los problemas de balanceo de líneas de modelos mixtos, hacen referencia a la manufactura de varios modelos de productos estandarizados en una secuencia intermezclada. Los modelos pueden diferenciarse uno de otro respecto al tamaño, color, material usado o equipos, tal que su producción requiera diferentes tareas, tiempos de tarea o relaciones de precedencia. Como consecuencia, para este tipo de problemas es casi imposible encontrar un balanceo de línea cuyas estaciones cargadas tengan el mismo tiempo de estación y requerimientos de equipo. Por consiguiente la línea debe ser bastante flexible respecto al equipo y la calificación de los operarios.

Por analogía con los SALBP, los MALBP consisten en encontrar un número de estaciones y un tiempo de ciclo así como un balanceo de línea tal que la capacidad o incluso el objetivo orientado al costo es optimizado.

Los MALBP se clasifican en (Becker & Scholl, 2006):

- ✓ MALPB-1: Minimiza el número de estaciones m , con la asignación de restricciones adicionales y estaciones en paralelo. Como segundo objetivo, minimiza los desbalances de los periodos de medición vertical y horizontal.
- ✓ MALPB-2: Se da una secuencia de producción que contiene varias copias de cada modelo. En todo ciclo el máximo tiempo de estación define el tiempo de ciclo realizado. El objetivo es minimizar la suma de los tiempos de ciclos realizados para la secuencia de producción.
- ✓ MALPB-E: Maximiza la eficiencia E para el tiempo de ciclo c . Estos problemas son de mayor dificultad que en el caso de single-model (único modelo), porque los tiempos de estación de los diferentes modelos tienen que ser balanceados para evitar operaciones ineficientes en cada estación, tales como la excesiva carga de trabajo o tiempo ocioso. Por lo tanto, los

objetivos de los problemas de single-model deben ser ampliados para contemplar estos aspectos adecuadamente (Merengo y otros, 1999).

- Problemas de balanceo de línea de ensamble robotizada (Robotic Assembly Line Balancing Problem – RALBP):

En los problemas de balanceo de líneas robotizadas, la flexibilidad y automatización en líneas de ensamble pueden ser logradas por el uso de robots. La razón para realizar ensambles con robots en una configuración de línea de ensamble es debido a la especialización de las operaciones. Usualmente, las herramientas específicas son adquiridas para realizar las actividades necesarias en cada estación. Tales herramientas son unidas al robot en la estación, para evitar perder el tiempo requerido en el cambio de las herramientas. El balance de líneas de ensamble robóticas incluye dos objetivos principales (Levitin y otros, 2006):

- ✓ Para lograr un óptimo balance sobre la línea de ensamble para un número dado de células (estaciones) de ensamble o para la tasa de producción requerida.
- ✓ Para asignar el robot más adecuado a cada estación. Diferentes tipos de robots pueden existir en la fábrica de ensamble, los robots necesitan ser re-asignados cuando un nuevo producto es programado para ser ensamblado. Cada tipo de robot puede tener diferentes capacidades y tiempos de realización para varios elementos de las tareas de ensamble. La línea de ensamble manual difiere de la robotizada, debido a que el tiempo actual para realizar las actividades varía considerablemente y el balance óptimo es de bastante importancia teórica, las líneas de ensamble robóticas depende estrictamente de la calidad del balance y del robot asignado.

En conclusión en este tipo de problemas se considera tanto la asignación de las tareas como la asignación de un conjunto de robots a las estaciones de trabajo, con la finalidad de optimizar la realización de las tareas en la línea.

- Problemas de balanceo de línea Multi-Objetivo (Multi-Objective Assembly Line Balancing Problem – MOALBP)

En los problemas de balanceo de líneas con objetivos múltiples se consideran varios objetivos simultáneamente, como por ejemplo: minimizar el número de estaciones, el costo total de ensamble o el número de *buffers*, maximizar la eficiencia de línea, etc. Los problemas de balanceo de línea de ensamble consisten en distribuir las cargas de trabajo a lo largo de la línea estableciendo relaciones entre el conjunto de tareas, los operarios y las máquinas, considerando diferentes restricciones y objetivos, de tal manera que el producto fluya en forma continua entre las estaciones de trabajo con el menor tiempo ocioso posible para lograr el volumen de producción deseado. Este concepto se ha empleado en diferentes industrias como la automotriz, componentes electrónicos, teléfonos, entre otras.

En el balanceo de línea se pueden presentar los siguientes casos:

1. Conocidos los tiempos de las operaciones, determinar el número de operarios necesarios para cada operación.
2. Conocido el tiempo de ciclo, minimizar el número de estaciones de trabajo.
3. Conocido el número de estaciones de trabajo, asignar elementos de trabajo a la misma.

1.4. LÍNEAS DE ENSAMBLE PARALELAS

La mayoría de la literatura sobre ALBP trata acerca de líneas de ensamble aisladas que producen un solo producto o una mezcla de variantes del producto, en este caso, se consideran líneas de ensamble paralelas interconectadas, introducido por primera vez por Gökçen, entre otros, en el 2006. A este problema se le llama *problema de balance de líneas paralelas de ensamble* (PALBP, por sus siglas en ingles), porque se compone de dos subproblemas conectados: (1) uno o varios productos tienen que ser asignados a las líneas paralelas y (2) las líneas tienen que ser balanceadas. La conexión de ambos subproblemas está dada por la opción de combinar estaciones contiguas de las líneas cercanas (Armin Scholl y Nils Boysen, 2009).

Este tipo de sistema plantea nuevos problemas en relación con el número de líneas de ensamble que deben ser abiertas, sus características (el número de estaciones y el tiempo de ciclo) y la asignación de los productos y los trabajadores a las líneas, además de los problemas estándar de balanceo de cada línea de ensamble (es decir, para determinar, si es necesario, el número de estaciones y para asignar tareas a las estaciones) (Lusa, 2008).

El PALBP asume un determinado número H de líneas de ensamble en serie dispuestos lado a lado. En cada línea, un número de estaciones consecutivas pueden ser instaladas (interpretadas como segmentos de línea física), donde K denota el número máximo de estaciones por línea, por ejemplo, teniendo en cuenta las restricciones de espacio. Cada línea tiene para fabricar un producto por separado observando un tiempo de ciclo c conjunto, es decir, todas las líneas tienen la misma tasa de producción. Para el proceso de producción de cada producto es necesario considerar la precedencia de las tareas.

Tradicionalmente, cada línea es balanceada por separado asignando tareas a estaciones observando tiempos de ciclo y relaciones de precedencia tal que el número de estaciones instaladas es minimizado, como se observa en los SALBP-1. (Scholl y Becker, 2006).

Por otro lado, PALBP permite mejorar la eficiencia mediante la instalación de puestos de trabajo divididos por líneas adyacentes. Esto significa que un solo trabajador opera en dos

estaciones opuestas de líneas vecinas en el mismo ciclo, por la división del tiempo disponible (de ciclo) entre las operaciones realizadas en una pieza de trabajo en una estación k de la línea h y las operaciones realizadas en una pieza de trabajo (de otro producto) en la estación k de la línea $h + 1$.

Mediante la instalación de puestos de trabajo divididos, los procesos de ensamble son más eficientes y hacen posible reducir la fuerza laboral (Armin Scholl y Nils Boysen, 2009).

En PALBP, una estación es solo un segmento de una línea que requiere cierto espacio y está conectada a estaciones vecinas de la misma línea. El trabajo solo puede ser ejecutado en el puesto de trabajo el cual puede ser instalado en una sola estación (puesto de trabajo normal) o en 2 o más estaciones de líneas vecinas (puestos de trabajo divididos). Las cargas de trabajo asignadas al puesto de trabajo son ejecutadas por operadores y equipamientos acompañantes. PALBP asume que cada puesto de trabajo es manejado por un operador.

El número de puestos de trabajo construidos equivale al tamaño de la fuerza de trabajo empleada, por lo tanto si hay restricciones de espacio, es importante conocer algunas posibles extensiones:

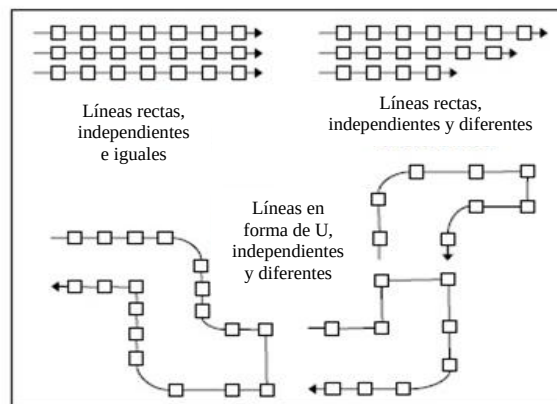
- Si el espacio es un tema bastante importante, un objetivo de segundo orden puede ser utilizado para favorecer siendo más compacto y, por tanto, ahorrando espacio de diseños de la línea de funcionamiento.
- Si la distancia entre las líneas es considerable, los cambios entre los tiempos además pueden ser considerados para las divisiones de los puestos de trabajo.
- Si las existentes líneas paralelas para rebalancear incluyen una reasignación de productos a las líneas, un objetivo de costos considera el equilibrio entre el movimiento adicional de costos (para mover productos específicos maquinaria y otros equipos) y la reducción del costo de la mano de obra (dependiendo del número de puestos de trabajo y operadores, respectivamente).

La configuración del sistema (es decir, la disposición de las líneas y la interconexión entre las líneas) tiene un impacto significativo sobre los diferentes criterios de rendimiento

claves, como el costo de inversión de las máquinas y herramientas, la calidad, el rendimiento, la capacidad de escalabilidad, el número tipos de productos y el tiempo de conversión del sistema (Koren et al., 1998). Algunas configuraciones de sistemas mecanizados típicos están dadas por Spicer et al. (2002), que compara las diferentes opciones en términos de rendimiento, balance de línea, el costo de inversión en maquinaria y la capacidad de escalabilidad. A pesar de la importancia de la configuración, la mayoría de los artículos que tratan problemas de balance de líneas paralelas o múltiples asumen una configuración dada. Basado en el trabajo de Spicer et al. (2002) y los documentos relacionados con los problemas de balance de líneas de ensamble paralelas o múltiples descritos en el apartado anterior, las siguientes configuraciones, y los híbridos que pueden derivarse de ellos, pueden ser considerados como los más típicos.

- a) Líneas paralelas independientes, rectas o en forma de U. Las líneas pueden ser iguales o diferentes y cada una de ellas puede producir el mismo modelo (o grupo de modelos) o no (también, un modelo puede ser asignado a una o más líneas). La mayoría de los documentos consideran este tipo de configuración.

Figura 8. Líneas independientes

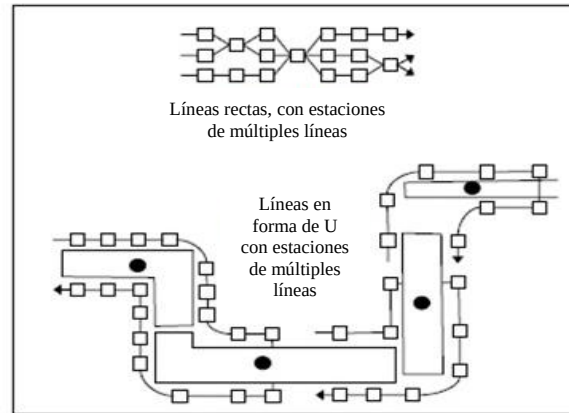


Fuente: (Lusa, 2008)

- b) Líneas paralelas rectas o en forma de U con estaciones de múltiples líneas: las estaciones de múltiples líneas son aquellas que realizan tareas de más de una línea (es decir, las estaciones compartidas por más de una línea). Miltenburg (1998), Sparling

(1998) y Gökçen et al. (2006) incluyen el uso de las estaciones de varias líneas en sus trabajos.

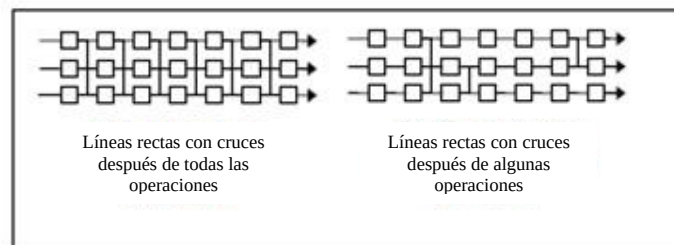
Figura 9. Estaciones de múltiples líneas



Fuente: (Lusa, 2008)

- c) Líneas rectas paralelas con el cruce antes de algunas operaciones: cruce es cuando un producto se esta fabricando en una línea y debido a una falla aguas abajo, ésta se bloquea y el producto puede ser transferido a otra línea (Spicer et al, 2002). Tenga en cuenta que este tipo de cruce sería más difícil en un sistema con configuración en forma de U.

Figura 10. Líneas rectas con cruces



Fuente: (Lusa, 2008)

A pesar de que no se muestran en las figuras anteriores, cualquier configuración puede tener estaciones en paralelo (las estaciones que realizan las mismas tareas). Se requiere instalar estaciones en paralelo cuando el tiempo máximo de trabajo es mayor que el tiempo de ciclo deseado, pero puede ser también una manera de disminuir el tiempo de ciclo de la

línea y, por lo tanto, incrementar la tasa de producción (Buxey, 1974). Además, tener un sistema con estaciones en paralelo reduce la vulnerabilidad de falla y, también, que a menudo permite un mejor balanceo. Por supuesto, como en el caso de líneas paralelas, tener estaciones en paralelo causa costos fijos adicionales que deben ser considerados (para más detalles sobre las estaciones en paralelo se recomienda acudir a Becker y Scholl, 2006).

Como se mencionó, el número y la complejidad de las decisiones que deben tomarse en relación con el diseño y la gestión de las líneas de ensamble se incrementa cuando se considera la posibilidad de instalar líneas paralelas o múltiples. A continuación se consideran cuatro tipos de problemas:

- 1) Decidir el número de líneas a instalar (Suer y Dagli, 1994)
- 2) Los modelos de asignación a las líneas (Pinnoi y Welhelm, 1997).
- 3) Balancear las líneas: determinar el número de estaciones para cada línea y la asignación de tareas a las estaciones (Gökçen de 2006, Chiang et al. 2007).
- 4) Evaluar el desempeño del sistema de producción con el fin de comparar diferentes configuraciones (Lan, 2007).

En conclusión, el PALBP consiste en encontrar balance de múltiples líneas con el número mínimo de puestos de trabajo. El balance de múltiples líneas consiste en (1) asignarle a cada producto una línea del sistema de producción de ensamble de múltiples líneas y, (2) asignar las tareas de los productos específicos a los lugares de trabajo normales de la línea correspondiente, o bien separar los lugares de trabajo de las líneas vecinas respetando la restricción del tiempo de ciclo y las relaciones de precedencia.

1.5. PROBLEMAS DE BALANCEO DE LÍNEAS DE ENSAMBLE MULTIOBJETIVO (MOALBP)

Programación por Objetivos

La programación multiobjetivo también llamada optimización vectorial constituye un enfoque multicriterio de gran potencialidad cuando el contexto de decisiones está definido

por una serie de objetivos a optimizar, que deben satisfacer un determinado conjunto de restricciones. Como la optimización simultánea de todos los objetivos por lo general es imposible ya que suele existir cierto grado de conflicto entre los objetivos que pretenden optimizar un centro decisor, el enfoque multiobjetivo, en vez de intentar determinar un “no existente óptimo”, pretende establecer el conjunto de soluciones eficientes o pareto óptimas (Flórez, 2010).

En este contexto García en 1998 realiza un estudio en donde explica los principales métodos de resolución así como la necesidad de desarrollar técnicas y métodos apropiados para la toma de decisiones, comenzando por:

➤ **Planteamiento del problema (Flórez, 2010).**

Cuando el decisor considera que su problema de decisión puede plantearse matemáticamente mediante la optimización simultánea de varias funciones objetivo, aparece la denominada Optimización Vectorial o Programación Multiobjetivo. Bosquejándose de la forma:

$$\begin{aligned} \text{Optimizar } f(\bar{x}) &= (f_1(\bar{x}), \dots, f_p(\bar{x})) \\ \text{s. a. } \bar{x} &\in X \end{aligned}$$

Donde $f_i(\bar{x})$ es i-ésima función objetivo, $f_i : X \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, p$. $X \subset \mathbb{R}^n$ es el conjunto de soluciones posibles o conjunto factible, que normalmente se define a partir de restricciones matemáticas.

$\bar{X} = (x_1, \dots, x_n)$ Es el vector de variables de decisión.

El problema a resolver es, habitualmente de la forma.

$$\begin{aligned} \text{Min } f(\bar{x}) \\ \text{s. a. } g(\bar{x}) &\leq \bar{0} \\ \bar{x} &\geq \bar{0} \end{aligned}$$

Donde, $f(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), \dots, f_p(\bar{x}))$ y $g(\bar{x}) = (g_1(\bar{x}), \dots, g_m(\bar{x}))$ es el vector de las m restricciones del programa $g_i: R^n \rightarrow R, i = 1, \dots, m$.

El propósito del enfoque multiobjetivo consiste en segregar del conjunto de soluciones posibles un subconjunto propio del mismo cuyos elementos gocen de la condición de un nivel de prioridad. Debe indicarse que la programación multiobjetivo aborda tal tarea utilizando una información estrictamente técnica (restricciones, expresiones matemáticas de los atributos, etc.) sin incorporar al análisis ninguna información sobre las preferencias del centro decisor.

➤ **Pareto Óptimo (Flórez, 2010).**

El vector $\bar{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ de variables de decisión se dice que es una solución eficiente o Pareto óptima cuando es factible, es decir, cuando $g(\bar{x}^*) \leq \bar{0}$, $\bar{x}^* \geq \bar{0}$ y, además, verifica que no existe ninguna otra solución factible tal que proporcione una mejora en un objetivo sin ocasionar, a la vez, un empeoramiento en al menos otro de los objetivos. Es decir, no existe ninguna variable de decisión $\bar{x}$ factible, esto es, que verifique que $g(\bar{x}) \leq \bar{0}$ y que $\bar{x} \geq \bar{0}$, tal que $f_i(\bar{x}) \leq f_i(\bar{x}^*) \forall i = 1, \dots, p$, siendo estricta al menos una de las desigualdades.

Los distintos enfoques multiobjetivo pretenden obtener soluciones eficientes, ya que, debido a que en la vida real los objetivos de un problema de decisión suelen estar en conflicto, frecuentemente no es posible la optimización simultánea de todos ellos.

Una vez analizado el marco teórico que hace referencia a los sistemas de producción, a los tipos de líneas de ensamble, a los problemas de balance de línea y a los temas particulares de la investigación tales como líneas paralelas y a los problemas de balance de línea multiojetivo, el desarrollo de esta investigación se llevará a cabo bajo un enfoque de problema general de balance de línea (GALBP) que incluyen a todos los problemas de balanceo de líneas que no son SALBP, logrando de esta manera, formular y resolver problemas más reales.

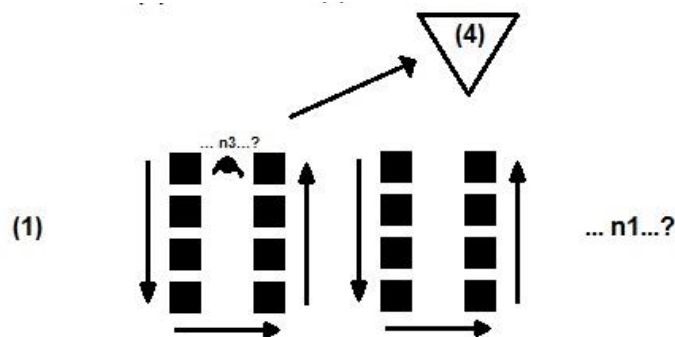
CAPITULO 2: AMBIENTE PARTICULAR DE LÍNEAS DE ENSAMBLE PARALELAS Y PROBLEMA DE BALANCEO DE LÍNEA CON ENFOQUE MULTI OBJETIVO (MOALBP)

Una vez estudiadas las características principales de los sistemas de **producción continua**, de las líneas paralelas y de los problemas de balanceo de líneas de ensamble multiobjetivo, se caracterizó un ambiente particular enfocado en un caso de estudio que permite involucrar gran parte de los aspectos más relevantes de dichas configuraciones.

El ambiente bajo estudio es adaptado del caso Graxa S.A (Sempere, 2003) y se describe a continuación:

El Taller analizado trabaja 8 horas diarias, montando un modelo de dispositivo de control, denominado A, en una serie de células de fabricación en U, tal y como se muestra en la Figura 11. El montaje del conjunto, consta de ocho operaciones (1) en las que se insertan diferentes mecanismos y circuitos impresos en la estructura metálica. Una vez terminado el montaje, el operario que ha realizado la última operación, deposita el conjunto en una zona de almacenaje intermedia (4) y vuelve para empezar la próxima operación que debe realizar.

Figura 11. Línea de montaje.

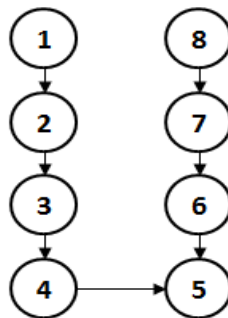


Fuente: (Sempere, 2003)

En la Figura 12 se muestra un croquis que se completa con la tabla 2 de tiempos de los puestos de cada una de las operaciones de montaje realizadas en la célula U. Cada operación tiene un banco de trabajo con todas las herramientas y componentes necesarios. No se permite que un operario este asignado a más de una célula.

Anualmente, el costo de cada célula (1) que se instala, es tres veces el costo de un trabajador.

Figura 12. Secuencia de operaciones.



Fuente: (Sempere, 2003)

Tabla 2. Tiempos de cada operación.

Operación	Tiempo (Minutos)
1	0,1
2	0,1
3	0,05
4	0,05
5	0,05
6	0,2
7	0,2
8	0,1

Fuente: (Sempere, 2003)

Se requiere dimensionar adecuadamente la plantilla y cantidad de células (1) si se desea trabajar con la mínima acumulación de inventario posible y la máxima utilización de los recursos, teniendo en cuenta que el cliente solicita diariamente 8.000 productos. Además determinar la capacidad de producción del taller en este caso.

Al sólo tenerse en cuenta el sistema de montaje realizado por el conjunto de células, se pueden identificar algunos aspectos propios de las líneas de ensamble en paralelo, partiendo del hecho de que se asume que las células representan el sistema de líneas en paralelo, por lo que el diseño en forma de U no será tenido en cuenta.

De esta forma, se analizó la secuencia de montaje que consta de ocho (8) operaciones por donde pasa un único producto, siguiendo una línea de producción que respeta las restricciones de precedencia y en las que el espacio no es un factor de relevancia, permitiendo instalar el número de líneas requerido, con la posibilidad de incluir estaciones en paralelo, de manera que se cumpla con el parámetro de demanda establecido en el caso de estudio.

Otros parámetros dados por el caso de estudio son los tiempos de las operaciones, lo que permite establecer un tiempo estándar para la realización de cada una de las operaciones de las líneas con base en la medición del contenido de trabajo en cada estación, y que para el desarrollo de este trabajo, no tendrán en cuenta los tiempos de transporte.

Cada operación puede clasificarse de acuerdo a su tiempo de procesamiento dependiendo del tipo de labor que se realice. En consecuencia, se tienen operaciones "cortas" (es decir, tiempo de procesamiento $\leq$ tiempo de ciclo), o "largas" (es decir, el tiempo de procesamiento $>$ tiempo de ciclo).

Desde este punto de vista, se tiene que el caso de estudio contiene aspectos propios de los problemas de balanceo de líneas paralelas tales como:

- Las líneas pueden ser iguales o diferentes y cada una de ellas puede tener su propio tiempo de ciclo (es decir, su propia tasa de producción).
- Se debe decidir cuántas líneas serán instaladas y cómo será distribuido el equipo y la fuerza de trabajo entre las líneas.
- Para el proceso de producción de cada producto es necesario considerar la precedencia de las tareas.
- No se permitirá el cruce entre líneas, por lo que un operario no podrá pertenecer a más de una línea de montaje.
- Cada línea de producción puede tener estaciones en paralelo (las estaciones que realizan las mismas tareas), cuando el tiempo máximo de trabajo es mayor que el tiempo de ciclo deseado, pero puede ser también una manera de disminuir el tiempo de ciclo de la línea y, por lo tanto, incrementar la tasa de producción.

Así mismo, se identificaron aspectos claves para el diseño de líneas de ensamble, en el que se evidencian las clasificaciones de estaciones o puestos de trabajo, que representan el conjunto de operarios y máquinas necesarias para llevar a cabo una operación, y cuya configuración depende inicialmente de la clasificación de las operaciones asignadas a la misma.

Algunas de las configuraciones que permite desarrollar el caso de estudio, son las siguientes:

- Configuración de estaciones 1.

Una estación de la configuración 1 cuenta con un solo operario, por lo que las tareas asignadas a este operario deben ser cortas. Sin embargo, dicha estación no puede servir para tareas complementarias o tareas largas. El operario asignado a una estación de la configuración 1 es llamado "operario único" (Pinnoi, Wilhelm, 1997).

- Configuración de estaciones 2.

Una estación de configuración 2 tiene operarios en paralelo. Los cuales deben procesar la misma secuencia de operaciones, en donde se procesan las operaciones

largas. Un operario asignado a una estación de la configuración 2 es llamado "operario en paralelo" (Pinnoi, Wilhelm, 1997).

- Configuración de estaciones 3.

Una estación de configuración 3 es una con un operario, procesando operaciones diferentes sobre la misma pieza. Sólo operaciones cortas pueden ser asignadas a estos operarios de modo que puedan ser procesadas dentro de un ciclo.. Los operarios ubicados en esta estación, son llamados "operarios colaterales" (Pinnoi, Wilhelm, 1997).

De lo anterior, se puede inferir que es necesario separar cada configuración como un caso particular debido a que se tiene en cuenta el tiempo de la operación, el número de operaciones y de operarios para procesarlas, de esta forma existirán casos en el que se asignen varios operarios a una operación cuyo tiempo de procesamiento es largo, o en el que a un operario se le asignen varias operaciones con un tiempo corto; en ese sentido, el tiempo de procesamiento del operario se debe calcular de una forma diferente para cada caso sin entorpecerse un caso con el otro, para lo cual se formulan restricciones que calculen el tiempo de operación por operario con una variable que diferencie cada caso.

Adicionalmente, en el caso de estudio son fácilmente identificables los objetivos buscados, tales como la necesidad de incluir en la función objetivo la minimización del número de operarios, el número de líneas a instalar y el tiempo de ciclo, lo cual lo convierte en un problema de balance de línea con enfoque multiobjetivo.

CAPITULO 3: ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN.

3.1. MARCO TEÓRICO

• MODELOS PARA LA SOLUCIÓN DE LOS ALBP

Existen numerosos algoritmos capaces de resolver problemas de balanceo de líneas, principalmente para el caso simple (*Simple Assembly Line Balancing Problem*); entre ellos se distinguen dos grupos: los métodos exactos (basados en programación lineal, programación dinámica y procedimientos *branch & bound*) y los métodos heurísticos que aproximan la solución del problema.

Los métodos exactos garantizan una solución óptima, con la problemática que sólo pueden utilizarse, normalmente, en casos con un reducido número de tareas, ya que cuando se tiene un gran número de variables y de restricciones, el problema se hace intratable por problemas de tiempo de cálculo y recursos. Esto es debido a que el problema de balanceo de líneas de ensamble es de carácter combinatorio. Por esta razón se han desarrollado diversos métodos heurísticos para la solución eficiente de problemas reales (Cortés y Vásquez, 2009).

Los procedimientos para resolver líneas de ensamble pueden ser categorizados en tres grupos (Bautista & Pereira, 2008):

1. Un primer grupo compuesto por procedimientos constructivos o “greedy”. Estos procedimientos hacen uso de regla prioritaria estática o dinámica para asignar tareas o las diferentes estaciones de trabajo (Talbot, Patterson, & Gehrlein, 1986).
2. Un segundo grupo compuesto por la enumeración de procedimientos, usualmente el árbol de búsqueda basado en procedimientos como Branch & Bound (rama y acotamiento) o gráfico basado en Programación Dinámica (Scholl, 1999). De los diferentes

procedimientos para esta clase, se resalta SALOME, un algoritmo Branch & Bound capaz de resolver 260-269 casos óptimamente de la literatura usada para los propósitos de comparación (Klein & Scholl, 1996).

3. El tercer y último grupo está compuesto por diferentes acercamientos metaheurísticos. Aunque, los resultados normalmente no son tan buenos como aquéllos proporcionados por el segundo grupo de procedimientos, estos todavía son un área de investigación importante debido a la aplicación superior de estos procedimientos a los problemas generales. Esto se debe a la dependencia de procedimientos exactos para el buen uso de límites para encontrar soluciones óptimas. Entre los procedimientos más efectivos se encuentran la Tabú Search (Búsqueda Tabú), Colonia de Hormiga y el algoritmo Beam-ACO (Cortés y Vásquez, 2009).

❖ Algoritmos para la resolución de SALBP

Las diferentes investigaciones referentes a los SALBP se han enfocado en modelos que resuelven los SALBP-1 (problema que comprende todas las posibles combinaciones de las asignaciones de tareas), pero se han formulado pocos modelos para la solución de los SALBP-2 (problema cuyo objetivo es minimizar el tiempo de ciclo). No obstante, diferentes autores proponen que para la solución de los SALBP-2, se usa el mismo procedimiento que se utiliza para los SALBP-1 pero variando el tiempo de ciclo: la solución óptima es la de menor tiempo de ciclo que proporciona un número de estaciones igual al que se dispone.

Uno de los principales aportes sobre SALBP se puede encontrar en el artículo de *State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing* de Scholl y Becker (Scholl & Becker, 2006), que presenta un completo estado del arte y concluye que los métodos disponibles son buenos para resolver problemas de tamaño medio, pero que se requieren mejoras para que se puedan utilizar en la solución de casos de mayores dimensiones.

En dicha investigación se resumen también diferentes procedimientos Branch & Bound para la solución de SALBP-1, entre los que se destaca el FABLE realizado por

Johnson en 1988, EUREKA por Hoffman en 1992 y el SALOME por Scholl y Klein en 1997. También concluyen que la mayoría de los métodos heurísticos están basados en reglas de prioridad y procedimientos enumerativos, como por ejemplo el algoritmo de Hoffmann de 1963.

Posteriormente, se han presentado descripciones detalladas de este tipo de procedimientos, como las que se pueden encontrar en el artículo *A Comparative Evaluation of Heuristic Line Balancing Techniques* de Talbot (Talbot, Patterson, & Gehrlein, 1986), *Simple assembly line balancing - heuristic approaches* de Scholl y Voss (Scholl & Voss, 1996) y el libro de Scholl (Scholl, 1999).

Además de los trabajos anteriormente mencionados, también se pueden encontrar diferentes estudios, que se clasifican en tres categorías: Algoritmos exactos, trabajos de Branch & Bound y Programación Dinámica, y heurísticos (Sentinella & Solsona, 2007):

- **Algoritmos exactos (programación lineal mixta)**

Una de las primeras modelizaciones del problema como Programación Lineal Binaria fue la propuesta por White en 1961 que constituye un trabajo usado posteriormente como base para muchos otros investigadores, el modelo es el siguiente (White, 1961):

$$\begin{aligned}
 [MIN]z &= \sum_{i \in F} \sum_{j=m_{\min}+1}^{m_{\max}} c_j * x_{i,j} \\
 \sum_{j=1}^m x_{i,j} &= 1 & i = 1, \dots, n \\
 \sum_{j=1}^n t_i * x_{i,j} &\leq T_{\max} & j = 1, \dots, m
 \end{aligned}$$

$$x_{i,k} \leq \sum_{j=1}^k x_{h,j} \quad k = 1, \dots, m \quad i = 1, \dots, n \quad h \in P(i)$$

Donde,

$$c_{j+1} \geq M * c_j \quad j = m_{\min} + 1, \dots, m_{\max} - 1$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \forall i,j$$

Con,

$x_{i,j}$	Es la variable que indica si la tarea i se realiza en la estación j , entonces toma 1 (0 en el caso contrario).
t_i	Expresa la duración de la tarea i .
$T_{\max}$	Es el valor máximo del tiempo de ciclo.
M	Expresa un valor lo suficientemente grande.
F	Es el conjunto de tareas las cuales no tienen sucesoras.
(i)	Son el conjunto de tareas predecesoras inmediatas de i .
n	Es el número de tareas que conforman la línea.
m	Corresponde al número de estaciones.
$m_{\min}, m_{\max}$	Son el número mínimo/máximo de estaciones de trabajo.
c_j	Costo de utilizar la estación j

La primera restricción obliga a que una tarea sólo pueda ser asignada a una estación; la segunda limita el tiempo de ciclo dentro de cada estación de trabajo; y la tercera formula la precedencia de i respecto a h .

Analizando la función objetivo se observa que los coeficientes c_j obligan a que no se asignen tareas en las últimas estaciones sin completar antes las primeras disponibles. Además, como dichos coeficientes van creciendo con el número de

las estaciones, se penaliza el no asignar las tareas a la primera estación disponible.

Diez años después, Thangavelu y Shetty proponen un cambio en los coeficientes de la función objetivo (Thangavelu & Shetty, 1971) con la intención de mejorar el funcionamiento del modelo comentado anteriormente ya que, en algunos casos (gran número de tareas), surgían problemas de inestabilidad numérica:

$$c_{i,j} = t_j * \left[\sum_{k \in F} t_{k+1} \right]^{(j-m_{\min}+1)} \quad j = m_{\min} + 1 \dots m_{\max} \quad i \in F$$

$$c_{i,j} = 0 \quad \text{de lo contrario}$$

Se destacan también los aportes de Baybars (Baybars, 1986) y de Ghosh y Gagnon (Ghosh & Gagnon, 1989). En el primero se presenta un estado del arte de los algoritmos exactos para la resolución de SALBP; en el segundo completa dicha investigación incluyendo métodos heurísticos.

Valero (Valero, 1991) soluciona un modelo de programación lineal teniendo en cuenta los recursos consumidos por las tareas, las incompatibilidades entre parejas de tareas y considerando diferentes tipos de estaciones de trabajo.

▪ Trabajos de Branch & Bound y programación dinámica

La investigación de referencia para la programación dinámica aplicada al problema de balanceo de líneas es Held, Kart y Shreshian (Held & Shreshian, 1963), Talbot y Patterson (Talbot & Patterson, 1984) también proponen un algoritmo Branch & Bound que obtiene una buena solución para un número de tareas inferior a 50, tal y como se demuestra en Baybars 1986.

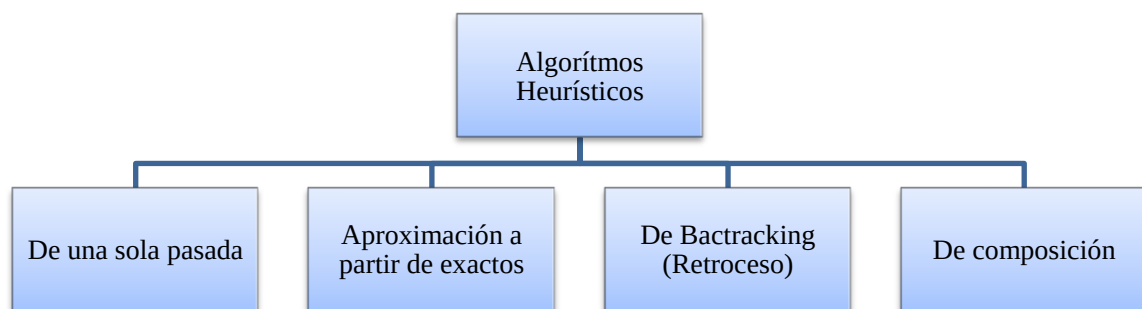
También cabe destacar la investigación de Baybars (Baybars, 1986). Dicho autor expone un estudio referente a múltiples algoritmos Branch & Bound, discutiendo la funcionalidad de cada uno de ellos.

Once años después Klein y Scholl publica el algoritmo SALOME (Scholl & Klein, 1997), basándose en un Branch & Bound bidireccional. Existen dos versiones del mismo, el SALOME-1 y el SALOME-2: el primero es útil para la solución de SALBP-1 mientras que el segundo se utiliza para la solución de los SALBP-2.

▪ Algoritmos heurísticos

Los primeros algoritmos heurísticos para la solución de los SALBP son realizados por Talbot, Patterson y Gehrlein en 1986 (Talbot, Patterson, & Gehrlein, 1986). Dichos autores realizan una primera clasificación de los algoritmos heurísticos según las características de cada uno de ellos hasta la fecha de realización de su estudio, ver Figura 14.

Figura 13. Tipos de algoritmos heurísticos según Talbot, Patterson y Gehrlein



Fuente: (Talbot, Patterson, & Gehrlein, 1986)

A continuación se menciona dicha clasificación:

- **Heurísticas de una sola pasada:** son las que usan reglas de decisión simples; se destacan las de Moodie y Young (Moodie & Young, 1965), Tonge (Tonge, 1960) y Helgeson y Birnie (Helgeson & Birnie, 1961).

- **Heurísticas de composición:** están basadas en la composición de reglas de decisión; destacan el algoritmo COMSOAL de Arcus (Arcus, 1966).

- **Reglas de backtracking (retroceso):** se destaca el algoritmo MALB de Dar-El (Dar-El, 1973) y la heurística de Hoffman (Hoffman, 1963).

- **Aproximación partiendo de algoritmos exactos:** entre estas heurísticas se destacan las de Talbot y Patterson (Talbot & Patterson, 1984), el FABLE de (Johnson, 1988) y el algoritmo de Held, Kart y Shareshian (Held & Shareshian, 1963), las cuales se caracterizan por basarse en un procedimiento exacto al cual se le limita el tiempo de ejecución.

En Talbot (Talbot, Patterson, & Gehrlein, 1986) se llega a la conclusión de que los algoritmos backtracking, es decir, el de Hoffman (Hoffman, 1963) y el MALB de Dar-El (Dar-El, 1973) parecen ser los mejores, pues dan soluciones óptimas o casi óptimas para problemas de cierto volumen con un tiempo computacional bajo.

Dar-El (Dar-El, 1975) presenta un estudio comparativo entre diez heurísticas de una sola pasada, el COMSOAL de Arcus (Arcus, 1966) y el MALB de Dar-El (Dar-El, 1973) utilizan problemas de hasta 140 tareas utilizando diferentes tipos de diagramas de precedencias. El MALB de Dar-El dio un mejor resultado que el COMSOAL de Arcus y que las heurísticas de una sola pasada. También cabe destacar que el COMSOAL de Arcus fue la mayoría de veces mejor que las heurísticas de una sola pasada.

La heurística ALBICE que se presenta en Hoffman (Hoffman, 1988) corresponde al tipo de heurística que busca una optimización a través de un algoritmo Branch & Bound. De 64 problemas de balanceo realizados, en 57 de ellos el algoritmo ALBICE dio la solución en un tiempo claramente menor que el empleado por la heurística de Hoffmann (Hoffman, 1963). Pero en los otros 7 casos aplicados el tiempo computacional fue mayor.

La heurística de FABLE presentada en Johnson (Johnson, 1988) corresponde a un tipo de heurística que busca una optimización mediante un algoritmo Branch & Bound. El algoritmo FABLE encuentra soluciones factibles para líneas de 1000 tareas en tiempos inferiores a los 20 segundos, dando en muchos casos la solución óptima. El algoritmo FABLE parte del árbol de enumeración; para su generación utiliza unas reglas de dominancia y cuatro tipo de cotas, que impiden generar vértices que no encuentra mejores soluciones que las que se puedan obtener con los vértices ya existentes.

También cabe destacar el trabajo de Hackman, Magazine y Wee (Hackman, Magazine, & Wee, 1989). Consiste en un algoritmo Branch & Bound al cual se le aplica una heurística para reducir la dimensión del árbol de búsqueda, la cual resulta una heurística útil para la solución tanto de SALBP-1 como de SALBP-2.

Klein y Scholl (Klein & Scholl, 1996) realizaron un estudio que permitió llegar a la conclusión que la gran mayoría de autores repiten la resolución aplicada a problemas tipo SALBP-1 para resolver los problemas tipo SALBP-2. También se han propuesto heurísticas basadas en búsqueda tabú y colonias de hormigas.

❖ Algoritmos para la resolución de los GALBP

Las diferentes investigaciones referentes a los GALBP se han basado en la solución de los SALBP. En primer lugar se destaca el estudio de Buxey (Buxey, 1974), donde

presenta dos algoritmos heurísticos que tienen como función objetivo minimizar el número de estaciones con la particularidad que permiten la utilización de estaciones en paralelo. Los algoritmos presentados tienen en común las incompatibilidades entre tareas, tareas que se van a realizar en la misma estación y tareas que necesitan más de un operario para su realización.

En el trabajo de Johnson (Johnson, 1983), el autor introduce un algoritmo de Branch & Bound que, sin dar resultados muy buenos, tiene como función objetivo minimizar el número de estaciones dado un tiempo de ciclo, pero con las siguientes características: duración de las tareas aleatorias, diferentes tipos de estaciones de trabajo que podían realizar tareas diferentes, líneas mixtas, tareas paralelizadas (que se llevan a cabo alternativamente en diferentes estaciones).

Una consideración realizada por Agraval (Agraval, 1985) resalta la importancia que una vez realizada la distribución de las tareas entre las diferentes estaciones de trabajo, se tenga en cuenta que las estaciones que realizan tareas parecidas tengan una ubicación cercana. De esta manera disminuyen considerablemente los problemas de calidad.

En un estudio realizado por Miyazaki y Ohta (Miyazaki & Ohta, 1987) se define una función objetivo que no sólo tiene en cuenta la minimización del número de estaciones de trabajo, sino que a la vez minimiza la suma de las duraciones de las tareas de la estación más cargada entre soluciones iguales sin necesidad de resolver dos problemas: primero el de minimizar el número de estaciones y después minimizar el tiempo de ciclo.

En el trabajo realizado por Sarker y Harris (Sarker & Harris, 1988), se expone un estudio sobre las implicaciones de la aplicación del JIT en el balanceo de líneas de ensamble. Las duraciones de las tareas son deterministas, no existen stocks intermedios y todos los operarios tardan el mismo tiempo en realizar una tarea; pero

existen ciertos problemas como la variabilidad de las duraciones de las tareas en los diferentes productos y para diferentes operarios y la necesidad de stocks intermedios.

En la investigación de Bhattarcharjee y Sahu (Bhattarcharjee & Sahu, 1988) se presenta un algoritmo heurístico que minimiza el número de estaciones de trabajo teniendo en cuenta ciertos aspectos como las incompatibilidades entre tareas, tareas que tienen duraciones superiores al tiempo de ciclo y tareas que deben ser asignadas a una estación determinada. Para las tareas cuya duración es superior al tiempo de ciclo se utilizan estaciones en paralelo.

En 1989 se presenta la problemática de los stocks intermedios en las líneas de ensamble en el trabajo de Dar-El y Mazer (Dar-El & Mazer, 1989).

McClain y Moodie (McClain & Moodie, 1991) defienden la importancia que tienen los stocks intermedios al inicio de la línea frente a la de los stocks intermedios situados en las últimas estaciones, donde según los autores, ya no son tan necesarios.

Generalmente los problemas de asignación de tareas suponen que las estaciones de trabajo se encuentran consecutivamente una detrás de otra, formando una línea. En Miltenburg y Wijngaard (Miltenburg & Wijngaard, 1994) los autores presentan un modelo de programación dinámica que tiene en cuenta la forma de la línea al llevar a cabo la asignación. Según los autores, una forma de U de la línea presenta las ventajas como mejor visibilidad y comunicación entre operarios.

Otra investigación a resaltar es la realizada por Erel y Sarin (Erel & Sarin, 1998), en la que se puede encontrar un resumen completo de los procedimientos que se han usado para resolver problemas de balanceo de línea.

• LINEAS PARALELAS

La mayoría de los autores proponen que la solución de los PALBP sea mediante procedimientos heurísticos. Algunos de estos procedimientos se basan en la simulación

(Wyman y Moberly, 1971; Globerson y Tamir, 1980), otros incorporan los modelos de análisis para estimar los costos y el modelo de aprendizaje (Chakravarty y Shtub, 1988), y algunos usan modelos matemáticos de ciertas medidas (Suer, 1998; Gökçen et al, 2006). Pinnoi y Welhelm (1997) son los únicos autores que proponen resolver el problema utilizando modelos mixtos de programación lineal entera (MILP), aunque ellos no resuelven actualmente los modelos presentados.

Una característica importante a considerar en cualquier intento de resolver el problema es el criterio de evaluación (o la función objetivo que se supone que es optimizada). Los criterios considerados por los distintos autores son los siguientes (algunos de ellos consideran una función que toma en cuenta una combinación de más de un criterio):

- Minimizar el número de estaciones (Suer, 1998; Miltenburg, 1998; Sparling, 1998; Gökçen et al., 2006; Chiang et al., 2007).
- Minimizar el tiempo total de ciclo o, equivalentemente, maximizar la tasa de producción (Wyman y Moberly, 1971; Chiang et al., 2007).
- Maximizar la eficiencia de las líneas (el porcentaje de tiempo productivo en relación con la capacidad). Los tiempos ociosos disminuyen la eficiencia, estos son causados por dos factores principales:
 - ✖ Retraso de balanceo: el tiempo de inactividad debido al balanceo o la asignación de tareas a las estaciones (Sarker y Shanthikumar, 1983).
 - ✖ Retraso de la secuencia: el tiempo de inactividad debido a la secuencia de los productos para ser ensamblados en una línea de ensamble flexible (multi-modelo o modelo mixto) (Lehman, 1969).
- Para minimizar el makespan si hay una orden de entrega (Suer y Dagli, 1994).
- Para minimizar el tiempo de respuesta del sistema (el tiempo medio necesario para completar una unidad desde el inicio hasta el final de la línea) (Globerson y Tamir, 1980; Chakravarty y Shtub, 1988; Suer y Dagli, 1994).
- Para minimizar el costo o maximizar el beneficio. Hay varios aspectos que implican un costo (un análisis detallado de esto se puede encontrar en Becker y Scholl, 2006). Los siguientes son algunos de los costos más

comunes discutidos en los documentos que tienen que ver con líneas en paralelo o múltiples.

- ✖ Costos fijos de la instalación de una línea (Pinnoi y Welhelm, 1997; Chiang et al, 2007).
- ✖ Los costos (fijos más variables) relacionados con las estaciones (ya sea los trabajadores o las máquinas) (Lan, 2007;. Chiang et al, 2007).
- ✖ Penalidad al costo por no cubrir una determinada demanda u orden (Ahmadi et al., 1992).
- ✖ Costo de aprendizaje: si un trabajador tiene que realizar tareas diferentes, ya sea porque el tiempo de ciclo es largo, o porque la línea es flexible en el que los diferentes modelos requieren operaciones diferentes, entonces el número de repeticiones por período es considerado bajo y el efecto de aprendizaje provoca una disminución de la productividad que se puede traducir en lo que se conoce como el costo de aprendizaje, Nadler y Smith (1963) estimaron este costo con las curvas de aprendizaje en el que el tiempo necesario para completar una tarea depende del número de veces que la tarea ha sido realizada.
- ✖ Líneas flexibles (líneas con modelos mixtos o modelos múltiples) puede llevar a costos de instalación o de cambios (Lan, 2007).

En cualquier caso, está claro que en la práctica, las conclusiones sobre la conveniencia de la adopción de líneas paralelas dependerán de las características específicas, tales como las tasas de falla, los tiempos de preparación y los costos, la rotación, el absentismo, el aprendizaje, etc.

• ENFOQUE MULTIOBJETIVO:

Principales Métodos de Resolución

Los métodos de resolución de programación multiobjetivo se pueden dividir en dos categorías (Flórez, 2010):

- Los métodos generadores, es decir, aquellos que generan la totalidad de las soluciones del programa.
- Y los métodos que proporcionan únicamente un subconjunto de dichas soluciones que esté de acuerdo con las preferencias del decisor, preferencias que se deben presentar antes de la programación.

➤ **Métodos generadores (Flórez, 2010).**

- **El método de las restricciones (constraint method)**

Con este método se optimiza uno de los n objetivos mientras que los demás se incorporan al conjunto de restricciones como restricciones paramétricas. En 1986 Romero y Rehman en su artículo (La Programación Multiobjetivo y la Planificación Agraria: algunas consideraciones teóricas). Hablan de diferentes métodos, y dicen que la idea básica de este enfoque consiste en optimizar uno de los objetivos, mientras que a los restantes se les incluye en el conjunto de las restricciones por medio de variaciones paramétricas, los valores asignados a los términos independientes de las restricciones en que se han convertido los objetivos, se va generando el conjunto eficiente.

Así, para un problema multiobjetivo en el que se desea maximizar los q objetivos considerados en la estructura del modelo a formular dentro del método de las restricciones sería:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } Z_k(x) \\ &\text{Sujeto a:} \\ &\quad X \in F \\ &\quad Z_k(x) \geq L_j \quad j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, q \end{aligned}$$

Siendo el objetivo k -ésimo el objetivo a optimizar. Por medio de variaciones paramétricas de los términos independientes L_j se va generando el conjunto de soluciones eficientes.

Conviene resaltar que este método garantiza la obtención de soluciones eficientes solo cuando todas las restricciones paramétricas son activas, es decir, cuando la correspondiente variable de holgura se hace cero, con lo que la restricción se satisface como igualdad.

El método de las restricciones exige efectuar $p^{(q-1)}$ pasadas del programa lineal correspondiente, siendo q el número de objetivos y p el número de subintervalos en que se ha dividido el campo de variación de los objetivos situados como restricciones.

- **El método de los coeficientes de ponderación (weighting method).**

La idea básica de este método consiste en combinar todos los objetivos en una única función. Con este propósito a cada objetivo se le asocia un peso o coeficiente de ponderación, sumándose a continuación todos los objetivos. Seguidamente se someten los diferentes pesos a un tratamiento paramétrico, generándose de esta forma una aproximación del conjunto eficiente. Zadeh (1963) con su artículo (Optimality and Non-Scalar-Valued Performance Criteria) fue el primero en proponer este enfoque. Así, para un problema multiobjetivo en el que se desea maximizar los q objetivos, la aplicación del método de los coeficientes de ponderación conduciría a la formulación del siguiente modelo:

$$\text{Maximizar } W_1 Z_1(x) + W_2 Z_2(x) + \dots + W_q Z_q(x)$$

Sujeto a:

$$X \in F \qquad W \geq 0$$

Por medio de variaciones paramétricas de los coeficientes W se va generando el conjunto eficiente. Igual que sucedía con el método de las restricciones el método de los coeficientes de ponderación requiere efectuar $p^{(q-1)}$ pasadas del programa lineal correspondiente, siendo p en este caso el número de valores que se asigna a los coeficientes de ponderación.

- **Método simplex multicriterio.**

El método simplex multicriterio genera todos los puntos de esquina (corner points) eficientes de un problema multiobjetivo, desplazándose para ello de un punto esquina al punto esquina contiguo. El algoritmo del simplex tradicional constituye el mecanismo adecuado para efectuar este tipo de desplazamiento, de un punto de esquina a un punto adyacente, por medio de una operación de pivoteo. En combinación con esta operación de salto de un punto de esquina a otro, el simplex multicriterio recurre a una subrutina que permite comprobar la eficiencia o no de cada punto obtenido. Esta técnica trabaja de manera eficiente sólo con problemas de un tamaño reducido, entendiendo por tamaño reducido un número de objetivos inferior a cinco, así como un número de variables y restricciones no superior a cien.

➤ **Método que incorpora la información sobre las preferencias del decisor (Flórez, 2010).**

Programación por compromiso (compromise programming).

Esta programación consiste en ayudar al centro decisor a elegir la solución óptima de entre un conjunto de soluciones eficientes. Este método comienza estableciendo lo que Zeleny llama el punto ideal en su trabajo titulado (Compromise Programming. In Multiple criteria decision-making). Las coordenadas de este punto vienen dadas por los valores óptimos de los diferentes objetivos del centro decisor. El punto ideal es normalmente inalcanzable. Si fuera alcanzable no existiría conflicto entre los objetivos. Cuando el punto ideal es inalcanzable el elemento óptimo o solución compromiso para el centro decisor viene dada por la solución eficiente que se encuentra más próxima con respecto al punto ideal. Dependiendo de la medida de distancia utilizada puede establecerse un conjunto de soluciones compromiso. Como el punto ideal es inalcanzable (esto es, queda fuera del dominio factible F) es necesario obtener soluciones compromiso. Para ello se necesita calcular la distancia existente entre cada punto de la curva de transformación o de intercambios. Con este

propósito se introduce el concepto de grado de proximidad d_j entre el objetivo j -ésimo y su ideal por medio de:

$$d_j = Z_j^* - Z_j(x)$$

Cuando el objetivo j -ésimo se maximiza, o por medio de:

$$d_j = Z_j(x) - Z_j^*$$

Cuando el objetivo j -ésimo se minimiza. En ambos casos Z_j^* representa el punto ideal. Cuando las unidades en que vienen medidos los objetivos son diferentes (unidades monetarias y horas de trabajo), debe utilizarse en el análisis la desviación relativas en vez de desviaciones absolutas. En tales casos de proximidad viene dado por:

$$d_j = \frac{Z_j^* - Z_j(x)}{Z_j^* - Z_{*j}} \quad \text{o} \quad d_j = \frac{Z_j(x) - Z_j^*}{Z_{*j} - Z_j^*}$$

Donde Z_{*j} es el anti-ideal para el objetivo j -ésimo; esto es, el valor del objetivo j -ésimo cuando el objetivo en conflicto se optimiza.

Con objeto de obtener las distancias entre cada solución y el punto ideal la programación compromiso introduce la siguiente familia de funciones de distancia.

$$L_p(\partial, k) = \left[\left(\sum_{j=1}^k \partial_j d_j \right)^p \right]^{1/p}$$

Donde los coeficientes ∂_j ponderan la importancia de la discrepancia entre el objetivo j -ésimo y su valor ideal.

El factor ∂_j pondera las diferentes desviaciones de acuerdo con sus magnitudes, mientras que el factor ∂_j pondera las desviaciones de acuerdo con la importancia relativa de cada objetivo. Para diferentes valores de p y ∂_j se pueden generar diferentes soluciones.

3.2. SELECCIÓN DE LA ESTRATEGÍA DE SOLUCIÓN

Al ser la estrategia la técnica de solución que se usará (Mintzberg, 1994) y una vez analizadas las posibles estrategias de solución que se definen en la literatura, y teniendo en cuenta que los métodos exactos garantizan una solución óptima; se determinó que la estrategia de solución que mejor se adapta al caso de estudio y a la necesidad de fusionar el problema de balance de líneas en paralelo con el enfoque multiobjetivo es la optimización de un modelo matemático de programación no lineal entera-mixta, con la que se puede definir un conjunto de variables y restricciones que garanticen el cumplimiento de las condiciones propias de los sistemas de producción con líneas paralelas, a la vez que permite plantear una función objetivo de acuerdo con la metodología de los coeficientes de ponderación, en donde se asigna a cada variable un costo asociado que se sumará dentro de la función con el fin de optimizar el costo total del sistema.

CAPITULO 4: IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA EN EL CASO DE ESTUDIO.

4.1. CONJUNTO DE VARIABLES Y SUS RELACIONES.

Uno de los pasos fundamentales en el desarrollo de esta investigación, es la identificación de los parámetros y variables que aporta el caso de estudio.

En general los problemas de balance de líneas paralelas contienen tres (3) conjuntos básicos que son:

- Operarios, identificados con el subíndice i , cuya cantidad y tiempo de ciclo debe ser determinada.
- Operaciones, identificados con el subíndice j , cuyos tiempos de ejecución son previamente conocidos.
- Líneas paralelas, identificados con el subíndice k , que en este caso son denominadas Células, de acuerdo con el caso de estudio, y debe determinarse la cantidad a instalar.

Igualmente se establece un (1) conjunto adicional, el cual comprende parejas de operaciones que representan las relaciones de Precedencia que se establecen entre las operaciones j , tomando como subíndices u y v .

De la misma forma, el caso de estudio brinda información relacionada con el sistema de montaje, dentro de los que se identifican los siguientes ***parámetros***:

Tabla 3. Parámetros

Parámetros	Notación	Descripción	Valor	Unidad
Tiempo de cada operación	T_j	El tiempo de cada operación j viene dado por el caso de estudio, del que se asume que son tiempos estandarizados. No se tienen en cuenta los transportes.	Ver caso de estudio	Minutos
Demanda	D	La tasa de producción corresponde a las 8000 unidades que se deben producir para cumplir la demanda.	8000	Unidades
Tiempo disponible	TD	Corresponde al turno de ocho (8) horas (480 minutos), asumiendo que las operaciones están estandarizadas y que se trabaja el turno completo.	480	Minutos
Costo de células	L	El costo de la célula no se conoce, pero se tiene en cuenta que debe ser tres (3) veces el costo de un operario, y se le asignará un valor que cumpla con esta condición.	300	Pesos
Costo de operarios	U	El costo de los operarios no se conoce, por lo que se le puede dar cualquier valor que facilite el desarrollo de la investigación.	100	Pesos
Costo de Tiempo de ciclo	S	El costo del tiempo de ciclo se asigna de acuerdo a la influencia de este factor en la función objetivo.	20	Pesos
Tiempo de ciclo objetivo	TO	El tiempo de ciclo objetivo viene dado por la tasa de producción, la cual se calcula de acuerdo con la Demanda requerida (D) y el tiempo disponible (TD) para la ejecución de las operaciones, definiendo que el tiempo de ciclo mínimo para cumplir la demanda será de 0,06 minutos por cada unidad producida.	0,06	Minutos/ Unidad
Tiempo de ciclo de cada operario en paralelo	MN_{nj}	Los operarios en paralelo son aquellos que se agrupan para realizar las operaciones j , cuyo tiempo de operación T_j es muy largo, por lo que el tiempo de ciclo de estos operarios varía a medida que se incrementa la cantidad de operarios n .	$TO /$ Cantidad de operarios	Minutos/ Unidad

Fuente: Autores

En los parámetros iniciales además de los mencionados explícitamente en el caso como el tiempo de las operaciones, la demanda requerida y el tiempo disponible, se consideraron los costos que serían tenidos en cuenta en la función objetivo.

Así mismo, es muy importante escoger correctamente las variables y definirlas con precisión puesto que éstas deben permitir expresar la solución de forma directa, o bien, mediante manipulaciones sencillas. Se definieron entonces las siguientes **variables de decisión**, así:

Tabla 4. Variables

Tipo de variable	Notación	Descripción
Binaria	X_{ijk}	Variable binaria que indica si el operario i fue asignado a determinada operación j en determinada célula k.
Binaria	B_{jk}	Variable que indica si se asignó más de un operario i a determinada operación j en determinada célula k. Permite diferenciar una estación de configuración 2 de las estaciones con configuraciones 1 o 3, es decir, diferenciar las operaciones que requieren operarios en paralelo de las que requieren un solo operario, ya sea que realice una o más operaciones.
Binaria	E_{ik}	Variable que indica si se asignó una o más operaciones a un operario i en determinada célula k. Permite conocer el número de operaciones que realiza cada operario en cada célula.
Binaria	Z_k	Variable que indica si se asignó uno o más operarios a determinada célula k, permitiendo identificar cuando una célula está activa para contabilizarla.
Binaria	TN_{njk}	Variable que indica si el operario pertenece al conjunto de n operarios que realizan una operación larga j en determinada célula k.
Entera	Y_{jk}	Permite calcular el número de operarios asignados a una operación j en determinada célula k. Identifica y permite contabilizar el número de operarios en paralelo asignados a cada operación de acuerdo con su tiempo de procesamiento.
Entera	O_k	Calcula el número de operarios que se asignan a cada célula k.
Entera	TC_k	Calcula el tiempo de ciclo de cada célula k.
Entera	G_{ik}	Calcula el tiempo de ciclo del operario i que realiza una o más operaciones en determinada célula k.
Entera	TY_{jk}	Calcula el tiempo que le dedica cada operario a una operación larga j en la célula k. Esta variable funciona para los casos en que se asigna más de un operario a dicha operación.
Entera	H	Calcula el número total de operarios.
Entera	W	Calcula el número total de células.

Fuente: Autores

Tomando como base el modelo desarrollado por Flórez, 2010.

La identificación y definición de los conjuntos, parámetros y variables, permite analizar el problema desde un punto de vista más detallado facilitando la determinación del método de solución a emplear, teniendo en cuenta que la posibilidad de utilizar variables enteras o binarias amplía notablemente las posibilidades de modelización matemática, aun cuando el

precio por una mayor versatilidad de la herramienta es el de una mayor complejidad en la resolución del modelo.

4.2. IMPLEMENTACIÓN

Una vez analizados los parámetros y variables identificados en la sección 4.1 y los posibles métodos de solución presentados en el capítulo 3, se eligió como estrategia de solución la programación no lineal entera mixta que proporciona un marco flexible y que permite resolver muchos problemas, además de que gran número de metodologías utilizadas para resolver los problemas de modelación emplean la lógica del Branch and Bound, y están incorporadas a la mayoría de programas informáticos que resuelven modelos matemáticos.

En consecuencia, se desarrolló un modelo matemático formulado para optimizar el sistema bajo estudio, y en el que se incorporan las propiedades y el comportamiento básico del caso de estudio mediante relaciones matemáticas reflejadas en parámetros, variables de decisión, restricciones y una función objetivo, intentando involucrar características básicas de los sistemas de producción basados en la instalación de múltiples líneas en paralelo al mismo tiempo que permite integrar el problema de asignación con la solución óptima de múltiples objetivos.

A continuación se muestra el modelo de programación propuesto para balancear un sistema de producción continuo con líneas paralelas y enfoque multiobjetivo:

Notación y Definición:

- **Conjuntos:**

OPR= {Conjunto de operarios con índice i }

OPC= {Conjunto de operaciones con índice j }

CEL= {Conjunto de Células con índice k }

PRE= {(u, v) Conjunto de operaciones precedentes en los que la operación u debe realizarse antes v}

CANT= {Conjunto de cantidad de operarios con índice n}

- **Parámetros definidos:**

T_j = Tiempo de cada operación j

D= Demanda requerida (8000 und/turno)

TD= Tiempo disponible (Turno 8 horas = 480 minutos = 28800 segundos)

L= Costo de célula

U= Costo de operario

S= Costo de tiempo de ciclo

TO = Tiempo de ciclo objetivo ($TO = TD / D$)

MN_{nj} = Tiempo de ciclo individual de los **n** operarios que hacen la operación **j**

M= Número muy grande

- **Variables:**

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{Si el operario i, se asignó en la operación j, en la célula k} \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

$$B_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{Si se asignó más de un operario, a una operación j, en la célula k} \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

$$E_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{Si se asignó una o más operaciones, al operario i, en la célula k} \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

$$Z_k = \begin{cases} 1 & \text{Si se asignó uno o más operarios a la célula k} \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

$$TN_{njk} = \begin{cases} 1 & \text{Si el operario pertenece al conjunto de n operarios} \\ & \text{en la operación j en la célula k} \\ 0 & \text{De lo contrario} \end{cases}$$

Adicionalmente se definieron las siguientes variables, todas enteras y positivas:

Y_{jk} = Número de operarios asignados a la operación j en la célula k

O_k = Número de operarios utilizados en la célula k

TC_k = Tiempo de ciclo de la célula k

G_{ik} = Tiempo de ciclo del operario i en la célula k

TY_{jk} = Tiempo que le dedica cada operario a la operación j en la célula k

H = Número total de operarios

W = Número total de células

Una vez definidos los parámetros y las variables basados en el modelo realizado por Flórez (Flórez, 2010), deben expresarse las restricciones y la función objetivo como funciones lineales de estas variables.

- **Función Objetivo:**

En este modelo se propone una función objetivo teniendo en cuenta el método de los coeficientes de ponderación que consiste en combinar todos los objetivos en una sola función, de esta manera tanto al tiempo de ciclo, como al número de células y de operarios se le asigna un peso o un costo asociado buscando su optimización.

La **Función objetivo** está definida de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } z = (L \times W) + (U \times H) + \left(\sum_{k=1}^K TC_k * S \right)$$

Minimizar Costos = Costo de instalación de cada célula + Costo de cada operario +
Costo por incrementar el tiempo de ciclo.

De donde:

❖ **Costo de instalación de cada célula ($L \times W$):**

El parámetro (L) corresponde a un valor que equivale tres (3) veces al costo de cada operario, de acuerdo con el caso de estudio, el cual es multiplicado por la variable W, que indica la cantidad de células instaladas, obteniendo así una relación directa entre estos dos factores que constituyen la función objetivo.

❖ **Costo de cada operario ($U \times H$):**

El valor de (U) representa el costo que implica incluir un operario al sistema, U puede tomar cualquier valor, el cual es multiplicado por la variable (H) que indica el número de operarios asignados en la optimización.

El producto obtenido es una expresión que busca contabilizar el uso de los operarios en el sistema de montaje.

❖ **Costo por incrementar el tiempo de ciclo ($\sum_{k=1}^K TC_k * S$):**

Es interesante pensar en que la adición de más células permitiría un aumento del tiempo de ciclo de cada una de ellas proporcional a la cantidad de células instaladas, sin embargo, un aumento en su valor, influye en las otras variables que componen la función objetivo a la vez que disminuye la capacidad y el tiempo de respuesta del sistema, por lo que se decidió penalizar este factor por medio de un costo que tenga en cuenta dichos efectos, de la siguiente forma:

Tabla 5. Variación de costos asociados

Variación en el costo	Variable que disminuye	Variable que aumenta
Aumento en el costo de la célula	Número de células	Número de operarios
	Tiempo de ciclo	
Aumento en el costo de los operarios	Número de operarios	Tiempo de ciclo
		Número de células
Aumento en la penalización por el tiempo de ciclo	Número de células	Número de operarios
	Tiempo de ciclo	

Fuente: Autores

Como punto de partida, este parámetro (S) tendrá un valor de 20 pesos, el cual se determinó pensando en que un aumento de esta variable genere un cambio representativo mínimo de un punto en la función objetivo.

- **Restricciones:**

El problema presenta las siguientes restricciones:

- (1) Esta restricción no permite que un operario realice la misma operación en una célula diferente.

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \leq 1 \quad ; \forall i, j$$

- (2) Asegura que el tiempo que demora un operario realizando la operación a la que fue asignado debe ser menor o igual al tiempo de ciclo de la célula, de forma que la operación más demorada será la que determine el tiempo de ciclo de la misma.

$$G_{ik} \leq TC_K \quad ; \forall i, k$$

- (3) Ésta restricción permite contabilizar la cantidad de operarios que se asignaron a cada operación en cada célula.

$$Y_{jk} = \sum_{i=1}^I X_{ijk} \quad ; \forall (j, k)$$

- (4) Éste condicional obliga a la variable E_{ik} tomar el valor de “1” cuando se asigna una o más operaciones a un operario i en la célula k o el valor de “0” en el caso contrario.

$$\sum_{j=1}^J X_{ijk} \leq M \times E_{ik} \quad ; \forall (i, k)$$

$$1 - \sum_{j=1}^J X_{ijk} \leq M(1 - E_{ik}) \quad ; \forall (i, k)$$

- (5) Con esta restricción se garantiza que un operario no sea asignado a más de una célula.

$$\sum_{k=1}^K E_{ik} \leq 1 \quad ; \forall i$$

- (6) Contabiliza el número de operarios que son asignados a la célula k.

$$O_k = \sum_{i=1}^I E_{ik} \quad ; \forall k$$

- (7) Éste condicional obliga a la variable B_{jk} a tomar el valor de “1” si se asigna más de un operario a una operación j en la célula k o el valor de “0” en el caso contrario.

$$\begin{aligned} Y_{jk} - 1 &\leq M(B_{jk}) \quad ; \forall j, k \\ 2 - Y_{jk} &\leq M(1 - B_{jk}) \quad ; \forall j, k \end{aligned}$$

- (8) Con esta restricción se calcula el tiempo utilizado por el operario, en el caso en que se asigna una o más operaciones a un operario i en la célula k, es decir, cada operación j que se asigne a un operario i en la célula k ($X_{iuk} = 1$) es multiplicada por el tiempo correspondiente a dicha operación (T_u), debido a que se tiene en cuenta si se asigno más de un operario ($B_{jk} = 1$), entonces esta restricción solo hallará el tiempo utilizado por el operario (G_{ik}) cuando la variable B_{jk} tome el valor de 0.

$$\begin{aligned} \sum_{u=1}^J (T_u \times X_{iuk}) - G_{ik} - M(B_{jk}) &\leq M(1 - X_{ijk}) \quad ; \forall i, j, k \\ \sum_{u=1}^J (T_u \times X_{iuk}) - G_{ik} + M(B_{jk}) &\geq -M(1 - X_{ijk}) \quad ; \forall i, j, k \end{aligned}$$

- (9) Condicional que obliga a la variable de asignación TN_{njk} a tomar el valor de “1” en el caso en el que el contador Y_{jk} y la cantidad de operarios asignados n sean iguales o “0” en el caso contrario.

$$Y_{jk} = \sum_{n=1}^N n * TN_{njk} \quad ; \forall j, k$$

- (10) Esta restricción garantiza que el número de operarios en paralelo que se agrupan para realizar una operación no supere el límite de n operarios permitido.

$$\sum_{n=1}^N TN_{njk} \leq 1 \quad ; \forall j, k$$

- (11) Esta restricción asigna un tiempo por operario a la operación j dependiendo de la cantidad de n operarios que la realicen.

$$TY_{jk} = \sum_{n=1}^N MN_{nj} * TN_{njk} \quad ; \forall j, k$$

- (12) Estas dos restricciones se complementan calculando el tiempo utilizado por cada operario cuando se asigna más de un operario a una operación j en la célula k , de manera contraria a la restricción anterior solo hallará el tiempo de cada operario cuando la variable B_{jk} tome el valor de 1, logrando obtener un tiempo de operación de acuerdo al número de operarios que la realicen.

$$\begin{aligned} G_{ik} - TY_{jk} &\leq M (2 - X_{ijk} - B_{jk}) \quad ; \forall i, j, k \\ G_{ik} - TY_{jk} &\geq -M (2 - X_{ijk} - B_{jk}) \quad ; \forall i, j, k \end{aligned}$$

- (13) Este condicional obliga a la variable Z_k a tomar el valor de “1” si se asignan operarios en la célula k o “0” en el caso contrario.

$$\begin{aligned} O_k &\leq M (Z_k) \quad ; \forall k \\ O_k &\geq Z_k \quad ; \forall k \end{aligned}$$

(14) Esta restricción contabiliza el número total de células que fueron asignadas.

$$W = \sum_{k=1}^K Z_k$$

(15) No permite a los operarios que se agrupan a una operación, asignarse a una operación diferente.

$$\sum_{u=1}^j X_{iuk} - X_{ijk} - (1 - X_{ijk})M \leq M(1 - B_{jk}) \quad ; \forall i, j, k$$

(16) Esta restricción garantiza que no se puede realizar una operación sino se ha realizado su operación predecesora o inmediatamente anterior.

$$X_{hvk} \leq \sum_{i=1}^h X_{iuk} \quad ; \forall h, k, u < v$$

(17) Garantiza que la suma de la producción de cada célula sea mayor o igual a la demanda requerida.

$$\sum_{k=1}^K \frac{1}{TC_k} \leq \frac{1}{TO}$$

(18) En esta restricción se calcula el total de operarios a partir de la sumatoria de los operarios asignados a cada célula.

$$H = \sum_{k=1}^K O_k$$

(19) Esta restricción obliga a la variable de asignación de células Z_k a tomar el valor de “0” si no se asignan todas las operaciones, garantizando así que no quede ninguna operación sin realizar.

$$Y_{jk} - 1 \geq -M * (1 - Z_k) \quad ; \forall j, k$$

Una vez realizada la construcción del modelo, es necesario trasladar la formulación matemática a un programa de optimización adecuado para resolverlo.

En este caso se utilizó el lenguaje LINGO (Linear Generalize Optimizer), que es una herramienta simple para formular problemas lineales y no lineales, resolverlos y analizar su solución. El resultado que LINGO proporciona es la optimización que ayuda a encontrar el mejor resultado: la ganancia más alta, o el costo más bajo.

Uno de los rasgos más poderosos de LINGO es su aplicación en el lenguaje de modelo matemático. El cual permite expresar un problema de una manera muy similar a la anotación matemática normal pudiendo también, expresar una serie entera de restricciones en una declaración compacta. Esto lleva a modelos que son mucho más fáciles de mantener. Otro aspecto es la sección de los datos, que le permite aislar los datos de la formulación del modelo. De hecho LINGO puede leer datos incluso de una hoja de cálculo separada, base de datos, o archivo de texto. Con datos independientes del modelo, es mucho más fácil hacer cambios, y hay menos oportunidad de error cuando se realiza el modelo.

CAPITULO 5: RESULTADOS Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.

Con los datos obtenidos del caso de estudio, se implementó el modelo de programación no lineal entera mixta en el lenguaje de modelación matemática LINGO. Para la implementación del modelo se plantearon tres instancias:

- Para la primera instancia, se corrió el modelo con un número máximo de 4 operarios paralelos por cada operación, un máximo de 2 células, 12 operarios y 6 operaciones.
- Para la segunda instancia, se corrió el modelo con un número máximo de 2 operarios paralelos por cada operación, un máximo de 3 células, 12 operarios y 5 operaciones.
- Para la tercera instancia, se corrió el modelo con un número máximo de 2 operarios paralelos por cada operación, un máximo de 3 células, 12 operarios y 4 operaciones, con la diferencia de que para esta instancia se duplicó el parámetro de demanda con el propósito de validar la asignación de más de una célula.

A través de ésta implementación, se validó el cumplimiento de las restricciones planteadas, la precedencia de las operaciones y el buen funcionamiento del modelo, mediante las soluciones obtenidas.

5.1 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO Y RESULTADOS OBTENIDOS

Durante la implementación del modelo, se observó el siguiente comportamiento para las diferentes instancias desarrolladas:

- **Primera instancia:**

Como ya se ha mencionado antes, el máximo número de operarios permitidos fue de 12, de los cuales el modelo asignó 11, permitiendo que algunos de estos se agrupen

para algunas operaciones, sin sobrepasar el máximo de operarios en paralelo permitido.

Primero se empezó el análisis con los costos iniciales aportados por el caso de estudio, permitiendo únicamente la asignación de dos células y 12 operarios como máximo, los resultados se presentan en las tablas 6 y 7 y la distribución obtenida se muestra en la figura 14.

Tabla 6. Resumen de resultados primer escenario

RESUMEN DE RESULTADOS	
Total Células Asignadas	1
Total Operarios Asignados	11
Costo de células	300
Costo de operarios	1.100
Costo de TC	10
Costo Total	1.410
Tiempo de ciclo objetivo	0,06
Tiempo de ciclo	0,05

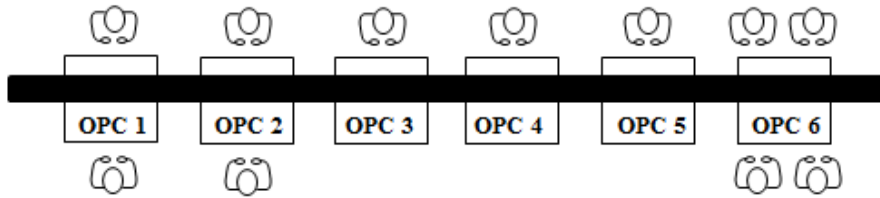
Fuente: Autores

Tabla 7. Configuración del primer escenario

Célula 1		Operario (i)											
Operación (j)		OPR 1	OPR 2	OPR 3	OPR 4	OPR 5	OPR 6	OPR 7	OPR 8	OPR 9	OPR 10	OPR 11	OPR 12
0,1 s	OPC 1	1											1
0,1 s	OPC 2		1								1		
0,05 s	OPC 3			1									
0,05 s	OPC 4				1								
0,05 s	OPC 5					1							
0,2 s	OPC 6						1		1	1		1	
		0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05

Fuente: Autores

Figura 14. Configuración primer escenario



Fuente: Autores

Después de observar la asignación realizada en esta instancia, se logra ver el cumplimiento de la demanda debido a que su tiempo de ciclo es menor al tiempo objetivo, además de la correcta asignación de operarios para operaciones con tiempos mayores o menores al tiempo objetivo ($t_j \geq TO \geq t_j$).

- **Segunda instancia:**

En esta instancia se conserva el máximo número de operarios permitidos en 12, de los cuales el modelo asignó 7, permitiendo que algunos de estos se agrupen para algunas operaciones, sin sobrepasar el máximo de operarios en paralelo permitido, que para este escenario era de 2.

La diferencia de costos en relación a la instancia anterior es proporcional a la cantidad de operarios, de donde se observa que la diferencia corresponde a la operación que no se tuvo en cuenta para esta instancia. Los resultados se presentan en las tablas 8 y 9 y la distribución obtenida se observa en la figura 15.

Tabla 8. Resumen de resultados segundo escenario

RESUMEN DE RESULTADOS	
Total Células Asignadas	1
Total Operarios Asignados	7
Costo de células	300
Costo de operarios	700
Costo de TC	10
Costo Total	1.010
Tiempo de ciclo objetivo	0,06
Tiempo de ciclo	0,05

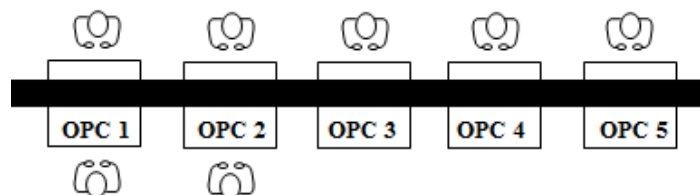
Fuente: Autores

Tabla 9. Configuración del segundo escenario

Célula 1		Operario (i)											
Operación (j)		OPR 1	OPR 2	OPR 3	OPR 4	OPR 5	OPR 6	OPR 7	OPR 8	OPR 9	OPR 10	OPR 11	OPR 12
0,1 s	OPC 1	1				1							
0,1 s	OPC 2		1								1		
0,05 s	OPC 3			1									
0,05 s	OPC 4							1					
0,05 s	OPC 5								1				
		0,05	0,05	0,05	0	0,05	0	0,05	0,05	0	0,05	0	0

Fuente: Autores

Figura 15. Configuración segundo escenario



Fuente: Autores

En la instancia anterior al eliminarse la operación mas larga se observa la desaparición de los operarios que realizaban dicha operación, teniendo en cuenta que se pueden asignar más operarios (capacidad de 12 operarios), mostrando una búsqueda de minimización en los costos.

- **Tercera instancia:**

Debido a los resultados obtenidos en las instancias anteriores, en las que sólo se asignó una célula, para este escenario se decidió modificar los parámetros de demanda (Que pasó de 8000 unidades a 16000 unidades), y el costo de la célula (Que pasó de 300 pesos a 50 pesos), con el fin de validar que el modelo permite asignar de manera efectiva más de una célula cuando es requerido. De esta forma se encontró que el modelo asigna los 12 operarios permitidos, pero en este caso distribuye 6 en cada célula. El máximo de células permitidas fue de 3 y el número de operaciones se redujo a 4 para disminuir la complejidad a nivel computacional.

Esta simulación empleo un tiempo aproximado de 13 horas. Los resultados se presentan en las tablas 10 y 11 y la distribución en la figura 16.

Tabla 10. Resumen de resultados tercer escenario

RESUMEN DE RESULTADOS	
Total Células Asignadas	2
Total Operarios Asignados	12
Costo de células	100
Costo de operarios	1.200
Costo de TC	10
Costo Total	1.410
Tiempo de ciclo objetivo	0,03
Tiempo de ciclo	0,05
Demanda	16.000

Fuente: Autores

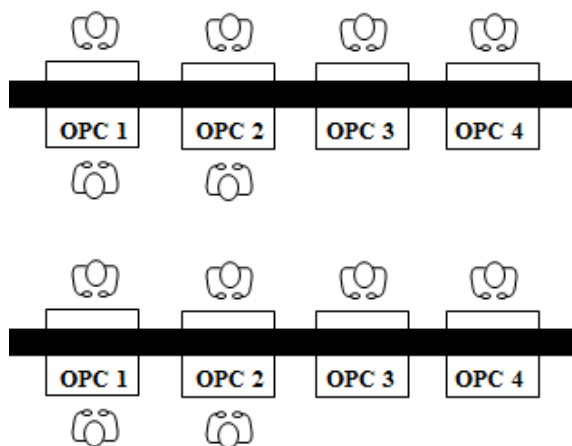
Tabla 11. Configuraciones del tercer escenario

Célula 1		Operario (i)											
Operación (j)		OPR 1	OPR 2	OPR 3	OPR 4	OPR 5	OPR 6	OPR 7	OPR 8	OPR 9	OPR 10	OPR 11	OPR 12
0,1 s	OPC 1	1					1						
0,1 s	OPC 2		1	1									
0,05 s	OPC 3							1					
0,05 s	OPC 4										1		
		0,05	0,05	0,05	0	0	0,05	0,05	0	0	0,05	0	0

Célula 2		Operario (i)											
Operación (j)		OPR 1	OPR 2	OPR 3	OPR 4	OPR 5	OPR 6	OPR 7	OPR 8	OPR 9	OPR 10	OPR 11	OPR 12
0,1 s	OPC 1				1							1	
0,1 s	OPC 2					1							1
0,05 s	OPC 3								1				
0,05 s	OPC 4									1			
		0	0	0	0,05	0,05	0	0	0,05	0,05	0	0,05	0,05

Fuente: Autores

Figura 16. Configuraciones tercer escenario



Fuente: Autores

Al ver un comportamiento similar en las instancias anteriores, se realizó un aumento en la demanda para ver el comportamiento de este cambio, lo cual arrojó los resultados esperados asignando más de una célula garantizando el cumplimiento de la demanda.

5.2 ANÁLISIS DE COMPLEJIDAD DE LA ESTRUCTURA

La estructura básica del modelo diseñado comprende tres (3) conjuntos primarios que relacionan a los operarios OPR (*con subíndice i*), las operaciones OPC (*con subíndice j*) y las células CEL (*con subíndice k*).

Creación de Conjuntos Adicionales

En el transcurso de la investigación se hizo necesario incluir un subconjunto que le permitiera al modelo garantizar las relaciones de precedencia entre las operaciones, el cual se denomina PRE y corresponde al conjunto de operaciones precedentes pareadas (opc, opc), representados por los subíndices (u,v), siendo u la operación inmediatamente anterior de v.

Igualmente, a medida que iba avanzando la implementación del modelo, surgió la necesidad de realizar una linealización parcial del mismo, para lo que se creó el conjunto CANT (*con subíndice n*), que indica la cantidad de operarios que pueden agruparse para realizar una misma operación. Así mismo, se incluyeron también una serie de restricciones adicionales, con el fin de convertir un cociente con variables, en una sola variable, manteniendo sus relaciones con las demás restricciones que conforman el modelo.

Esta linealización nombrada en el párrafo anterior corresponde a las restricciones (9), en donde se encuentra $\frac{T_j}{Y_{jk}}$ como la manera de calcular el tiempo de operación individual del operario en el caso en el que una operación es realizada por varios operarios, la cual se busca linealizar con este último conjunto.

Parámetro y Variable en Búsqueda de Linealización Parcial

Con la creación de este conjunto, fue necesario establecer el parámetro y una variable que dependieran de él, de donde surge MN_{nj} que es el parámetro que nos indica el tiempo de ciclo individual de cada operario según la cantidad de operarios que realicen dicha operación, es decir, si el tiempo de ejecución de una operación (T_j) es de 2 minutos y la realiza un operario ($n = 1$), el parámetro tomará un valor de 2 (T_j/n), de la misma manera, si esta operación es realizada por 2 operarios ($n = 2$), el parámetro toma el valor de 1 asumiendo una repartición equitativa de tiempo para cada operario, y así sucesivamente.

La variable que depende del conjunto CANT es TN_{njk} la cual es una variable binaria que valida el tiempo individual de cada operario de acuerdo con el parámetro MN_{nj} , es decir, la variable toma el valor de 1 cuando se asignaron n operarios a la operación j y toma el valor correcto al multiplicarse por el parámetro.

Inicios del Modelo

La Función Objetivo es una optimización de costo en la que inicialmente sólo se tuvo en cuenta el costo de contratación de operarios y costo de instalación de células, como se ve a continuación:

$$\text{Minimizar } z = (L \times W) + (U \times H)$$

Sin embargo, surgió la necesidad de determinar un tiempo de ciclo de cada célula que fuera igual al mayor de todos los tiempos de operación de cada operario que se encuentran asignados a dicha célula, por lo que no era suficiente la expresión:

$$G_{ik} \leq TC_K ; \forall i, k$$

Debido a ésta permitía que la variable del Tiempo de ciclo de la célula tomara cualquier valor, por tal motivo se propuso la siguiente restricción:

$$MAX \{G_{ik}\} = TC_K ; \forall i, k$$

La cual no permitía linealizar el modelo, incrementando su complejidad a nivel computacional, sin mencionar una mayor dificultad en la escritura de la restricción en comparación con el resto de restricciones en el lenguaje LINGO, razón por la que finalmente no se tuvo en cuenta.

Linealización Parcial Agregando Variable a la F.O

A partir de lo anterior, se decidió incluir el tiempo de ciclo en la función objetivo, penalizando su incremento, con el fin de que al realizarse la optimización, el modelo busque minimizar esta variable hasta el punto en que se cumpla la condición de que el valor que tome sea igual al G_{ik} máximo. Con esto, la función objetivo pasa a definirse de la siguiente manera:

$$\textit{Minimizar } z = (L \times W) + (U \times H) + (\sum_{k=1}^K TC_k * S)$$

En cuanto a las restricciones, durante la implementación se evidenciaron algunas dificultades tal como se describe a continuación:

Prohibición de Asignar Operario a más de una Célula

Como punto de partida, se tuvo en cuenta que una de las condiciones principales del caso de estudio no permitían que un operario fuera asignado a más de una célula, por lo que se planteó la siguiente restricción, con la cual se esperaba lograr dicho objetivo:

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \leq 1 ; \forall i, j$$

Sin embargo, durante el proceso se evidenció que dicha restricción solo impide que el mismo operario realice la misma operación en otras células, pero deja libre la opción de que

el operario ejecute operaciones diferentes. Por este motivo, al no cumplir los requisitos deseados, se creó una nueva restricción que complementara la anterior y solucionara este inconveniente, impidiendo al operario i asignarse a más de una célula k , así:

$$\sum_{k=1}^K E_{ik} \leq 1 \quad ; \forall i$$

Restricciones Adicionales Causadas por Conjunto que Busca Linealización Parcial

Teniendo en cuenta que se agregó el conjunto n , definido como el conjunto de operarios realizando la misma operación, cumpliendo con esto el mismo objetivo de la variable Y_{jk} , surgió la necesidad de crear una restricción que igualara dichos resultados, es decir, que el conjunto tomara el mismo valor de la variable, como se ve a continuación:

$$Y_{jk} = \sum_{n=1}^N n * TN_{njk} \quad ; \forall j, k$$

Logrando con esto que una vez la variable Y_{jk} toma el valor de 1, la variable TN_{njk} será obligada a tomar el valor de 1 para $n=1$ y así sucesivamente.

En este orden de ideas, debido a que no pueden realizar una operación 2 operarios ($n=2$) y 3 operarios ($n=3$) a la vez, se creó una restricción lógica para la nueva variable TN_{njk} , que garantizara que ésta sólo tome un valor, así:

$$\sum_{n=1}^N TN_{njk} \leq 1 \quad ; \forall j, k$$

Una vez se garantice el correcto funcionamiento de la variable TN_{njk} , se incluye en una restricción que permite calcular el tiempo que tarda cada operario ejecutando la(s) operación(es) a la(s) que fue asignado en la célula, de la siguiente forma:

$$TY_{jk} = \sum_{n=1}^N MN_{nj} * TN_{njk} \quad ; \forall j, k$$

Con lo anterior, se logró linealizar el cálculo del tiempo por operario, el cual en investigaciones anteriores (Flórez, 2010) se determinaba mediante la división del tiempo sobre la variable que cuenta el número de operarios por operación (T_j/Y_{jk}). Por lo cual, las restricciones que realizaban el cálculo del tiempo de cada operario en el caso en que varios operarios realizan una misma operación, quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} G_{ik} - TY_{jk} &\leq M(2 - X_{ijk} - B_{jk}) \quad ; \forall i, j, k \\ G_{ik} - TY_{jk} &\geq -M(2 - X_{ijk} - B_{jk}) \quad ; \forall i, j, k \end{aligned}$$

Verificación de Funcionalidad

Por otro lado, se debe estar seguro de la correcta aplicación de las variables B_{jk} y E_{ik} . Por esto se tienen las siguientes restricciones:

$$\sum_{j=1}^J X_{ijk} \leq M \times E_{ik} \quad ; \forall (i, k) \quad , \quad 1 - \sum_{j=1}^J X_{ijk} \leq M(1 - E_{ik}) \quad ; \forall (i, k)$$

Con las que se garantiza que al existir una asignación de al menos un operario en una célula, la variable E_{ik} tome el valor de 1 y de no existir tal asignación tome el valor de 0.

$$Y_{jk} - 1 \leq M(B_{jk}) \quad ; \forall j, k \quad , \quad 2 - Y_{jk} \leq M(1 - B_{jk}) \quad ; \forall j, k$$

Las anteriores garantizan que la variable B_{jk} solo tome el valor de 1 cuando sean asignados más de un operario por operación.

Para que en el cálculo del tiempo de operación de cada operario no exista problema de interferencia entre cada caso, las restricciones ideales serían:

$$\sum_{j=1}^J (T_j \times X_{ijk}) \leq G_{ik} \quad ; \forall i, k \quad , \quad \sum_{j=1}^J (T_j \times X_{ijk}) \geq G_{ik} \quad ; \forall i, k$$

$$G_{ik} - TY_{jk} \leq M(1 - X_{ijk}) \quad ; \forall i, j, k \quad , \quad G_{ik} - TY_{jk} \geq -M(1 - X_{ijk}) \quad ; \forall i, j, k$$

Donde, las 2 primeras restricciones son la condición inicial para el cálculo del tiempo que tarda cada operario para las configuraciones 1 y 3 (cuando un operario realiza una operación y cuando realiza varias operaciones, respectivamente) y las restricciones inferiores son las que permiten el cálculo del tiempo del operario en la configuración 2 (operarios en paralelo).

Sin embargo, cuando dichas restricciones se utilizan en conjunto tienden a obstruirse, razón por la que toma gran importancia la variable B_{jk} , de forma que diferencie la configuración 2 de la 1 y la 3, e impida la interferencia entre ellas, logrando que el tiempo de ciclo del operario (estación de trabajo) sea calculado correctamente para cada caso.

Con la inclusión de la variable B_{jk} , las restricciones resultantes son:

$$\sum_{u=1}^J (T_u \times X_{iuk}) - G_{ik} - M(B_{jk}) \leq M(1 - X_{ijk}) \quad ; \forall i, j, k$$

$$\sum_{u=1}^J (T_u \times X_{iuk}) - G_{ik} + M(B_{jk}) \geq -M(1 - X_{ijk}) \quad ; \forall i, j, k$$

$$G_{ik} - TY_{jk} \leq M(2 - X_{ijk} - B_{jk}); \forall i, j, k$$

$$G_{ik} - TY_{jk} \geq -M(2 - X_{ijk} - B_{jk}); \forall i, j, k$$

Donde las 2 primeras calculan el tiempo utilizado por el operario, debido a que cada operación j que se asigne a un operario i en la célula k ($X_{iuk} = 1$) es multiplicada por el tiempo correspondiente a dicha operación (T_u), entonces esta restricción solo hallará el tiempo utilizado por el operario (G_{ik}) cuando la variable B_{jk} tome el valor de 0. Mientras las 2 siguientes calculan el tiempo de operación de cada operario, en el caso en que se asigna más de un operario a una operación j .

Restricciones Necesarias

Dentro de las restricciones a realizar, y que se consideran relevantes para el adecuado funcionamiento del modelo, se encuentran:

- La precedencia, para la cual se emplea el conjunto pareado PRE, en el cual se relacionan las parejas de operaciones organizadas de forma tal que una operación no se pueda realizar si no se ha finalizado la inmediatamente anterior, siendo u la operación inmediatamente anterior a v ($u < v$).

$$X_{hvk} \leq \sum_{i=1}^h X_{iuk} \quad ; \forall h, k, u < v$$

- La condición de garantizar que un operario que se encuentre asignado a una operación de configuración 2 no pueda ser asignado a otra, ya que se asume que la operación es larga y la asignación de operarios en paralelo es requerida para cumplir el tiempo de ejecución de la misma.

Esta situación se cumple mediante la aplicación de una restricción en donde la variable B_{jk} es fundamental para garantizar que el operario no sea asignado a más de una operación, si y solo si dicha operación la realiza más de un operario ($B_{jk} = 1$).

$$\sum_{u=1} X_{iuk} - X_{ijk} - (1 - X_{ijk})M \leq M(1 - B_{jk}) \quad ; \forall i, j, k$$

Con esa restricción al ser $B_{jk} = 1$ se convierte en:

$$\sum_{u=1} X_{iuk} \leq X_{ijk} \quad ; \forall i, j, k$$

Asignación y Contabilización de Células

Para garantizar la asignación de las células y su futura contabilización, se crea una variable binaria Z_k que tome el valor de “1” si se asignan operarios en la célula k o “0” en el caso contrario y de esta manera se sabe cuando se abre una célula, como se observa en las siguientes restricciones:

$$O_k \leq M (Z_k) \quad ; \forall k$$

$$O_k \geq Z_k \quad ; \forall k$$

Después de su asignación, lo siguiente es realizar su contabilización para conocer su costo total en la F.O. La restricción que contabiliza las células es la siguiente:

$$W = \sum_{k=1}^K Z_k$$

La necesidad de garantizar que al asignar una célula ($Z_k = 1$) el modelo asigne también todas las operaciones de dicha célula, obliga la formulación de la siguiente restricción:

$$Y_{jk} - 1 \geq -M * (1 - Z_k) \quad ; \forall j, k$$

Con $Z_k = 1$, resulta:

$$Y_{jk} \geq 1 \quad ; \forall j, k$$

Garantizar la Producción

La restricción que garantiza la producción es sin lugar a duda una de las que mayor complejidad presenta a nivel computacional, debido a su carácter no lineal.

Para la construcción de esta restricción se utilizaron diferentes opciones, como se describe a continuación:

- ✓ Inicialmente se pensó en una tasa de producción representada con una función de cocientes donde la sumatoria de la producción de todas las células deberá ser igual o mayor a la producción deseada, así:

$$\sum_{k=1}^K \frac{1}{TC_k} \geq \frac{1}{TO}$$

Aunque esta restricción cumple su objetivo, presenta complicaciones de tipo computacional, que dificultan su procesamiento ya que conlleva a la no linealidad del modelo, puesto que con las linealizaciones parciales realizadas el modelo es lineal sin esta restricción.

- ✓ Buscando la linealización, se propuso una nueva restricción enfocada al tiempo de ciclo, la cual relaciona el tiempo objetivo con la cantidad de células instaladas.

$$TC_k \leq TO * W \quad ; \forall k$$

Sin embargo, a pesar que esta restricción lograba la linealidad del modelo y cumple con la producción requerida, acota muchas soluciones factibles y posiblemente óptimas, debido a que las configuraciones de las células no siempre serán iguales, por este motivo esta restricción genera un mayor costo y sobre producción.

- ✓ En búsqueda de una mejor solución que la existente, se encontró una alternativa cuadrática, basada en la curva de solución dependiendo del número de células, lo cual arroja la siguiente función:

$$\sum_{k=1}^K TC_k \leq 0,13W^2 - 0,2W + 0,13$$

Esta restricción garantiza el cumplimiento de la producción de manera ajustada y reduciendo el tiempo computacional, sin embargo, al ser basada en la curva de solución, sólo es funcional para la instancia seleccionada, por lo que pierde fuerza al ser incluida en un modelo general debido a que cada vez que los tiempos de procesamiento cambien, sería necesario formularla nuevamente.

- ✓ Por último, buscando un tiempo computacional más corto que facilitara el desarrollo de la investigación, se formuló una nueva restricción que pretende linealizar la tasa de producción, para lo cual se tomó como alternativa la función Logaritmo Natural y se

incluyó una nueva variable TP_k , correspondiente a la tasa de producción de la célula k , de la siguiente forma:

$$TP_k = \frac{1}{TC_k}$$

que se convierte en:

$$TP_k * TC_k = 1,$$

entonces,

$$\ln (TP_k) + \ln (TC_k) = 0$$

Sin embargo, los resultados obtenidos no cumplen con la demanda preestablecida, por lo que finalmente se optó por mantener el modelo de forma no lineal, haciendo uso de la restricción que garantiza la producción en función del cociente entre el tiempo de ciclo y el tiempo objetivo.

Con el análisis anterior, se pretende mostrar algunas de las dificultades que se presentaron durante el desarrollo de la investigación debido a la complejidad de la estructura del modelo propuesto, lo cual podrá servir de base para futuras investigaciones.

5.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El análisis de sensibilidad se relaciona con la cuantificación de los efectos que se generan en la solución óptima al realizar cambios en los parámetros del modelo matemático.

Para el análisis de sensibilidad de las distintas instancias planteadas se decidió variar los parámetros de demanda y los costos que conforman la función objetivo, de la siguiente forma:

- **Variación de la Demanda:**

El parámetro demanda viene inicialmente determinado por el caso de estudio en un valor fijo de 8.000 unidades. Partiendo de este dato, se realizó un análisis de

sensibilidad que identificara el comportamiento del sistema cuando la demanda toma valores entre 2.000 y 16.000 unidades, de donde se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 12. Resultados variación demanda

RESUMEN DE RESULTADOS								
Resultados	Demanda (8000 Unidades)							
	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000
Total Células Asignadas	1	1	2	3	2	2	2	3
Total Operarios Asignados	2	3	4	5	7	8	9	10
Costo de células	20	20	40	60	40	40	40	60
Costo de operarios	200	300	400	500	700	800	900	1000
Costo de TC	4	2	8	14	7	5	3	9
Costo Total	224	322	448	574	747	845	943	1069
Tiempo de ciclo objetivo	0,24	0,12	0,08	0,06	0,048	0,04	0,034	0,03
Tiempo de ciclo (Por cada célula)	0,2	0,1	0,3 0,1	0,3 0,3 0,1	0,05 0,3	0,2 0,05	0,1 0,05	0,05 0,1 0,3

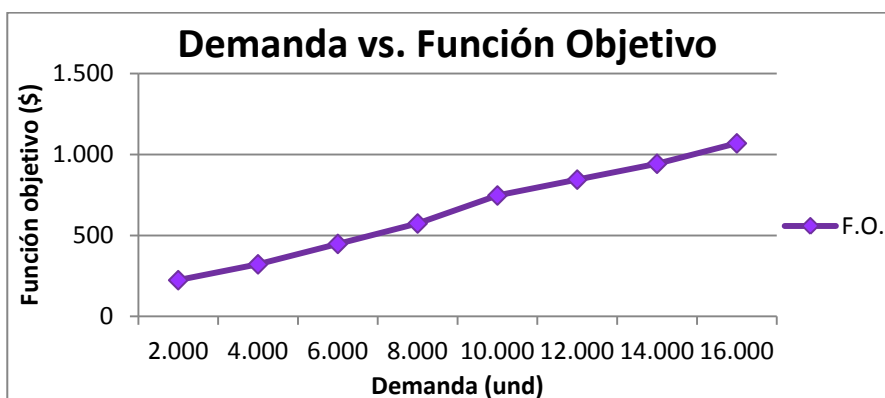
Fuente: Autores

De los resultados obtenidos, se puede identificar que a medida que la demanda se incrementa, se presenta una variación proporcional en la función objetivo y en las variables que determinan la cantidad de operarios asignados, la cantidad de células activas y el tiempo de ciclo que se emplea.

Adicionalmente, una de los factores en los que más efecto se presenta, y que no se evidencia en el análisis de las demás variables, es el cambio en el tiempo de ciclo objetivo, el cual se determina en función de la demanda y el tiempo disponible, marcando un punto de partida en relación al tiempo de ciclo de cada célula.

Cada una de estas variables se analizó de manera independiente, así:

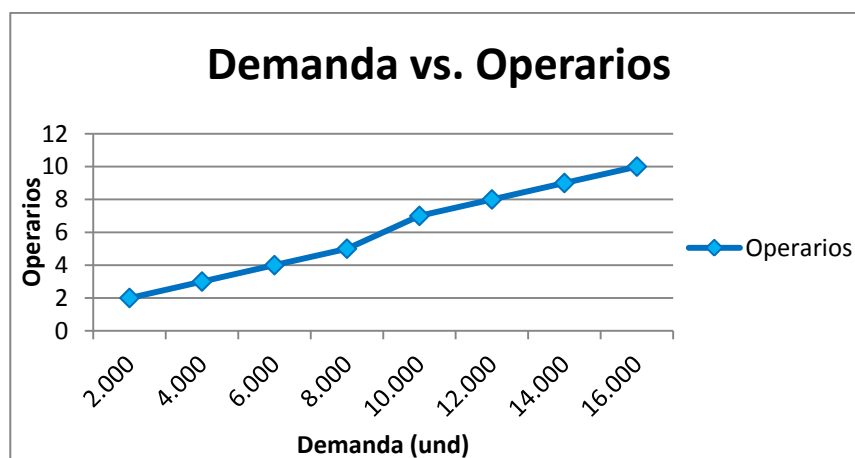
Figura 17. Gráfica de Demanda vs. Función objetivo



Fuente: Autores

La función objetivo reacciona de manera proporcional a la variación del parámetro de demanda, evidenciando un aumento en el costo total de producción a medida que se incrementa el requerimiento de unidades a producir.

Figura 18. Gráfica de Demanda vs. Cantidad de operarios

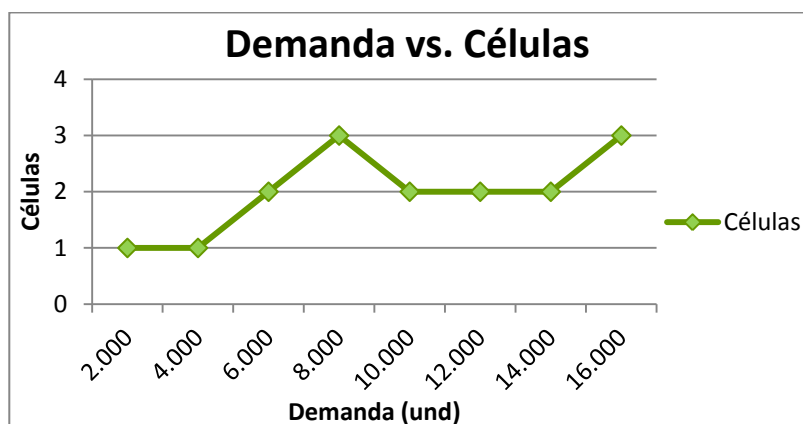


Fuente: Autores

En relación a la variable que determina el número de operarios, se observa como el hecho de incrementar la demanda hace necesario un mayor número de operarios que cumplan con el requerimiento. Sin embargo, a pesar de ser evidente el incremento, el aumento es de sólo 1 o 2 operarios por cada 2000 unidades adicionales de producción, lo cual se relaciona con

el costo que se le asigna a cada operario, que siendo más elevado que el de instalar una célula, obliga al modelo a reducir su cantidad.

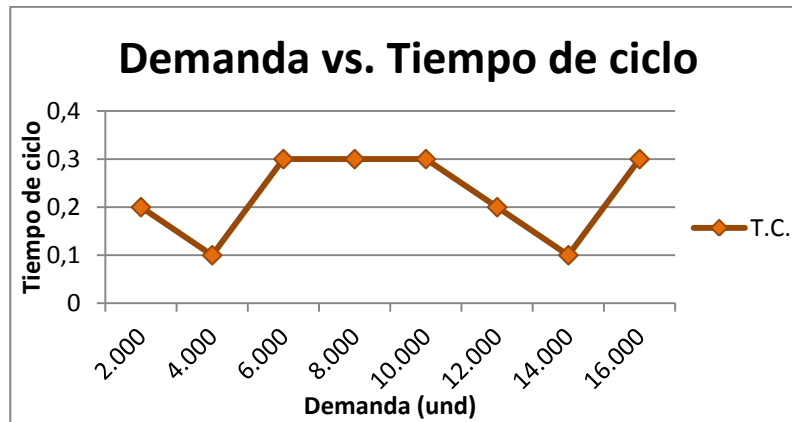
Figura 19. Gráfica de Demanda vs. Cantidad de células



Fuente: Autores

En este análisis es evidente que la variable que determina el número de células no depende exclusivamente de la demanda, sino de la combinación de dicha variable con los costos asociados, puesto que de acuerdo a esto, será más apropiada una solución con dos células que una solución en la que se instalen tres a pesar de que la demanda haya presentado un aumento, tal como se observa cuando el parámetro de demanda toma un valor de 8.000 unidades, en el cual el modelo arroja como mejor solución la asignación de 3 células, mientras que para un valor de demanda de 10.000, 12.000 y 14.000, es mejor instalar sólo dos, además hay que tener en cuenta que en algunas ocasiones según la demanda y la configuración de los tiempos, el tener más células y poder asignar el número necesario de operarios les permite a los mismos realizar producciones mas ajustadas a la demanda real, como se observa cuando la demanda es 8.000.

Figura 20. Gráfica de Demanda vs. Tiempo de ciclo



Fuente: Autores

A pesar de la fuerte relación que tiene la demanda con el tiempo de ciclo, debido a que este parámetro junto al tiempo disponible es el que determina el tiempo objetivo y la tasa de producción, en el análisis se observa un comportamiento errático, que no presenta en sí una tendencia a aumentar o disminuir de manera proporcional a la demanda.

Esto se debe en gran parte a los costos asociados, puesto que en la función objetivo se penaliza un aumento del mismo, así como el aumento en la cantidad de células instaladas, que es la variable que permite la multiplicación o la división del trabajo.

- **Variación del costo de operario:**

El parámetro costo de operario se planteó inicialmente con un valor de 100 por cada operario asignado.

Para el análisis de sensibilidad del modelo propuesto frente a este parámetro, se decidió fijar los valores del costo de célula en 20, costo de tiempo de ciclo en 20 y demanda en 8.000 unidades, y se empezó a variar el costo de operario con valores entre 10 y 300, de manera que se evidenciara su influencia cuando el costo de este parámetro sea menor, igual o mayor a los demás componentes de la función objetivo, encontrando los siguientes resultados:

Tabla 13. Resultados variación costo de operarios

RESUMEN DE RESULTADOS								
Resultados	Costo de Operario							
	10	20	50	75	100	150	200	300
Total Células Asignadas	1	1	1	3	3	3	3	3
Total Operarios Asignados	6	6	6	5	5	5	5	5
Costo de células	20	20	20	60	60	60	60	60
Costo de operarios	60	120	300	375	500	750	1.000	1.500
Costo de TC	1	1	1	14	14	14	14	14
Costo Total	81	141	321	449	574	824	1.074	1.574
Tiempo de ciclo objetivo	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
Tiempo de ciclo (Por cada célula)	0,05	0,05	0,05	0,1	0,3	0,1	0,3	0,3
				0,3	0,1	0,3	0,3	0,1
				0,3	0,3	0,3	0,1	0,3

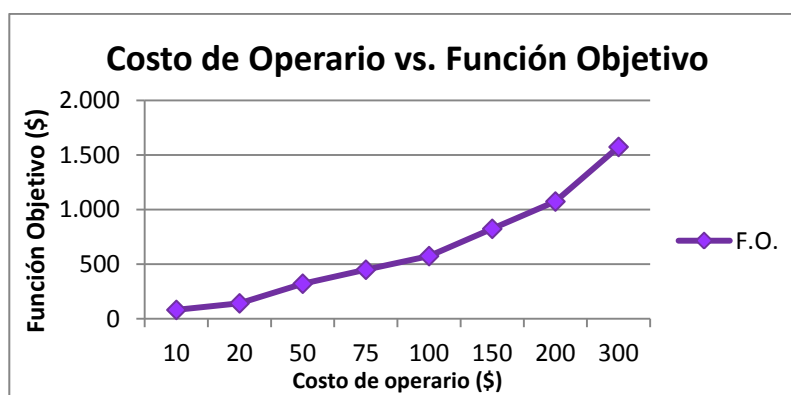
Fuente: Autores

De los resultados obtenidos, se puede identificar que a medida que el costo de operario se incrementa, se presenta una variación representativa en la función objetivo y en las variables que determinan la cantidad de células y el tiempo de ciclo que se emplea.

Contrario a lo que se esperaba, la influencia de este costo en la cantidad de operarios no es representativa puesto que durante el desarrollo del análisis este parámetro solo disminuye en una unidad.

Cada una de estas variables se analizó de manera independiente, así:

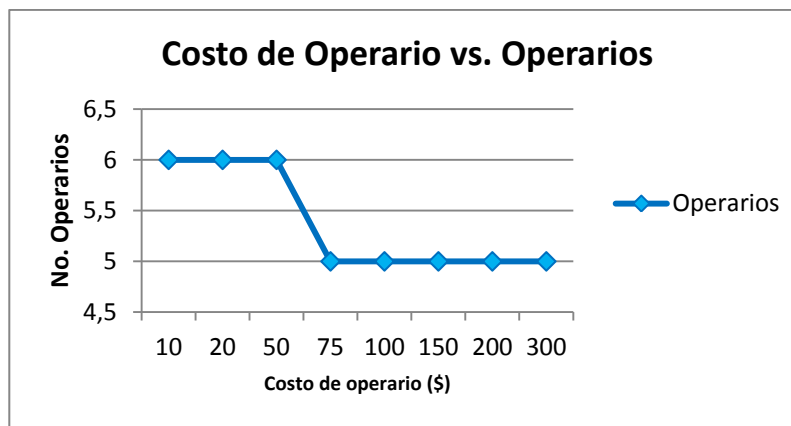
Figura 21. Gráfica de Costo de operarios vs. Función objetivo



Fuente: Autores

El efecto que se genera en la función objetivo al variar el parámetro del costo de operario es proporcional a dicha variación. En este caso, se evidencia un aumento importante del costo total, debido a que esta es una de las variables que mayor cantidad de unidades tiene dentro de la función objetivo.

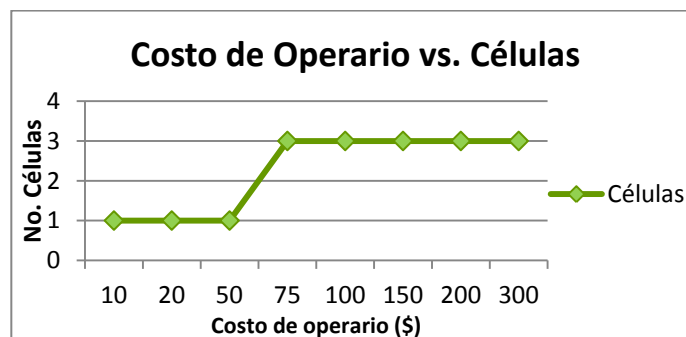
Figura 22. Gráfica de Costo de operarios vs. Cantidad de operarios



Fuente: Autores

Como se mencionó anteriormente, el efecto que se pensaba encontrar a causa de la variación del costo de operarios fue el esperado, ya que el aumento en el costo del operario llega al punto en el que es más rentable aumentar el número de células con menor cantidad de operarios, lo que puede causar configuraciones diferentes como se da en este caso.

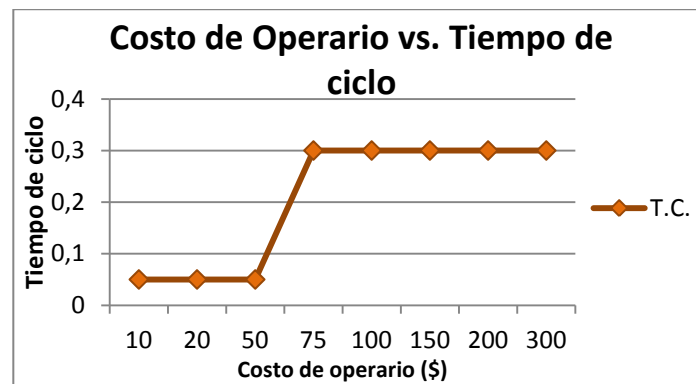
Figura 23. Gráfica de Costo de operarios vs. Cantidad de células



Fuente: Autores

En cuanto a la cantidad de células instaladas se evidencia una influencia importante por parte de esta variable, puesto que a medida que se hace más económica la instalación de células con respecto a la contratación de operarios, el modelo preferirá asignar más células en vez de operarios y pasa de asignar una sola célula a asignar tres, sin aumentar la cantidad de operarios, como en este caso que con 2 células más el número de operarios se redujo en 1.

Figura 24. Gráfica de Costo de operarios vs. Tiempo de ciclo



Fuente: Autores

Del mismo modo que ocurre con las células, el parámetro costo de operario tiene un efecto representativo en el tiempo de ciclo, lo cual está relacionado con la cantidad de células instaladas que son las que permiten multiplicar o dividir el tiempo de trabajo, encontrando que el mismo punto en que se presenta el aumento de células, es donde se presenta el aumento en el tiempo de ciclo.

- **Variación del costo de célula:**

El parámetro costo de célula se planteó inicialmente con un valor de 300 por unidad instalada, sin embargo a medida que se realizaban pruebas y validaciones al modelo, se encontró que este costo no permitía que el modelo asignara más de una célula, a menos que un aumento representativo de la demanda lo requiera.

Por tal motivo, fijando los valores del costo de operarios en 100 y el costo de tiempo de ciclo en 20, se empezó a variar el costo de la célula con valores entre 10 y 60, para analizar la influencia de este parámetro dentro de la función objetivo y de las asignaciones que corresponden a la solución óptima, encontrando los siguientes resultados:

Tabla 14. Resultados variación costo de célula

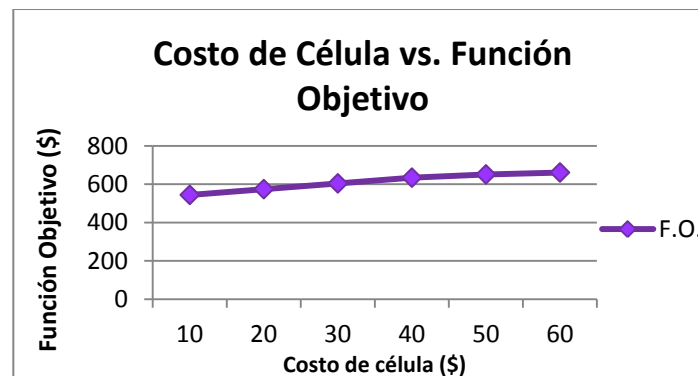
RESUMEN DE RESULTADOS						
Resultados	Costo de Célula					
	10	20	30	40	50	60
Total Células Asignadas	3	3	3	3	1	1
Total Operarios Asignados	5	5	5	5	6	6
Costo de células	30	60	90	120	50	60
Costo de operarios	500	500	500	500	600	600
Costo de TC	14	14	14	14	1	1
Costo Total	544	574	604	634	651	661
Tiempo de ciclo objetivo	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
Tiempo de ciclo	0,3	0,3	0,3	0,3	0,05	0,05

Fuente: Autores

De los resultados obtenidos, se puede identificar que a medida que el costo de la célula se incrementa, se presenta una variación en la función objetivo y en las variables que determinan la cantidad de operarios, la cantidad de células y el tiempo de ciclo que se emplea.

Cada una de estas variables se analizó de manera independiente, así:

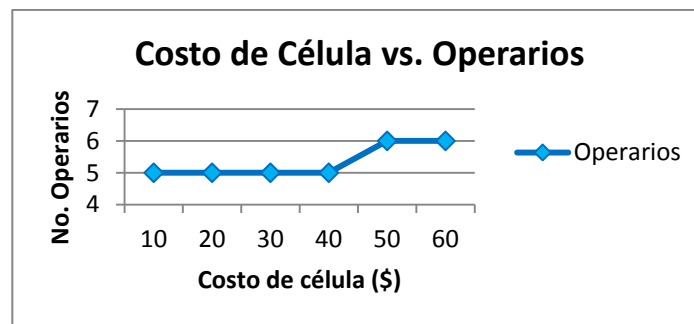
Figura 25. Gráfica de Costo de célula vs. Función objetivo



Fuente: Autores

De la gráfica presentada, se observa como un aumento en uno de los costos que componen la función objetivo, influye directamente en el costo total de la solución óptima, lo cual es un comportamiento esperado y este aumento siempre se da, aunque en diferentes proporciones de acuerdo a si realiza la misma asignación u otra por el aumento del mismo.

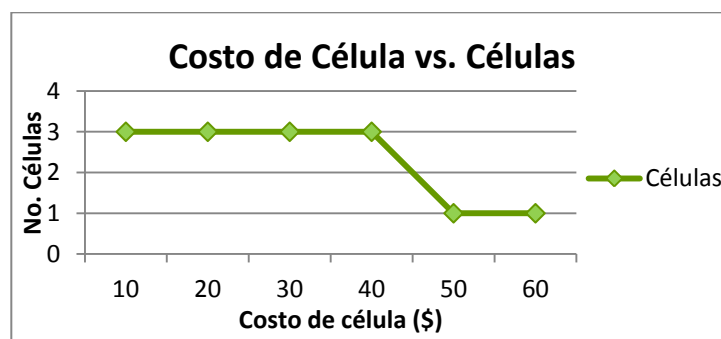
Figura 26. Gráfica de Costo de célula vs. Cantidad de operarios



Fuente: Autores

En cuanto a los resultados obtenidos al relacionar el costo de instalación de la célula con la variable que determina la cantidad de operarios, se observa un punto en el que una variación en este parámetro produce un incremento en el número de operarios, que como se verá más adelante, tiene una relación directa con el número de células puesto que es en este mismo punto en el que disminuye el número de células, lo que obliga al modelo a emplear un mayor número de operarios para cumplir con las operaciones.

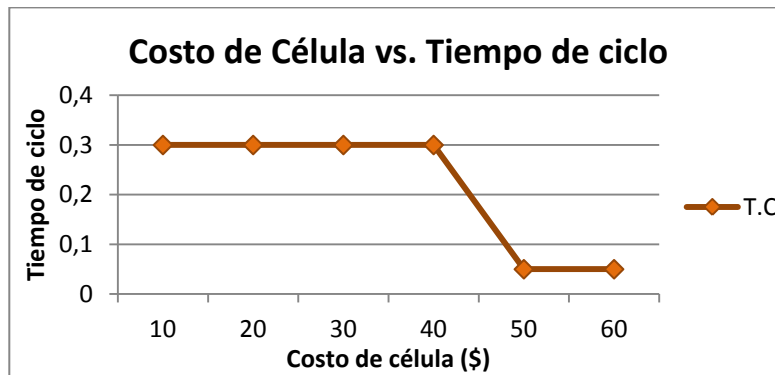
Figura 27. Gráfica de Costo de célula vs. Cantidad de células



Fuente: Autores

Como se mencionó en el análisis anterior, el modelo llega a un punto (Costo de célula =50), en el que su efecto es representativo en la función objetivo. En el caso de la cantidad de células instaladas es donde se evidencia el mayor efecto, dado que pasa de 3 a 1 célula instalada.

Figura 28. Gráfica de Costo de célula vs. Tiempo de ciclo



Fuente: Autores

El tiempo de ciclo también es una de las variables más afectadas por el aumento en el costo de las células puesto que por cada célula instalada, el tiempo de ciclo presentará una variación proporcional, que en este caso es una disminución del mismo puesto que al pasar de 3 células a tan solo 1 célula instalada, el modelo deberá ajustar el tiempo de ciclo de forma tal que se realicen todas las operaciones en menor tiempo para cumplir con la demanda requerida.

- **Variación del costo de Tiempo de ciclo:**

El parámetro costo de tiempo de ciclo se planteó inicialmente con un valor de 20 por cada punto que aumente.

Para este análisis se fijaron los valores del costo de operarios en 100 y el costo de células en 40, éste último teniendo en cuenta el análisis del costo de célula, donde se observó que en un costo de 40 por cada célula instalada, se genera un efecto sobre el tiempo de ciclo, por lo que se decidió tomar este valor como punto de partida. Con esto, se empezó a variar el costo del tiempo de ciclo con valores entre 10 y 60, para

analizar la influencia de este parámetro dentro de la función objetivo y de las asignaciones que corresponden a la solución óptima, encontrando los siguientes resultados:

Tabla 15. Resultados variación costo del Tiempo de ciclo

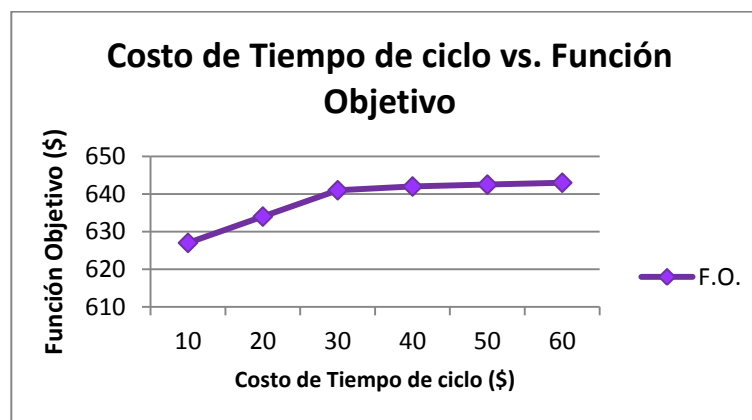
RESUMEN DE RESULTADOS						
Resultados	Costo de Tiempo de Ciclo					
	10	20	30	40	50	60
Total Células Asignadas	3	3	3	1	1	1
Total Operarios Asignados	5	5	5	6	6	6
Costo de células	120	120	120	40	40	40
Costo de operarios	500	500	500	600	600	600
Costo de TC	7	14	21	2	2,5	3
Costo Total	627	634	641	642	642,5	643
Tiempo de ciclo objetivo	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
Tiempo de ciclo	0,3	0,3	0,3	0,05	0,05	0,05

Fuente: Autores

De los resultados obtenidos, se puede identificar que a medida que el costo del tiempo de ciclo se incrementa, se presenta una variación en la función objetivo y en las variables que determinan la cantidad de operarios, la cantidad de células y el tiempo de ciclo que se emplea.

Cada una de estas variables se analizó de manera independiente, así:

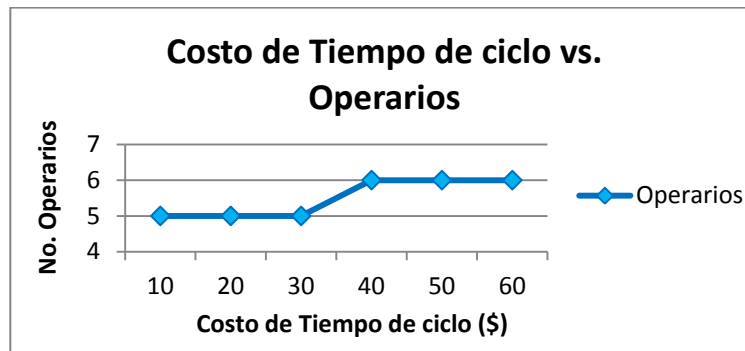
Figura 29. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Función Objetivo



Fuente: Autores

Como es de esperarse, un aumento en el costo de ciclo genera un aumento en el valor de la función objetivo, dado que ésta es una suma de costos, y por cada componente que aumenta, ésta reacciona de manera proporcional.

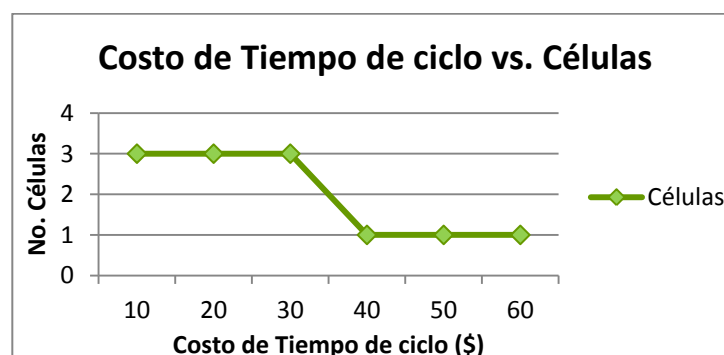
Figura 30. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Cantidad de operarios



Fuente: Autores

Tal como se analizó previamente en la definición de los costos que componen la función objetivo, un aumento en el costo del tiempo de ciclo producirá un incremento en el número de operarios dado que la cantidad de operarios asignados para realizar una operación hace que se divida el tiempo de trabajo, y por consiguiente se disminuya el tiempo de cada operación. Esto es evidente en el momento en que el tiempo de ciclo pasa de un costo de 30 a 40, en donde el aumento es lo suficientemente representativo para generar una variación en el número de operarios.

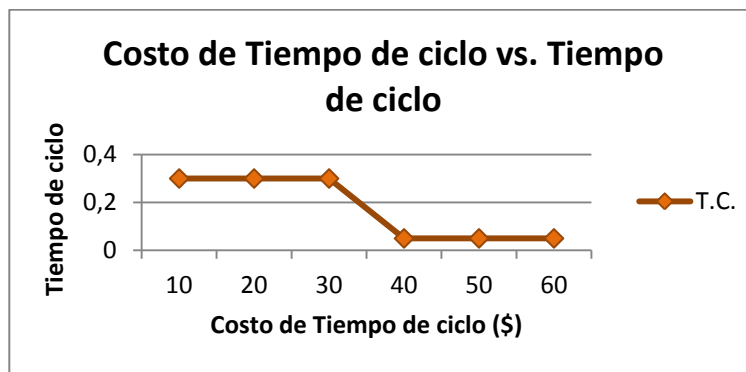
Figura 31. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Cantidad de células



Fuente: Autores

Teniendo en cuenta el análisis realizado a la relación entre el costo de células instaladas y el tiempo de ciclo, en el que se afirma que por cada punto que aumenta el costo de las células, el tiempo de ciclo presentará una variación proporcional, se puede decir que se presenta una relación similar entre el parámetro de costo de tiempo de ciclo y la variable número de células, en donde un aumento de costo de tiempo de ciclo obligará al modelo a reducir el mismo, y en consecuencia se buscará disminuir el número de células, ya que cada célula instalada multiplica el tiempo de ciclo de manera proporcional.

Figura 32. Gráfica de Costo de Tiempo de ciclo vs. Tiempo de ciclo



Fuente: Autores

Como es de esperarse, este análisis evidencia cómo un aumento en el costo de una variable, logrará una reducción de la misma, dado que es un modelo de optimización que busca reducir costos. En este caso, se muestra una disminución en el tiempo de ciclo de 0,3 a 0,05, una vez el costo de la variable pasa de 30 a 40, respectivamente.

CAPITULO 6: CONCLUSIONES.

- En cumplimiento a los objetivos propuestos para el desarrollo de la investigación se logró formular una estrategia de solución basada en un modelo matemático que incorpora aspectos básicos de las líneas en paralelo, tales como la independencia de las líneas en cuanto a configuración y tiempo de ciclo, la precedencia, la prohibición de cruce entre líneas, la inclusión de estaciones en paralelo, entre otras; a la vez que optimiza múltiples objetivos asociados a los costos de operarios, células y tiempo de ciclo; obteniendo con esto, un gran número de soluciones óptimas de acuerdo a los valores dados a los parámetros que influyen en el modelo.
- A pesar de los inconvenientes asociados a la instalación de múltiples líneas de ensamble tales como el aumento del costo, de espacio y la mayor complejidad en el balance; las líneas de ensamble paralelas presentan grandes ventajas para los sistemas de producción continua puesto que es una de las alternativas más evidentes para lograr un aumento de la capacidad de producción, a la vez que presenta una menor vulnerabilidad al fallo y mayor flexibilidad; lo que motivó el desarrollo de esta investigación con la que se logró formular un modelo matemático que encuentra la cantidad de líneas óptima a instalar de acuerdo con los parámetros de demanda y costos, calculando la cantidad de operarios y el tiempo de ciclo, a la vez que asigna cada una de ellas de manera independiente.
- El modelo formulado pretende cumplir con múltiples objetivos a través de la minimización de los costos asociados a la cantidad de líneas paralelas, de operarios y al tiempo de ciclo, combinando todos los objetivos en una única función, en la que se asocia un valor de ponderación de acuerdo a la influencia de cada costo en los resultados, y cuyas variaciones paramétricas van generando el conjunto de soluciones que más se adapte a ellos. Para el caso de estudio, estos objetivos se determinaron a partir de la influencia del costo en las variables que calculan la cantidad de células, de operarios y el tiempo de ciclo, cuya ponderación genera cambios en las asignaciones y

configuraciones de las estaciones de trabajo, así como en la cantidad de líneas instaladas y en la tasa de producción basada en el tiempo de ciclo de la misma.

- Como punto de partida para la formulación de la estrategia de solución se caracterizó un ambiente particular a partir de un caso de estudio que aplica a sistemas de producción continua, sin restricciones de espacio y en el que se identifica la necesidad de construir líneas en paralelo y de optimizar dentro de la función objetivo los costos asociados a las variables de número de células, de operarios y de tiempo de ciclo de cada célula, cuyos valores tienen gran influencia en el diseño y estructura de las líneas de ensamble instaladas. A partir de esta caracterización, se logró desarrollar y aplicar el modelo bajo condiciones de asignación y de configuración de estaciones de trabajo de acuerdo con los tiempos de procesamiento y los parámetros de costo determinados por el caso de estudio, lo cual se fue extendiendo y generalizando mediante un mayor número de variables y restricciones de forma que el modelo tuviera aplicaciones más reales y prácticas, que sirvieran de base para futuras investigaciones.
- Durante el análisis del caso de estudio se identificaron ciertos parámetros y restricciones que, teniendo en cuenta el antecedente marcado por investigaciones anteriores acerca de balance de línea y enfoque multiobjetivo, dieron lugar a la generación de variables de asignación, contabilización y linealización; a la vez que permitieron analizar más detalladamente el problema dando un punto de referencia para la selección de la programación matemática como estrategia de solución a emplear, teniendo en cuenta que la posibilidad de utilizar variables enteras o binarias amplía notablemente las posibilidades de modelización, aun cuando el precio por una mayor versatilidad de la herramienta es el de una mayor complejidad en la resolución del modelo.
- En la literatura se han desarrollado numerosas estrategias para resolver problemas de balanceo de líneas, entre ellas se distingue la programación lineal, incluida dentro de los métodos exactos, que garantiza una solución óptima de acuerdo con los parámetros y variables identificados. Desde este punto de vista, y teniendo en cuenta las múltiples herramientas computacionales disponibles para la implementación de la estrategia en el

caso de estudio, se eligió como método de solución la programación no lineal entera mixta que proporciona un marco de modelado flexible y eficiente para formular y resolver muchos problemas, además de que gran número de metodologías utilizadas para resolver los problemas de modelación emplean la lógica del Branch and Bound, y están incorporadas a la mayoría de programas informáticos que resuelven modelos lineales. Con esto se pretende ampliar la investigación en la solución de problemas de balance de líneas paralelas y enfoque multiobjetivo a partir de este tipo de métodos, puesto que en los antecedentes consultados se evidencia un mayor desarrollo de los métodos heurísticos en lugar de la programación lineal, debido a su complejidad en la modelación e implementación a nivel computacional.

- Para la implementación del modelo propuesto se seleccionó la herramienta computacional LINGO (Linear Generalize Optimizer), que permite formular problemas no lineales proporcionando una solución óptima, que para el caso de estudio, se basa en la minimización de los costos asociados a la instalación de células, la contratación de operarios y el aumento del tiempo de ciclo, cumpliendo con una serie de restricciones declaradas. Adicionalmente, la herramienta facilita los análisis posteriores a la implementación del modelo al incorporar el manejo de archivos en Excel para la importación y exportación de datos, de manera que la formulación inicial no se vea alterada al realizar la validación y análisis de sensibilidad requeridos para verificar la eficacia de la estrategia desarrollada.
- Durante el análisis de la estructura se encontraron ciertas dificultades principalmente en la linealización del modelo puesto que, con base en investigaciones anteriores, se tenían planteadas varias restricciones no lineales que fueron sustituidas en su mayoría por formulaciones lineales que disminuyeran la complejidad a nivel computacional. Sin embargo, y a pesar de los esfuerzos realizados, se encontró que en el caso específico de la restricción que garantiza la tasa de producción, la mejor manera de lograrlo es mediante un factor asociado al cociente de dos variables, la cual se comparó frente a otras propuestas, arrojando los mejores resultados en cuanto a costos y asignación, pero generando un mayor tiempo de procesamiento. En este punto de la investigación, se

intentaron encontrar alternativas que garantizaran la producción de manera lineal, pero las opciones encontradas, que fueron descritas en el análisis de complejidad de la estructura, no garantizaban la correcta asignación o generaban sobreproducción y mayores costos, por lo que este sería un punto de partida para futuras investigaciones que busquen la linealización total del modelo.

- Para comprobar y validar la fortaleza del modelo implementado se plantearon tres instancias que permitieron identificar el comportamiento del modelo al presentarse cambios en el dominio de las variables del mismo, con lo que se logró verificar el cumplimiento de las restricciones planteadas, la precedencia de las operaciones y el buen funcionamiento del modelo, mediante las soluciones obtenidas.
- Durante el desarrollo del análisis de sensibilidad se identificó la influencia de los parámetros determinados por el caso de estudio tales como la demanda y los costos de célula, operario y tiempo de ciclo, encontrando que un aumento en cualquiera de ellos genera un movimiento directamente proporcional en la función objetivo.
De la misma forma se analizaron de manera individual los efectos de una variación en cada uno de los costos que componen la función objetivo y su influencia en las variables de cantidad de células, cantidad de operarios y tiempo de ciclo, dejando claro las relaciones de cada una de ellas y analizando los resultados frente a la solución definitiva.
- El trabajo de grado desarrollado por Florez, 2010 marcó un punto de referencia en el que se presenta un modelo base a partir del cual se desarrolló la presente investigación. Uno de los aspectos más relevantes identificados corresponde a la flexibilidad en la configuración a partir de la construcción de variables y restricciones que permiten al modelo reconocer y asignar los tipos de configuraciones de estaciones de trabajo de acuerdo con los tiempos de procesamiento de cada operación; con esto se generan dos casos de asignación en las que un operario puede realizar varias operaciones cuyo tiempo de procesamiento es corto, así como varios operarios podrán trabajar en función de una sola operación cuyo tiempo de procesamiento es largo y requiere la división de trabajo para balancear la carga de la estación. Este aspecto, durante el desarrollo de esta

investigación, genera una gran ventaja a nivel de flexibilidad en la configuración de cada una de las líneas, las cuales son asignadas de manera independiente y en función de la demanda requerida y de los costos asociados.

- En este trabajo de grado se extendió la investigación realizada por Florez 2010, en la que se desarrolla un modelo matemático para balancear una línea de ensamble que busca la optimización de múltiples objetivos mediante un enfoque basado en metas. A partir de este punto de referencia se incluyó en el modelo base una serie de variables y restricciones que permitieron la linealización de la mayoría de las restricciones, así como se incrementa la complejidad al presentarse la necesidad de determinar la cantidad y la configuración individual de cada una de las células a instalar; con lo cual generan nuevos campos de investigación en la rama de las líneas paralelas cuya solución se plantea por medio de modelación matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- Adam, & Ebert. (1991). "Administración de la producción y las operaciones, conceptos, modelos y funcionamiento". Mexico: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.
- Agraval. (1985). The related activity concept in assembly line balancing. *International Journal of Production Research*, 403-421.
- Ahmadi, R.H.; Dasu, S.; Tang, C.S. (1992). The dynamic line allocation problem. *Management Science* 38, 1341-1353.
- Arcus. (1966). Computer Method of Sequencing Operations of Assembly Lines. *International Journal of Production Research*, 259-278.
- Bhattacharjee, & Sahu. (1988). A heuristic approach to general assembly line balancing. *International Journal of Operations and Production Management*, 67-77.
- Bautista, & Pereira. (2008). "A Dynamic Programming Based Heuristic for the Assembly Line Balancing Problem". *European Journal of Operational Research*.
- Baybars, I. (1986). "A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem". *International Journal of Production Research*, Vol 24, No 1, pp 149-166.
- Becker, C. and A. Scholl (2006). "A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing." *European Journal of Operational Research* 168(3): 694-715.
- Boysen, N. (2006). "A classification of assembly line balancing problems." 33.
- Buxey, G.M. (1974). Assembly line balancing with multiple Stations. *Management*

Science 20, 1010–1021.

- Chakravarty, A. and A. Shtub (1988). “Modelling the effects of learning and job enlargement on assembly systems with parallel lines”. *International Journal of Production Research*, Vol 26, No 2, pp 267-281.
- Chiang, W.-C., P. Kouvelis, et al. (2007). “Line balancing in a just-in-time production environment: balancing multiple U-lines.” *IIE Transactions* (2007) 39, 347-359.
- Cortés Corrales, Laura y Vásquez Álvarez, Leidy.(2009) “Sistematización de las técnicas modernas de balanceo de líneas utilizadas en los sistemas de producción tipo taller”. 155.
- Dar-El. (1973). MALB-A heuristic technique for balancing large single-model assembly lines. *AIIE Transactions*, 343-356.
- Dar-El. (1975). Solving large single-model assembly line balancing problem- a comparative study. *AIIE Transactions*, 302-310.
- Dar-El, & Mazer. (1989). Predicting the performance of unpaced assembly lines where one station variability may be smaller than the others. *International Journal of Productions Research*, 2105-2116.
- Ellegard, K.; Jonsson, D. (1992). Reflective production in the final assembly of motor vehicles: an emerging Swedish challenge. *International Journal of Operations and Production Management* 12, 117-133.
- Erel, & Sarin. (1998). A survey of the assembly line balancing procedures. *Production Planning & Control*, 414-434.

- Flórez González, Andrés (2010). “Propuesta para mejorar el proceso productivo, mediante la implementación de un modelo de balanceo de línea, en el área de envase y empaque en una empresa farmacéutica”. 100.
- García, A. Programación Estocástica por Metas. 1998.
- Ghosh, & Gagnon. (1989). “A comprehensive literature review analysis of design, balancing and scheduling of assembly systems”. *International Journal of Production Research*, 637-670.
- Globerson, S.; Tamir, A. (1980). The relationship between job design, human behaviour and system response. *International Journal of Production Research* 18, 391-400.
- Gökçen, H., K. Agpak, et al. (2006). "Balancing of parallel assembly lines." *International Journal of Production Economics* 103(2): 600-609.
- Hackman, S. T., M. J. Magazine, and T. S. Wee, "Fast, Effective Algorithms for Simple Assembly Line Balancing Problems," *Oper. Res.*, 37 (1989), 916-924.
- Held, & Shreshian. (1963). “Assembly line balancing-dynamic programming with precedents constraints”. *Operations Research*, 442-459.
- Helgeson, & Birnie. (1961). Assembly line balancing using Ranked Positional Weight Techniques. *Journal of Industrial Engineering*, 394-398.
- Hoffman. (1963). Assembly line balancing with precedence matrix. *Management Science*, 551-562.
- Hoffman. (1988). Assembly line balancing by implicit complete enumeration. *EURO-TIMS*.

- Hoffmann, T.R., 1992. EUREKA: A hybrid system for assembly line balancing. *Management Science* 38, 39–47.
- Johnson. (1983). A branch and bound algorithm for assembly line balancing with formulation irregularities. *Management Science*, 1309-1324.
- Johnson, R.V., 1988. Optimally balancing large assembly lines with “FABLE”. *Management Science* 34, 240–253.
- Klein, & Scholl. (1996). “Maximizing the production rate in simple assembly line balancing- A branch and bound procedure”. *European Journal of Operations Research*, 367-385.
- Koren, Y.; Hu, J.; Weber, T. (1998). Impact of manufacturing system configuration on performance. *Annals of the CIRP* 47, 369-378.
- Lan, C-H. (2007). The design of multiple production lines under deadline constraint. *International Journal of Production Economics* 106, 191-203.
- Lee. (2000). “How to balance a manufacturing work cell”. Institute of Industrial Engineers - IE Solutions Conference. Cleveland Ohio.
- Lehman, M. (1969). On criteria for assigning models to assembly lines. *International Journal of Production Research* 7, 269-285.
- Levitin, Rubinovitz, & Shnits. (2006). “A genetic algorithm for robotic assembly line balancing”. *European Journal of Operational Research*, 811-825.
- Lusa, A. (2008). "A survey of the literature on the multiple or parallel assembly line balancing problem." *European Journal of Industrial Engineering* 2(1): 50-72.

- Machuca, Álvarez, González, Machuca, & Ruiz. (1995). "Dirección de operaciones, aspectos estratégicos en la producción y servicios. Espana: Mc Graw Hill.
- McClain, & Moodie. (1991). A comment on buffer space allocation in automated assembly lines. *Operations Research*.
- Marval L., F. J. (2004). "Heurístico para balancear una línea de ensamblaje simple (SALBP, Problema tipo-1)." 10.
- Merengo, C.; Nava, F.; Pozetti, A. (1999). Balancing and sequencing manual mixed-model assembly lines. *International Journal of Production Research* 37, 2835-2860.
- Miltenburg, J. (1998). Balancing U-lines in a multiple U-line facility. *European Journal of Operational Research* 109, 1-23.
- Miltenburg, & Wijngaard. (1994). The U-line balancing problem. *Management Science*. Miranda, H. (2002). *Administraciones de operaciones*. México D.F.
- Mintzberg, H. (1994). *The rise and fall of strategic planning: Reconceiving roles for planning, plans, planners*. The free press, New York.
- Miyazaki, & Ohta. (1987). An optimal solution of the assembly line balancing problem with the balancing index as a primary objective function. *System Modelling and Optimization*, 681-690.
- Moodie, & Young. (1965). A heuristic method of assembly line balancing for assumptions of constant or variable work element times.. *Journal of Industrial Engineering*, 23-29.
- Nadler, G.; Smith, N.D. (1963). Manufacturing progress functions for types of processes. *International Journal of Production Research* 12, 115-135.

- Pinnoi, A. and W. E. Wilhelm (1997). "A family of hierarchical models for the design of deterministic assembly systems." *International Journal of Production Research*, 35(1), 253-280.
- Rekiek, B., A. Dolgui, et al. (2002). "State of art of optimization methods for assembly line design." *Annual Reviews in Control* 26(2): 163-174.
- Rekiek, & Delchambre. (2006). "Assembly Line Design". Londres: Springer. Rekiek, Lit, Pellichero, Falkenauer, & Delchambre. (1999). "Applying the equal piles problem to balance assembly lines". In: *Proceedings of the ISATP 1999*. 399-404.
- Restrepo, J. y Otros. Problemas de balanceo de línea Salbp-1 y Salbp-2: un caso de estudio. *Scientia et Technica* Año XIV, No 40, 2008, Universidad Tecnológica de Pereira.
- Romero, C. y Rehman, T. La programación multiobjetivo y la planificación agraria: algunas consideraciones teóricas. *Agricultura y Sociedad*. No 40, 1986, pp 9-25.
- Salveson, M.E., 1955. The assembly line balancing problem. *Journal of Industrial Engineering* 6 (6), 18-25.
- Sarker, B.R.; Shanthikumar, J.G. (1983). A generalized approach for serial or parallel line balancing. *International Journal of Production Research* 21, 109-133.
- Sarker, & Harris. (1988). The effect of imbalance in a just-in-time production system. *International Journal of Production Research*.
- Scholl, A. and C. Becker (2006). "State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing." *European Journal of Operational*

Research 168(3): 666-693.

- Scholl, A., Klein, R., 1997. SALOME: A bidirectional branch and bound procedure for assembly line balancing. *INFORMS Journal on Computing* 9, 319–334.
- Scholl, A. and N. Boysen (2009). "Designing parallel assembly lines with split workplaces: Model and optimization procedure." *International Journal of Production Economics* 119(1): 90-100.
- Scholl. (1999). "Balancing and sequencing assembly lines". Physica, Heidelberg.
- Scholl, A., Voss, S., 1996. Simple assembly line balancing – heuristic approaches. *Journal of Heuristics* 2, 217–244.
- Sempere Ripoll, Francisca (2003). "Aplicaciones de Mejora de Métodos de Trabajo y Medición de Tiempos." Universidad Politécnica de Valencia. 208.
- Sentinella, & Solsona. (2007). "Exposición y Resolución del caso Multi-Min-Max en el Problema de Equilibrado de Líneas de Montaje". Universidad de Cataluña, 22-25.
- Sipper, & Bulfin. (1998). "Planeación y control de la producción". Mexico: McGrawHill.
- Sparling, D. (1998). Balancing JIT production units: The N U-line balancing problem. *Information Systems and Operational Research* 36, 215-237.
- Spicer, P.; Koren, Y.; Shpitalni, M. (2002). Design Principles for Machining System Configurations. *Annals of the CIRP* 51, 275-281.
- Süer, G.A.; Dagli, C.H. (1994). A knowledge-based system for selection of resource allocation rules and algorithms, in *Handbook of expert system applications in manufacturing: structures and rules*, (eds. A. Mital and S.Anand), Chapman and Hall,

108-129.

- Süer, G.A. (1998). Designing parallel assembly lines. *Computers & Industrial Engineering* 35, 467-470.
- Talbot, Patterson, & Gehrlein. (1986). "A Comparative Evaluation of Heuristic Line Balancing Techniques". *Management Science*, 430-454.
- Talbot, Patterson, & Gehrlein. (1984). "An integer programming algorithm with network cuts for solving the assembly line balancing problem". *Management Science*, 85-99.
- Thangavelu, & Shetty. (1971). "Assembly line balancing by zero-one integer". *AIIE Transactions*, 61-68.
- Tonge. (1960). Summary of a heuristic line balancing procedure. *Management Science*, 21-39.
- Valero. (1991). Modelos y algoritmos de PLE para el equilibrado de líneas de producción y montaje. Departamento de Organización de Empresas. ETSEIB-UPC.
- White. (1961). Comment on a paper by Bowman. *Operation Research*, 274-276
- Wyman, F.P.; Moberly, L.E. (1971). An application of simulation to compare production line configurations with failures and repairs. *Proceedings of the 5th conference on winter simulation*, 187-196.